

Optimalizacja metodami niedeterministycznymi

1. Cel ćwiczenia.

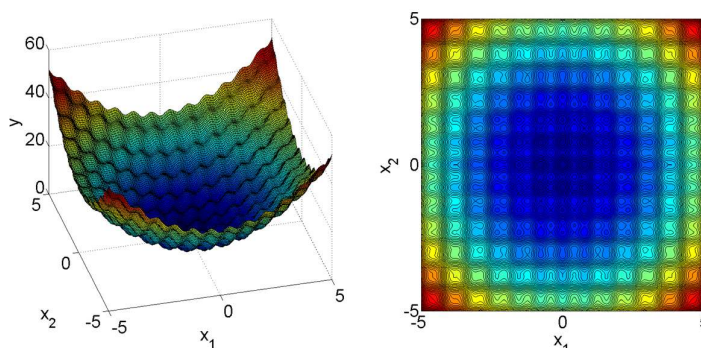
Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z niedeterministycznymi metodami optymalizacji poprzez ich implementację oraz wykorzystanie do wyznaczenia minimum podanej funkcji celu.

2. Testowa funkcja celu.

Funkcja celu dana jest wzorem:

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - \cos(2,5\pi x_1) - \cos(2,5\pi x_2) + 2$$

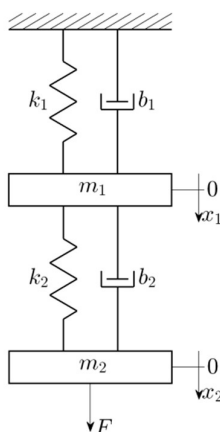
Jej wykres przedstawiony jest poniżej.



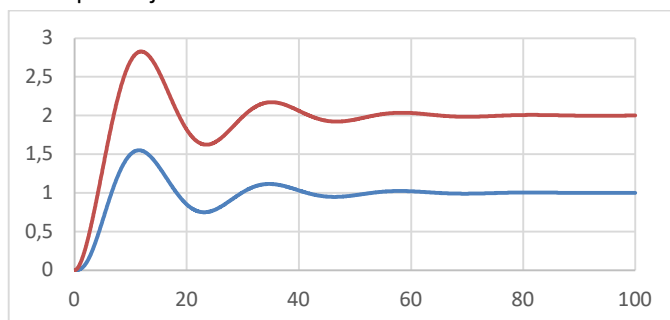
Punkt startowy powinien należeć do przedziału $x_1^{(0)} \in [-5, 5]$, $x_2^{(0)} \in [-5, 5]$.

3. Problem rzeczywisty.

Dwa ciężarki o masach $m_1 = 5kg$ oraz $m_2 = 5kg$ zawieszone są na sprężynach o współczynnikach sprężystości wynoszących odpowiednio $k_1 = 1 N/m$ oraz $k_2 = 1 N/m$.



Współczynniki b_1 oraz b_2 odpowiadają za opór ruchu, a zmienne x_1 oraz x_2 oznaczają położenie ciężarków. Przeprowadzone zostało doświadczenie (*in silico*) polegające na przyłożeniu siły $F = 1N$ do dolnego ciężarka i obserwacja położenia ciężarków. Wykresy położenia ciężarków są przedstawione na rysunku poniżej.



Równania opisujące ruch ciężarków są następujące:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + b_1 \dot{x}_1 + b_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) = 0 \\ m_2 \ddot{x}_2 - b_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_2 (x_1 - x_2) = F \end{cases}$$

Położenie ciężarków jest zapisane w pliku *polozenia.txt*. Doświadczenie trwało 100s, a zapis położeń odbywał się co 0,1s (daje to 1001 zapisanych wierszy).

Celem optymalizacji jest znalezienie wartości $b_1 \in [0,1; 3]^{Ns/m}$ oraz $b_2 \in [0,1; 3]^{Ns/m}$, dla których zostało przeprowadzone doświadczenie. Symulację ruchu ciężarków należy przeprowadzać dla czasu $t_0 = 0s$, $dt = 0,1s$, $t_{end} = 100s$.

4. Algorytmy optymalizacji.

Do wyznaczenia minimum funkcji celu należy zastosować algorytm ewolucyjny – strategię $(\mu+\lambda)$.

5. Zadanie do samodzielnego wykonania.

a. Testowa funkcja celu.

