bakoten107-110

山田龍

2020 年 7 月 14 日

1　107

弱い重力波を考える。重力相互作用の伝播速度が有限であるなら、重力波の存在が考えられる。真空中の弱い重力場について、計量を

$$g_{ik} = g^{(0)}_{ik} + h_{ik} \tag{1}$$

一次までの精度に置いて、

$$g^{ik} = g^{(0)ik} - h^{ik} \tag{2}$$

$$g = g^{(0)}(1+h) \tag{3}$$

微小変換においては、

$$h'_{ik} = h_{ik} - \frac{\partial \xi_i}{\partial x^k} - \frac{\partial \xi_k}{\partial x^i} \tag{4}$$

h_{ik} にゲージを入れる。

$$\frac{\partial \psi^k_i}{\partial x^k} = 0, \psi^k_i = h^k_i - \frac{1}{2}\delta^k_i h \tag{5}$$

曲率テンソルは、

$$R_{iklm} = \frac{1}{2}(\frac{\partial^2 h_{im}}{\partial x^k \partial x^l} + \frac{\partial^2 h_{kl}}{\partial x^i \partial x^m} - \frac{\partial^2 h_{km}}{\partial x^i \partial x^l} - \frac{\partial^2 h_{il}}{\partial x^k \partial x^m}) \tag{6}$$

リッチテンソルは、

$$R_{ik} = g^{lm} R_{limk} \tag{7}$$

$$\sim g^{(0)lm} R_{limk} \tag{8}$$

$$= \frac{1}{2}(-g^{(0)lm}\frac{\partial^2 h_{ik}}{\partial x^l \partial x^m} + \frac{\partial^2 h^l_i}{\partial x^l \partial x^k} + \frac{\partial^2 h^l_k}{\partial x^i \partial x^l} - \frac{\partial^2 h}{\partial x^i \partial x^k}) \tag{9}$$

であるから、ゲージを入れれば、

$$R_{ik} = \frac{1}{2}(-g^{(0)lm}\frac{\partial^2 h_{ik}}{\partial x^l \partial x^m}) \tag{10}$$

と線形化される。ダランベルシアンを使って書き換えて、

$$R_{ik} = \frac{1}{2}\Box h_{ik} \tag{11}$$

$$\Box = \Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} \tag{12}$$

真空中を考えているので、アインシュタイン方程式は

$$\Box h_{ik} = 0 \tag{13}$$

これは重力波が光速で伝播することを示す。平面重力波が、$h_{23}, h_{22} = -h_{33}$ 都によって決まること、エネルギー運動量擬テンソルが４個の任意関数によって与えられるが、４は任意の自由な重力場におけるものであること。

todo

2　108

曲がった空間時間における重力波について考える。非ガリレイ的な乱れのない計量からの補正を考える。

$$g_{ik} = g^{(0)}_{ik} + h_{ik} \tag{14}$$

クリストッフェル記号は、

$$\Gamma^{i(1)}_{kl} = \frac{1}{2}(h^i_{k;l} + h^i_{l;k} - h^{;i}_{kl}) \tag{15}$$

曲率テンソルは、リッチテンソルは、混合リッチテンソルは、乱れのない計量はアインシュタイン方程式を満たすから、$R^{(1)}_{ik} = 0$ は

$$h^l_{i;k;l} + h^l_{k;i;l} - h_{ik\ ;l}^{\ ;l} - h_{;i;k} = 0 \tag{16}$$

任意の重力波の場合にはこれは線形化されないが、振動数が大きい場合には単純化される。特徴的な距離、例えば？シュヴァルツシルト半径？？？？

3 109

4 110