행렬식이란?

행렬식(Determinant)은 선형변환이 **공간을 얼마나 확대/축소하는가**를 나타내는 단일 숫자입니다.

기호:

```
det(A) 또는 |A|
```

핵심 아이디어: 면적의 스케일링

2차원에서:

선형변환을 적용했을 때, **면적이 얼마나 변하는가**를 측정합니다.

단위 정사각형:

```
기저벡터 î = [1, 0], ĵ = [0, 1]
면적 = 1
```

변환 후:

```
변환된 î, ĵ가 만드는 평행사변형
면적 = det(A)
```

왜 단위 정사각형만 보면 되는가?

선형변환은 **격자선을 평행하고 균등하게 유지**합니다.

- 모든 작은 정사각형이 같은 비율로 변환됨
- 한 정사각형의 면적 변화 = 전체 공간의 면적 변화
- 단위 정사각형의 면적 = 1이므로, det(A) = 변환 후 면적

행렬식의 값

det(A) > 1: 확대

```
M = [3  0]  det(M) = 6
    [0  2]
```

- 면적이 6배로 확대
- x방향 3배, y방향 2배
- 3 × 2 = 6

0 < det(A) < 1: 축소

```
M = [0.5   0  ]  det(M) = 0.25
    [0    0.5 ]
```

- 면적이 1/4로 축소
- 모든 방향 0.5배
- 0.5 × 0.5 = 0.25

det(A) = 0: 차원 축소

```
M = [1  2]  det(M) = 0
    [2  4]
```

- 2D 공간이 1D 직선으로 압축
- 모든 면적이 0으로
- 두 번째 열 = 2 × 첫 번째 열 (선형종속)

행렬식이 0인 경우의 의미

기하학적 의미:

- **공간의 차원 축소**
- 2D → 1D (직선) 또는 점
- 3D → 2D (평면), 1D (직선), 또는 점

대수적 의미:

- 행렬의 열벡터들이 **선형종속**
- 행렬이 **특이(singular)**
- **역행렬이 존재하지 않음**

왜 역행렬이 없는가?

- 차원을 축소한 변환은 되돌릴 수 없음
- 예: 2D → 1D 압축 후, 1D → 2D 복원 불가
- 어느 방향으로 퍼뜨려야 할지 알 수 없음

음수 행렬식

det(A) < 0의 의미:

방향(orientation)의 반전

2차원에서:

```
M = [1   2]  det(M) = -3
    [3  -1]
```

정상적인 방향:

- ĵ가 î의 **왼쪽**에 있음
- 반시계방향이 양의 방향

반전된 방향:

- ĵ가 î의 **오른쪽**으로 넘어감
- 공간이 "뒤집힘"
- 마치 종이를 뒤집어 놓은 것 같음

절대값:

- |det(A)| = 3
- 면적은 여전히 3배
- 부호는 방향 정보

음수 행렬식의 직관

î가 ĵ에 가까워지는 과정을 상상:

1. **처음:** î와 ĵ가 수직, det > 0
2. **가까워짐:** 면적 축소, det → 0^+
3. **일치:** î = ĵ 방향, det = 0
4. **넘어섬:** î가 ĵ를 지나침, det < 0
5. **계속 감소:** det가 음수로 더 작아짐

자연스러운 연속성:

- det가 0을 지나면서 음수로
- 방향 반전을 음수로 표현
- 수학적으로 우아한 표현

3차원에서의 행렬식

부피의 스케일링:

```
단위 큐브: î, ĵ, k̂로 만든 정육면체
부피 = 1

변환 후: 평행육면체(parallelepiped)
부피 = det(A)
```

3×3 행렬:

```
A = [a  b  c]
    [d  e  f]
    [g  h  i]

det(A) = 변환 후 단위 큐브의 부피
```

3차원에서의 방향

오른손 법칙 (Right-Hand Rule):

정상 방향 (det > 0):

1. 오른손 검지를 î 방향

2. 중지를 ĵ 방향
3. 엄지가 k̂ 방향을 가리킴

반전 방향 (det < 0):

- 변환 후 왼손을 사용해야 위 규칙이 성립
- 공간의 방향이 뒤집힘

행렬식 = 0인 3차원의 경우

가능한 상황들:

1. **3D → 2D (평면):**
   - rank = 2
   - 세 기저벡터가 한 평면에
   - 예: z = 0 평면
2. **3D → 1D (직선):**
   - rank = 1
   - 세 기저벡터가 한 직선에
3. **3D → 점:**
   - rank = 0
   - 모두 원점으로

행렬식 계산 공식

2×2 행렬

```
det([a  b]) = ad - bc
    [c  d]
```

기하학적 유도:

평행사변형의 넓이:

```
밑변 × 높이 = (변환된 î의 길이) × (변환된 ĵ의 수직 성분)
```

하지만 공식 암기보다는 **의미 이해**가 중요!

