AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
KATEDRA INFORMATYKI STOSOWANEJ I MODELOWANIA
METODY OPTYMALIZACJI

Optymalizacja wielokryterialna

1. Cel ćwiczenia.

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z problematyką optymalizacji wielokryterialnej i wyznaczenie rozwiązań minimalnych w sensie Pareto.

2. Testowa funkcje celu.

Funkcje celu dane są wzorami:

$$f_1(x_1, x_2) = a((x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2)$$

$$f_2(x_1, x_2) = {}^1\!/_a\,((x_1 + 2)^2 + (x_2 + 2)^2)$$

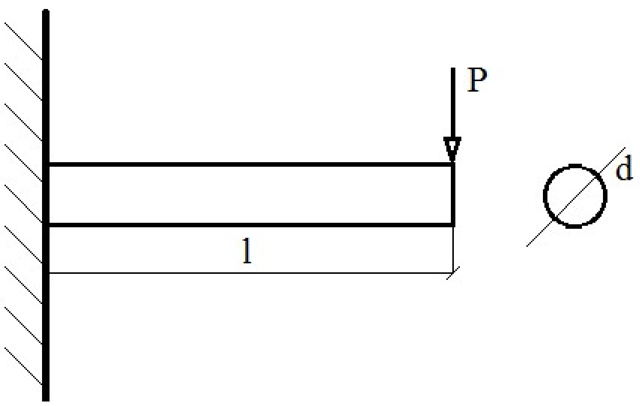
gdzie: a jest parametrem, którego wartość należy przyjąć równą:

- $a = 1$,
- $a = 10$,
- $a = 100$.

Punkt startowy powinien należeć do przedziału $x_1^{(0)} \in [-10, 10]$, $x_2^{(0)} \in [-10, 10]$.

3. Problem rzeczywisty.

Belka o długości *l* i przekroju kołowym o średnicy *d* jest obciążona siłą *P*.



Ugięcie belki pod wpływem działania siły wynosi:

$$u = \frac{64 \cdot P \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot \pi \cdot d^4}$$

występujące naprężenie wynosi:

$$\sigma = \frac{32 \cdot P \cdot l}{\pi \cdot d^3}$$

gdzie:

$P = 1\ \mathrm{kN}$ – działająca siła,

$E = 207\ \mathrm{GPa}$ – moduł Young,

Pierwszym kryterium optymalizacji jest masa belki (f_1), drugim jej ugięcie (f_2). Gęstość materiału z którego wykonana jest belka wynosi $\rho = 7800\ {}^{\mathrm{kg}}/_{\mathrm{m}^3}$. Jako zmienne optymalizacji należy przyjąć zmienne l oraz d ($l \in [200\ \mathrm{mm}, 1000\ \mathrm{mm}], d \in [10\ \mathrm{mm}, 50\ \mathrm{mm}]$). Dodatkowymi ograniczeniami są maksymalne ugięcie belki równe $u_{max} = 5\ \mathrm{mm}$ oraz maksymalne naprężanie $\sigma_{max} = 300\ \mathrm{MPa}$.

4. Algorytmy optymalizacji.

Problem wielokryterialny należy zamienić na problem jednokryterialny stosując metodę kryterium ważonego, tj. przyjąć:

$$f(\mathbf{x}) = w \cdot f_1(\mathbf{x}) + (1 - w) \cdot f_2(\mathbf{x})$$

gdzie: $w \in [0,1]$.

Do wyznaczenia minimum funkcji celu należy zastosować metodę Powella. Minimalizację na kierunku należy przeprowadzić metodą złotego podziału. Początkowy przedział należy wyznaczyć metodą ekspansji. Ograniczenia występujące w problemie rzeczywistym należy uwzględnić stosując zewnętrzną funkcję kary.

5. Zadanie do samodzielnego wykonania.

a. Testowa funkcja celu.

Zadanie polega na przeprowadzeniu 101 optymalizacji (dla $w = \{0, 0.01, 0.02, \dots, 1\}$) dla każdej wartości parametru a startując z losowego punktu początkowego. Wyniki należy zestawić w pliku xlsx w tabeli 1. Dla każdej wartości parametru a należy narysować wykres przedstawiający rozwiązania minimalne w sensie Pareto.

b. Problem rzeczywisty.

Zadanie polega na przeprowadzeniu 101 optymalizacji (dla $w = \{0, 0.01, 0.02, \dots, 1\}$) startując z losowego punktu początkowego. Wyniki należy zestawić w pliku xlsx w tabeli 2. Dodatkowo, należy narysować wykres przedstawiający rozwiązania minimalne w sensie Pareto.

6. Sprawozdanie.

Sprawozdanie powinno zostać przygotowane w formacie docx (lub doc) albo pdf i powinno zawierać parametry poszczególnych algorytmów, dyskusję wyników oraz wnioski. Dodatkowo, w sprawozdaniu należy umieścić kod zaimplementowanych metod, funkcję lab5 oraz funkcję wykorzystaną do obliczenia funkcji celu. Wyniki optymalizacji należy przygotować w formacie xlsx (lub xls).

Pseudokod metody Powella.

Dane wejściowe: punkt startowy $x^{(0)}$, dokładność $\varepsilon > 0$, maksymalna liczba wywołań funkcji celu N_{max}

```
i = 0
d_j^(0) = e^j, j = 1, 2, …, n
repeat
      p_0^(i) = x^(i)
      for j = 1 to n do
            wyznacz h_j^(i)
            p_j^(i) = p_{j-1}^(i) + h_j^(i)·d_j^(i)
      end for
      if ||p_n^(i) – x^(i)||_2 < ε then
            return x* = x^(i)
      end if
      for j = 1 to n – 1 do
            d_j^(i+1) = d_{j+1}^(i)
      end for
      d_n^(i+1) = p_n^(i) – p_0^(i)
      wyznacz h_{n+1}^(i)
      p_{n+1}^(i) = p_n^(i) + h_{n+1}^(i)·d_n^(i+1)
      x^(i+1) = p_{n+1}^(i)
      i = i + 1
until f_calls > N_max
return error
```