Zadanie polega na wykonaniu 100 optymalizacji dla pięciu różnych wartości początkowych współczynnika mutacji ($\sigma=0.01, 0.1, 1, 10, 100$). Wyniki należy zestawić w pliku *xlsx* w tabeli 1. Wartości średnie (tylko dla optymalizacji zakończonych znalezieniem minimum globalnego) należy przedstawić w tabeli 2.

b. Problem rzeczywisty.

Zadanie polega na przeprowadzeniu jednej optymalizacji. Wyniki należy zestawić w tabeli 3. Dla znalezionych, optymalnych wartości b_1 oraz b_2 należy przeprowadzić symulację, a jej wyniki wstawić do arkusza Symulacja. Na ich podstawie należy narysować wykres przedstawiający położenie ciężarków naniesione na wykres położenia ciężarków uzyskany w doświadczeniu.

6. Sprawozdanie.

Sprawozdanie powinno zostać przygotowane w formacie *docx* (lub *doc*) albo *pdf* i powinno zawierać parametry poszczególnych algorytmów, dyskusję wyników oraz wnioski. Dodatkowo, w sprawozdaniu należy umieścić kod zaimplementowanych metod, funkcję *lab6* oraz funkcje

wykorzystane do obliczenia funkcji celu i pochodnych podczas rozwiązywania równań różniczkowych. Wyniki optymalizacji należy przygotować w formacie xlsx (lub xls).

Pseudokod algorytmu ewolucyjnego.

Dane wejściowe: liczba zmiennych decyzyjnych N , przedział poszukiwań $[lb, ub] \ni x$ (gdzie lb oraz ub to N -elementowe wektory), liczebność populacji bazowej μ oraz tymczasowej λ , początkowa wartość współczynnika zakresu mutacji $\sigma^{(0)}$, dokładność obliczeń $\epsilon > 0$, maksymalna liczba wywołań funkcji celu N_{\max}

```

1:   $i = 0$ 
2:   $\alpha = N^{-0,5}$ 
3:   $\beta = (2N)^{-0,25}$ 
   Generowanie populacji początkowej
4:   $P^{(0)} = \{(x_1^{(0)}, \sigma_1^{(0)}), (x_2^{(0)}, \sigma_2^{(0)}), \dots, (x_\mu^{(0)}, \sigma_\mu^{(0)})\}$ 
5:  repeat
   Tworzenie koła ruletki
6:    for  $j = 1$  to  $\mu$ 
7:       $\phi_j = 1 / f(x_j^{(i)})$ 
8:    end for
9:     $\Phi = \sum \phi$ 
10:    $q_0 = 0$ 
11:   for  $j = 1$  to  $\mu$ 
12:      $q_j = q_{j-1} + \phi_j / \Phi$ 
13:   end for
14:   wylosuj  $a$  stosując rozkład normalny
15:   for  $j = 1$  to  $\lambda$ 
   Losowanie pierwszego osobnika rodzicielskiego
16:     wylosuj  $r \in [0, 1]$ 
17:     znajdź  $k$  takie, że  $r \in (q_{k-1}, q_k]$ 
18:      $A = P_k^{(i)}$ 
   Losowanie drugiego osobnika rodzicielskiego
19:     wylosuj  $r \in [0, 1]$ 
20:     znajdź  $k$  takie, że  $r \in (q_{k-1}, q_k]$ 
21:      $B = P_k^{(i)}$ 
   Krzyżowanie
22:     wylosuj  $r \in [0, 1]$ 
23:      $T_j^{(i)} = r \cdot A + (1 - r) \cdot B$ 
   Mutacja
24:     wylosuj  $b$  stosując rozkład normalny
25:      $T_j^{(i)}. \sigma = T_j^{(i)}. \sigma \cdot \exp(\alpha a + \beta b)$ 
26:     wylosuj  $b$  stosując rozkład normalny
27:      $T_j^{(i)}. x = T_j^{(i)}. x + b \cdot T_j^{(i)}. \sigma$ 
28:   end for
29:    $P^{(i+1)} =$  znajdź  $\mu$  najlepszych osobników w populacji ( $P^{(i)}$  u  $T^{(i)}$ )
30:    $x^* =$  znajdź najlepszego osobnika w populacji  $P_k^{(i+1)}$ 
31:    $i = i + 1$ 
32:   if  $f_{\text{calls}} > N_{\max}$  then
33:     return error
34:   end if
35: until  $f(x^*) < \epsilon$ 
36: return  $x^*$ 

```