3×3 행렬

```
det([a  b  c]) = a·det([e  f]) - b·det([d  f]) + c·det([d  e])
    [d  e  f]          [h  i]          [g  i]          [g  h]
    [g  h  i]
```

사루스 규칙 (Rule of Sarrus) 등 여러 방법이 있지만, 계산 자체는 본질이 아닙니다.

중요한 것:

- 계산 방법 < 기하학적 의미
- 컴퓨터가 계산해줌

- 우리는 개념 이해가 중요

행렬식의 중요한 성질들

성질 1: 곱의 행렬식

```
det(AB) = det(A) × det(B)
```

기하학적 증명:

1. **B 적용:** 면적이 det(B)배로
2. **A 적용:** 그 면적이 다시 det(A)배로
3. **전체:** det(B) × det(A) = det(A) × det(B)

주의:

- AB ≠ BA (일반적으로)
- 하지만 det(AB) = det(BA) (항상)

성질 2: 항등 행렬

```
det(I) = 1
```

- 아무 변화 없음
- 면적/부피 유지

성질 3: 역행렬

```
det(A⁻¹) = 1/det(A)  (det(A) ≠ 0일 때)
```

이유:

```
AA⁻¹ = I
det(AA⁻¹) = det(I) = 1
det(A) × det(A⁻¹) = 1
det(A⁻¹) = 1/det(A)
```

성질 4: 전치 행렬

```
det(Aᵀ) = det(A)
```

특별한 변환들의 행렬식

회전:

```
det(회전 행렬) = 1
```

- 면적/부피 보존

- 방향도 보존

반사:

```
det(반사 행렬) = -1
```

- 면적/부피 보존
- 방향 반전

전단(Shear):

```
M = [1  k]  det(M) = 1
    [0  1]
```

- 평행사변형으로 변형
- 하지만 면적 보존!
- 밑변 × 높이 불변

스케일링:

```
M = [s₁  0 ]  det(M) = s₁ × s₂
    [0   s₂]
```

- 각 축 방향 독립적 스케일
- 면적 = 곱

행렬식의 응용

1. 역행렬 존재 여부:

```
det(A) ≠ 0  ⟺  A가 가역
det(A) = 0  ⟺  A가 특이
```

2. 선형 시스템 해의 존재:

```
Ax = b

det(A) ≠ 0: 유일해 존재
det(A) = 0: 해 없음 또는 무수히 많은 해
```

3. 면적/부피 계산:

- 평행사변형/평행육면체 부피
- 좌표계 변환 시 적분 변환

4. 특성 다항식:

```
det(A - λI) = 0
```

- 고유값 계산 (14장)

5. 외적 (Cross Product):

- 3차원 벡터의 외적
- 행렬식과 깊은 연관 (11장)

행렬식의 한계

계산 복잡도:

- n×n 행렬: O(n!) (정의대로)
- 실제로는 LU 분해 등으로 $O(n^3)$

고차원:

- 직관이 어려움
- 하지만 수학적 정의는 동일

하지만:

- 개념적으로 매우 중요
- 많은 이론의 기반
- 기하학적 의미가 명확

핵심 직관 정리

1. **행렬식 = 스케일링 계수**
    - 2D: 면적이 몇 배?
    - 3D: 부피가 몇 배?
2. **부호 = 방향**
    - 양수: 방향 유지
    - 음수: 방향 반전
    - 0: 차원 축소
3. **det = 0 ⟺ 특이**
    - 선형종속
    - 역행렬 없음
    - 공간 압축
4. **det(AB) = det(A)det(B)**
    - 스케일링의 합성
    - 교환법칙 성립 (행렬식에 대해)
5. **공식 < 의미**
    - 계산은 컴퓨터가
    - 우리는 기하학적 이해

