

105 年國中教育會考

南一書局 敬贈

數學科題本

一、選擇題（1-25 題）

() 1. $x = -3$ ， $y = 1$ 為下列哪一個二元一次方程式的解？

(A) $x + 2y = -1$

(B) $x - 2y = 1$

(C) $2x + 3y = 6$

(D) $2x - 3y = -6$

【答案】A

【出處】南一版第 2 冊第 1 章

【解析】(A) $x + 2y = (-3) + 2 \times 1 = -3 + 2 = -1$

(B) $x - 2y = (-3) - 2 \times 1 = -3 - 2 = -5 \neq 1$

(C) $2x + 3y = 2 \times (-3) + 3 \times 1 = -6 + 3 = -3 \neq 6$

(D) $2x - 3y = 2 \times (-3) - 3 \times 1 = -6 - 3 = -9 \neq -6$

故選(A)

() 2. 算式 $[-5 - (-11)] \div (\frac{3}{2} \times 4)$ 之值為何？

(A) 1 (B) 16

(C) $-\frac{8}{3}$ (D) $-\frac{128}{3}$

【答案】A

【出處】南一版第 1 冊第 2 章

【解析】原式 $= (-5 + 11) \div 6 = \frac{6}{6} = 1$

故選(A)

() 3. 計算 $(2x+1)(x-1)-(x^2+x-2)$ 的結果，與下列哪一個式子相同？

(A) x^2-2x+1

(B) x^2-2x-3

(C) x^2+x-3

(D) x^2-3

【答案】A

【出處】南一版第3冊第1章

【解析】原式 $= 2x^2 - 2x + x - 1 - x^2 - x + 2$

$$= (2x^2 - x^2) + [(-2x) + x - x] + [(-1) + 2]$$

$$= x^2 - 2x + 1$$

故選(A)

() 4. 如圖(一)，已知扇形 AOB 的半徑為 10 公分，圓心角為 54° ，則此扇形面積為多少平方公分？

(A) 100π

(B) 20π

(C) 15π

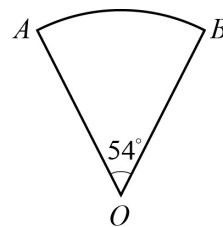
(D) 5π

【答案】C

【出處】南一版第4冊第2章

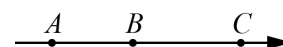
【解析】所求 $= 10 \times 10 \times \pi \times \frac{54}{360} = 100\pi \times \frac{3}{20} = 15\pi$

故選(C)



圖(一)

- () 5. 圖(二)數線上的 A 、 B 、 C 三點所表示的數分別為 a 、 b 、 c 。
若 $|a-b|=3$ ， $|b-c|=5$ ，且原點 O 與 A 、 B 的距離分別為 4、1，則關於 O 的位置，下列敘述何者正確？



圖(二)

- (A) 在 A 的左邊
(B) 介於 A 、 B 之間
(C) 介於 B 、 C 之間
(D) 在 C 的右邊

【答案】C

【出處】南一版第 1 冊第 1 章

【解析】 $\because |a-b|=3 \quad \therefore \overline{AB}=3$

$\because |b-c|=5 \quad \therefore \overline{BC}=5$

又 $\overline{OA}=4$ ， $\overline{OB}=1$

若 O 點在 A 點右方 4 單位，則 $\overline{OB}=1$ 且 O 位於 B 、 C 之間。

若 O 點在 A 點左方 4 單位，則 $\overline{OB}=7$ (不合)。

$\therefore O$ 點介於 B 、 C 之間

故選(C)

- () 6. 多項式 $77x^2-13x-30$ 可因式分解成 $(7x+a)(bx+c)$ ，其中 a 、 b 、 c 均為整數，求 $a+b+c$ 之值為何？

