

# プランク定数

山田龍

2020 年 6 月 17 日

## 1 プランク定数

光子のエネルギーと振動数を特徴づけるパラメーター

$$E = h\nu \quad (1)$$

$$h = 4.1 \times 10^{-15} \text{eV} \cdot \text{s} = 6.6 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$$

## 2 ディラック定数

換算プランク定数とも呼ばれる。角速度とエネルギーの関係を与える。

$$h = 2\pi\hbar \quad (2)$$

$$\hbar = 6.5 \times 10^{-16} \text{eV} \cdot \text{s} = 1.0 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$$

## 3 歴史的経緯

### 3.1 黒体放射

温度  $T$  の平衡状態において、エネルギー量子  $E = nh\nu$  を仮定して  $E$  の期待値を計算する。

$$\langle E \rangle = \sum nh\nu \exp(-nh\nu) / Z \quad (3)$$

$$\sum \exp(-nh\nu\beta) = \frac{e^{-h\nu\beta}}{e^{h\nu\beta} - 1} \quad (4)$$

$$\sum nh\nu \exp(-nh\nu\beta) = -\frac{d}{d\beta} (\sum \exp(-nh\nu\beta)) = \frac{h\nu e^{-h\nu\beta}}{(e^{h\nu\beta} - 1)^2} \quad (5)$$

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu\beta} - 1} \quad (6)$$

当然、

$$\langle E \rangle = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln Z \quad (7)$$

黒体放射のデータからのフィッティングでプランク定数を知ることができる。

### 3.2 光電効果および光量子仮説

### 3.3 ミリカンの実験

ミリカンの実験では、光電効果のグラフの傾きからプランク定数を求める。

$$eV = h\nu - W \quad (8)$$

からわかる。(ちなみに光電吸収の散乱断面積の大きさは  $Z^5$ )

### 3.4 ダイオードで調べる

発光ダイオードにおいては禁制帯域が波長によって変化する。

$$h\nu = eV \quad (9)$$

$\nu = c/\lambda$  であるから、

$$h = eV \times \frac{\lambda}{c} \quad (10)$$

ここで、複数の波長に対して LED が発行し始める閾値を求めてやれば、一つの波長において計算した値より精度良く求められる。

## 4 量子論において

$h \sim 0$  の極限で古典力学に一致する。

### 4.1 シュレディンガー方程式からハミルトンヤコビ