실전 예제

예제 1:

```
M = [2  0]  det(M) = 2 × 2 = 4
    [0  2]
```

모든 면적 4배 확대

예제 2:

```
M = [1  1]  det(M) = 1 × 1 - 1 × 0 = 1
    [0  1]
```

전단 변환, 면적 보존

예제 3:

```
M = [3  6]  det(M) = 3×2 - 6×1 = 0
    [1  2]
```

차원 축소, 직선으로 압축

예제 4:

```
M = [0  1]  det(M) = 0×0 - 1×1 = -1
    [1  0]
```

90도 회전 + 반사, 면적 유지, 방향 반전

---

2. 퀴즈

문제 1

행렬식(determinant)의 기하학적 의미를 2차원과 3차원에서 각각 설명하시오. 왜 단위 정사각형(2D) 또는 단위 큐브(3D)의 변환만 보면 전체 공간의 변화를 알 수 있는지 서술하시오.

문제 2

다음 행렬의 행렬식을 계산하고, 각각의 기하학적 의미를 설명하시오:

```
(a) M₁ = [4  0]
         [0  3]

(b) M₂ = [1  2]
         [2  4]

(c) M₃ = [1   1]
         [0  -1]
```

각 경우에 공간이 어떻게 변환되는지, 면적이 어떻게 변하는지, 방향은 어떻게 되는지 서술하시오.

문제 3

행렬식이 0인 것이 왜 중요한지 설명하시오. det(A) = 0일 때: (a) 기하학적으로 무엇을 의미하는가? (b) 행렬의 열벡터들과 어떤 관계가 있는가? (c) 역행렬 존재 여부와 어떤 관계가 있는가?

문제 4

행렬식의 부호(양수/음수)가 나타내는 "방향(orientation)"의 개념을 설명하시오. 특히: (a) 2차원에서 음수 행렬식이 의미하는 것은 무엇인가? (b) î가 ĵ에 가까워지다가 넘어서는 과정에서 행렬식이 어떻게 변하는지 설명하시오. (c) 3차원에서 오른손 법칙을 사용하여 방향을 판단하는 방법을 서술하시오.

문제 5

det(AB) = det(A) × det(B)라는 성질을 변환의 합성 관점에서 기하학적으로 증명하시오. 그리고 이것이 왜 AB ≠ BA이지만 det(AB) = det(BA)인지 설명하시오.

---

3. 퀴즈 답

문제 1 답안

행렬식의 기하학적 의미:

2차원 (2×2 행렬):

행렬식은 선형변환이 **면적을 몇 배로 확대/축소하는가**를 나타냅니다.

단위 정사각형:

```
기저벡터 î = [1, 0], ĵ = [0, 1]로 만든 정사각형
면적 = 1 × 1 = 1
```

변환 후:

```
변환된 î, ĵ가 만드는 평행사변형
면적 = det(A)
```

예를 들어, det(A) = 3이면 모든 면적이 3배로 확대됩니다.

3차원 (3×3 행렬):

행렬식은 선형변환이 **부피를 몇 배로 확대/축소하는가**를 나타냅니다.

단위 큐브:

```
기저벡터 î = [1,0,0], ĵ = [0,1,0], k̂ = [0,0,1]로 만든 정육면체
부피 = 1 × 1 × 1 = 1
```

변환 후:

```
변환된 î, ĵ, k̂가 만드는 평행육면체
부피 = det(A)
```

왜 단위 정사각형/큐브만 보면 충분한가?

핵심 원리: 선형변환의 균일성

선형변환은 다음을 보존합니다:

1. **직선은 직선으로 유지**
2. **격자선이 평행하고 균등하게 유지**

결과:

- 모든 작은 정사각형(큐브)이 **같은 비율**로 변환됨
- 한 정사각형의 면적 변화 = 모든 정사각형의 면적 변화

시각적 설명:

공간을 작은 격자 정사각형들로 나눕니다:

```
□ □ □ □
□ □ □ □
□ □ □ □
```

변환 후:

```
▱ ▱ ▱ ▱
▱ ▱ ▱ ▱
▱ ▱ ▱ ▱
```

- 모든 정사각형이 같은 모양의 평행사변형으로
- 각 평행사변형의 면적 = det(A) × (원래 정사각형 면적)

임의의 면적/부피:

임의의 형태도 아주 작은 격자들로 근사 가능:

```
면적(변환 후) = det(A) × 면적(변환 전)
```

단위 정사각형/큐브의 특별함:

면적/부피 = 1이므로:

```
det(A) = 변환 후 면적/부피
```

직접 행렬식 값이 나옴!

