

# NỘI DUNG BÀI HỌC

1. Nguyên lý chuồng bồ câu
  - a. Giới thiệu.
  - b. Nguyên lý cơ bản.
  - c. Nguyên lý mở rộng.
2. Nguyên lý bù trừ.
3. Bài tập.

# 1. NGUYÊN LÝ CHUÔNG BỒ CÂU

Nguyên lý chuông bồ câu được phát triển từ mệnh đề: Giả sử có một đàn chim bồ câu bay vào chuông. Nếu số chim nhiều hơn số ngăn chuông thì ít nhất trong một ngăn có nhiều hơn một con chim.

Nguyên lý này dĩ nhiên là có thể áp dụng cho các đối tượng không phải là chim bồ câu và chuông chim.

## A. NGUYÊN LÝ CƠ BẢN

Nếu có  $k+1$  (hoặc nhiều hơn) đồ vật được đặt vào trong  $k$  hộp thì tồn tại một hộp có ít nhất hai đồ vật.

**Ví dụ 1.** Trong bất kỳ một nhóm 367 người thế nào cũng có ít nhất hai người có ngày sinh nhật giống nhau bởi vì chỉ có tất cả 366 ngày sinh nhật khác nhau.

## B. NGUYÊN LÝ MỞ RỘNG

Nếu đặt  $n$  đối tượng vào  $k$  hộp thì sẽ tồn tại một hộp chứa ít nhất là  $\lceil n/k \rceil$  đối tượng.

**Chú ý:** Ký hiệu  $\lceil a \rceil$  dùng để chỉ số nguyên nhỏ nhất lớn hơn hoặc bằng  $a$ . Ví dụ  $\lceil 3 \rceil = 3$ ;  $\lceil 5/4 \rceil = 2$ .

**Ví dụ 2.** Có 15 con chim bồ câu và 7 cái chuồng. Khi đó sẽ có ít nhất một chuồng chứa  $\lceil 15/7 \rceil = 3$  con chim bồ câu.

**Ví dụ 3.** Có 100 người thì có ít nhất  $\lceil 100/12 \rceil = 9$  người có cùng tháng sinh.

## 2. NGUYÊN LÝ BÙ TRỪ

Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn bất kỳ thì  
 $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$ .

**Chú ý:** Ký hiệu  $|A|$  dùng để chỉ số phần tử của tập hợp A.

**Ví dụ 4.** Có bao nhiêu số nguyên dương không quá 100 và chia hết 2 hoặc 3?

**Giải.** Gọi A là tập các số chia hết cho 2 hoặc 3, B, C lần lượt là tập các số chia hết cho 2; 3.

$$|A| = |B| + |C| - |B \cap C| = 100/2 + 33 - 16 = 67$$

# BÀI TẬP

1. Một trường học có 1000 học sinh gồm 23 lớp. Chứng minh rằng phải có ít nhất một lớp có từ 44 học sinh trở lên.
2. Một lớp có 50 học sinh. Chứng minh rằng có ít nhất 5 học sinh có tháng sinh giống nhau
3. Có năm loại học bổng khác nhau. Hỏi rằng phải có ít nhất bao nhiêu sinh viên để chắc chắn rằng có ít nhất 6 người cùng nhận học bổng như nhau.
4. Trong 45 học sinh làm bài kiểm tra, không có ai bị điểm dưới 2, chỉ có 2 học sinh được điểm 10. Chứng minh rằng ít nhất cũng tìm được 6 học sinh có điểm kiểm tra bằng nhau (điểm kiểm tra là một số tự nhiên).

# BÀI TẬP

5. Một lớp học có 50 học sinh, có duy nhất một học sinh thiếu nhiều bài tập nhất là thiếu 3 bài tập. Chứng minh rằng tồn tại 17 học sinh thiếu 1 số bài tập như nhau (trường hợp không thiếu bài tập coi như thiếu 0 bài).
6. Có bao nhiêu số nguyên dương không quá 100 và chia hết cho 2 hoặc 5?
7. Có bao nhiêu số nguyên dương không quá 200 và chia hết cho 3 hoặc 7.
8. Có bao nhiêu số nguyên dương không quá 100 và không chia hết cho 5 cũng không chia hết cho 3?