결론: 단위 정사각형/큐브를 보는 것만으로 전체 공간의 스케일링을 알 수 있으며, 이것이 행렬식의 정의입니다.

문제 2 답안

(a) M_1 = [4 0] [0 3]

행렬식 계산:

```
det(M₁) = 4 × 3 - 0 × 0 = 12
```

기하학적 의미:

변환:

- $\hat{\imath}$ = [1, 0] → [4, 0] (x축 방향 4배)
- $\hat{\jmath}$ = [0, 1] → [0, 3] (y축 방향 3배)

공간 변화:

- 각 축 독립적 스케일링
- 정사각형 → 직사각형
- x 방향 4배, y 방향 3배

면적 변화:

- 모든 면적 12배로 확대
- 4 × 3 = 12

방향:

- det > 0이므로 방향 유지
- $\hat{\jmath}$가 여전히 $\hat{\imath}$의 왼쪽

(b) M_2 = [1 2] [2 4]

행렬식 계산:

```
det(M₂) = 1 × 4 - 2 × 2 = 4 - 4 = 0
```

기하학적 의미:

변환:

- $\hat{\imath}$ = [1, 0] → [1, 2]
- $\hat{\jmath}$ = [0, 1] → [2, 4] = 2 × [1, 2]

공간 변화:

- **차원 축소!**
- 2D 평면 전체가 1D 직선으로 압축
- 두 기저벡터가 같은 방향 (선형종속)

면적 변화:

- 모든 면적이 0으로
- 평행사변형이 직선으로 찌그러짐

방향:

- det = 0이므로 방향 개념 상실
- 차원이 낮아짐

중요:

- 역행렬 없음 (특이 행렬)
- 정보 손실 발생

(c) M_3 = [1 1] [0 -1]

행렬식 계산:

```
det(M₃) = 1 × (−1) − 1 × 0 = −1
```

기하학적 의미:

변환:

- î = [1, 0] → [1, 0] (그대로)
- ĵ = [0, 1] → [1, -1]

공간 변화:

- 전단 + 반사의 조합
- ĵ가 오른쪽-아래로 이동
- 정사각형 → 평행사변형

면적 변화:

- |det| = 1이므로 면적 보존
- 크기는 그대로

방향:

- det < 0이므로 **방향 반전**
- ĵ가 î의 **오른쪽**으로 넘어감
- 공간이 뒤집힘 (종이 뒷면 보기)

시각화:

- 변환 전: ĵ가 î의 왼쪽 (반시계방향)
- 변환 후: ĵ가 î의 오른쪽 (시계방향)
- orientation inversion!

문제 3 답안

det(A) = 0의 중요성:

행렬식이 0이라는 것은 선형대수에서 매우 중요한 **특이점(singularity)**을 나타냅니다.

(a) 기하학적 의미:

차원 축소 (Dimensional Collapse)

2차원의 경우:

- 2D 평면 전체 → 1D 직선 또는 점
- 모든 벡터가 한 직선 위로 압축
- 면적 = 0

3차원의 경우:

- 3D 공간 → 2D 평면, 1D 직선, 또는 점
- 부피 = 0

시각적 이미지:

```
변환 전:      변환 후 (det = 0):
□ □ □         ━━━━━
□ □ □   →     ━━━━━   (직선으로 압축)
□ □ □         ━━━━━
```

물리적 비유:

- 3D 물체를 평평하게 눌러서 종이처럼 만듦
- 또는 더 눌러서 선으로
- 부피가 0으로

(b) 열벡터들과의 관계:

선형종속 (Linear Dependence)

det(A) = 0 ⟺ A의 열벡터들이 선형종속

2×2 예시:

```
A = [a  c]
    [b  d]

det(A) = ad - bc = 0
⟹ ad = bc
⟹ [c, d] = (c/a)[a, b]  (a ≠ 0일 때)
```

두 번째 열이 첫 번째 열의 스칼라 배수!

일반적:

- 어떤 열이 다른 열들의 선형결합
- 중복 정보
- 새로운 차원을 추가하지 못함

기하학적 연결:

- 선형종속 → 같은 직선/평면에 있음
- → span이 전체 공간을 채우지 못함
- → 차원 축소
- → det = 0

(c) 역행렬 존재 여부:

det(A) = 0 ⟺ A^{-1}이 존재하지 않음

왜 역행렬이 없는가?

1. 함수 관점:

```
f(x) = Ax
```

det(A) = 0이면 f는 **전사 함수(surjection)가 아님**:

- 출력이 낮은 차원 부분공간에만 존재
- 전체 공간의 모든 점에 도달 못함
- 따라서 역함수가 정의 불가

2. 정보 손실:

```
2D → 1D 압축
```

- 무수히 많은 2D 점들이 같은 1D 점으로
- 예: 직선 위의 한 점 ← 직선에 수직인 무한히 많은 점들
- 역변환 시 어느 것으로 돌아가야 할지 알 수 없음
- **일대일 대응 불가**

3. 수학적:

```
AA⁻¹ = I
det(AA⁻¹) = det(I) = 1
det(A) × det(A⁻¹) = 1

det(A) = 0이면:
0 × det(A⁻¹) = 1
```

모순! 따라서 A^{-1} 존재 불가

실용적 의미:

선형 시스템 Ax = b:

- det(A) ≠ 0: 유일해 $x = A^{-1}b$
- det(A) = 0: 해 없음 또는 무수히 많은 해

결론:

det(A) = 0은 다음을 모두 의미:

1. 차원 축소
2. 선형종속
3. 역행렬 없음
4. 특이 행렬

이 모든 개념이 하나로 연결됩니다!

문제 4 답안

행렬식의 부호와 방향(Orientation):

(a) 2차원에서 음수 행렬식의 의미:

방향 반전 (Orientation Inversion)

정상 방향 (det > 0):

```
ĵ
↑
|
└──→ î
```

- ĵ가 î의 **왼쪽**
- 반시계방향이 양의 방향
- 오른손 법칙 (2D 버전)

반전 방향 (det < 0):

```
î
↑
|
└──→ ĵ
```

- ĵ가 î의 **오른쪽**로 넘어감
- 시계방향
- 공간이 "뒤집힘"

종이 비유:

- 2D 평면을 종이 한 장으로 생각
- det < 0 = 종이를 뒤집어 뒷면 보기

- 기저벡터의 순서가 바뀜

절대값:

- |det(A)| = 면적 스케일링 계수
- 부호 = 방향 정보

예시:

```
M = [1  0]  det = -1
    [0 -1]

y축 반사: î 그대로, ĵ → -ĵ
방향 반전, 면적 보존
```

(b) î가 ĵ에 가까워지다 넘어서는 과정:

연속적 변화 상상:

1단계: 시작 (det > 0)

```
    ĵ          면적 = 1
    ↑          det = 1
    |
    └──→ î
```

2단계: 가까워짐 (det → 0^+)

```
    ĵ
   ↗           면적 축소
  /            det = 0.5 (예시)
 └──→ î
```

- 평행사변형이 좁아짐
- 면적 감소
- det는 양수이지만 0으로 접근

3단계: 일치 (det = 0)

```
   ĵ, î
  ╱             면적 = 0
 /             det = 0
```

- 두 벡터가 같은 방향
- 평행사변형이 직선으로
- 차원 축소

4단계: 넘어섬 (det < 0 시작)

```
   î
  ⁄ ĵ           면적 회복, 하지만...
 /              det = -0.5 (예시)
```

- î가 ĵ를 넘어섬
- ĵ가 이제 오른쪽에
- **방향 반전!**
- det가 음수로

5단계: 계속 이동 (det < 0 증가)

```
   î
  /  ĵ          면적 증가
 /   ↓          det = -1 (예시)
```

- 면적 계속 증가
- det가 음수로 더 작아짐 (-2, -3, ...)

자연스러운 연속성:

det의 변화: ... → 1 → 0.5 → 0 → -0.5 → -1 → ...

- 0을 경계로 연속적
- 음수는 방향 정보를 자연스럽게 담음
- 수학적으로 우아함

(c) 3차원에서 오른손 법칙:

정상 방향 판단 (det > 0):

오른손 사용:

1. **검지:** î 방향으로 향함
2. **중지:** ĵ 방향으로 향함 (검지와 수직)
3. **엄지:** 자연스럽게 k̂ 방향을 가리킴

```
    k̂ (엄지)
    ↑
    |
    |  ĵ (중지)
    | ↗
    |/
    └──→ î (검지)
```

변환 후에도:

- 오른손으로 같은 동작이 가능하면 det > 0
- 방향이 보존됨

반전 방향 판단 (det < 0):

변환 후:

- 오른손으로는 불가능
- **왼손으로만** 위 규칙 성립
- 공간의 "거울상"
- det < 0

예시:

```
반사 변환: [1  0  0]  det = -1
          [0  1  0]
          [0  0 -1]

z축 반사: k̂ → -k̂
왼손 법칙으로 바뀜
```

실용적 판단:

변환 행렬 A의 det를 계산:

- det(A) > 0: 오른손 법칙 유지
- det(A) < 0: 왼손 법칙으로 변환
- det(A) = 0: 방향 개념 상실 (차원 축소)

문제 5 답안

det(AB) = det(A) × det(B)의 기하학적 증명:

명제: 두 변환의 합성의 행렬식 = 각 변환 행렬식의 곱

기하학적 증명:

설정:

- A: m×m 행렬 (스케일링 계수 = det(A))
- B: m×m 행렬 (스케일링 계수 = det(B))
- AB: 합성 변환 (먼저 B, 그 다음 A)

단위 정사각형/큐브로 시작:

- 초기 면적/부피 = 1

1단계: B 적용

```
면적/부피 = 1 × det(B) = det(B)
```

- B가 공간을 변환
- 모든 면적/부피가 det(B)배로

2단계: A 적용 (이미 변환된 공간에)

```
면적/부피 = det(B) × det(A) = det(A) · det(B)
```

핵심 통찰:

- A를 적용할 때 **이미 det(B)배 된 공간**에 작용
- A는 그 공간을 다시 det(A)배로
- 총 스케일링 = det(B) × det(A)

중요한 점: A의 스케일링 계수는 **어떤 공간에 작용하든** 동일합니다:

- 원래 공간의 면적을 det(A)배로
- B로 변환된 공간의 면적도 det(A)배로
- 선형변환의 균일성!

따라서:

```
det(AB) = det(A) · det(B)
```

시각적 예:

```
단위 정사각형 (면적 1)
     ↓ B 적용 (det(B) = 2)
평행사변형 (면적 2)
     ↓ A 적용 (det(A) = 3)
최종 도형 (면적 6)

det(AB) = 6 = 3 × 2 = det(A) × det(B) ✓
```

왜 AB ≠ BA이지만 det(AB) = det(BA)인가?

행렬 곱셈: 교환법칙 불성립

AB ≠ BA (일반적으로)

이유:

- 변환 순서가 다름
- "B 다음 A" ≠ "A 다음 B"
- 최종 결과가 다른 변환

예:

```
A = 회전 90도
B = x축 2배 확대

AB: 확대 후 회전 ≠ BA: 회전 후 확대
```

행렬식: 교환법칙 성립

det(AB) = det(BA) (항상)

증명:

```
det(AB) = det(A) · det(B)  (위에서 증명)
det(BA) = det(B) · det(A)  (같은 논리)

곱셈의 교환법칙: det(A) · det(B) = det(B) · det(A)

따라서: det(AB) = det(BA) ✓
```

기하학적 직관:

핵심: 행렬식은 **최종 스케일링 계수**만 측정합니다.

AB의 경우:

- B가 det(B)배로
- 그 결과를 A가 det(A)배로
- 총: det(A) × det(B)배

BA의 경우:

- A가 det(A)배로
- 그 결과를 B가 det(B)배로
- 총: det(B) × det(A)배

같은 이유: 곱셈에서 순서는 중요하지 않음:

- 3 × 2 = 2 × 3 = 6
- det(A) × det(B) = det(B) × det(A)

비유:

- 순서는 다르지만
- 최종적으로 얼마나 커졌는가/작아졌는가는 동일
- "2배 한 후 3배" = "3배 한 후 2배" = 6배

결론:

- **변환 자체** (AB vs BA): 순서 중요, 다른 결과
- **스케일링 정도** (det(AB) vs det(BA)): 순서 무관, 같은 결과

이것이 det(AB) = det(BA)이지만 AB ≠ BA인 이유입니다!