- (A) 0
(B) 10
(C) 12
(D) 22

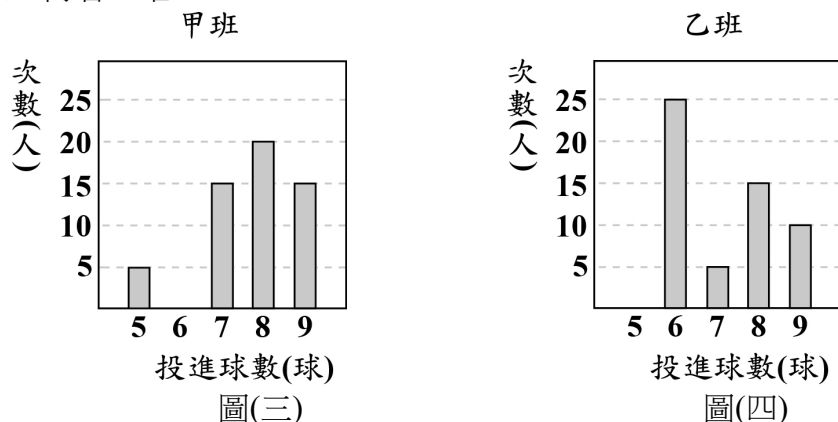
【答案】C

【出處】南一版第 3 冊第 3 章

【解析】用十字交乘法因式分解 $77x^2-13x-30$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc} 7x & -5 \\ 11x & 6 \end{array} \\
 \hline
 -55x + 42x = -13x \\
 \Rightarrow 77x^2 - 13x - 30 = (7x - 5)(11x + 6) \\
 \Rightarrow a = -5, b = 11, c = 6 \\
 \therefore a + b + c = -5 + 11 + 6 = 12 \\
 \text{故選(C)}
 \end{array}$$

- () 7. 圖(三)、圖(四)分別為甲、乙兩班學生參加投籃測驗的投進球數長條圖。若甲、乙兩班學生的投進球數的眾數分別為 a 、 b ；中位數分別為 c 、 d ，則下列關於 a 、 b 、 c 、 d 的大小關係，何者正確？



- (A) $a > b, c > d$ (B) $a > b, c < d$
 (C) $a < b, c > d$ (D) $a < b, c < d$

【答案】A

【出處】南一版第6冊第3章

【解析】甲班學生投進球數的眾數為8 $\Rightarrow a=8$

乙班學生投進球數的眾數為6 $\Rightarrow b=6$

$$\therefore \frac{5+15+20+15}{2} = 27.5$$

\therefore 甲班學生投進球數的中位數在第28位

又 $5+15=20$ 且 $5+15+20=40$ $\therefore c=8$

$$\therefore \frac{25+5+15+10}{2} = 27.5$$

\therefore 乙班學生投進球數的中位數在第28位

又 $25+5=30$ $\therefore d=7$

$\therefore a > b, c > d$

故選(A)

- () 8. 如圖(五)，有一平行四邊形 $ABCD$ 與一正方形 $CEFG$ ，其中 E 點在 \overline{AD} 上。若 $\angle ECD=35^\circ$ ， $\angle AEF=15^\circ$ ，則 $\angle B$ 的度數為何？

- (A) 50 (B) 55 (C) 70 (D) 75

【答案】C

【出處】南一版第4冊第4章

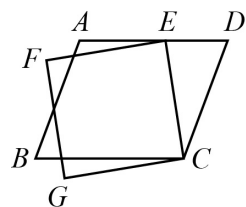
【解析】 $\because CEFG$ 為正方形 $\therefore \angle FEC=90^\circ$

$$\Rightarrow \angle CED=180^\circ-15^\circ-90^\circ=75^\circ$$

$$\text{又 } \triangle CDE \text{ 中, } \angle D=180^\circ-75^\circ-35^\circ=70^\circ$$

\therefore 平行四邊形對角相等 $\therefore \angle B=\angle D=70^\circ$

故選(C)



圖(五)

- () 9. 小昱和阿帆均從同一本書的第 1 頁開始，逐頁依順序在每一頁上寫一個數。小昱在第 1 頁寫 1，且之後每一頁寫的數均為他在前一頁寫的數加 2；阿帆在第 1 頁寫 1，且之後每一頁寫的數均為他在前一頁寫的數加 7。若小昱在某頁寫的數為 101，則阿帆在該頁寫的數為何？

(A) 350

(B) 351

(C) 356

(D) 358

【答案】B

【出處】南一版第 4 冊第 1 章

【解析】設小昱在第 n 頁寫的數為 $1+2(n-1)$

且阿帆在第 n 頁寫的數為 $1+7(n-1)$

若 $1+2(n-1)=101$

$\Rightarrow 2(n-1)=100$

$\Rightarrow n-1=50$

$\Rightarrow n=51$

則阿帆在第 51 頁寫的數為 $1+7(51-1)=351$

故選(B)

- () 10. 甲箱內有 4 顆球，顏色分別為紅、黃、綠、藍；乙箱內有 3 顆球，顏色分別為紅、黃、黑。小賴打算同時從甲、乙兩個箱子中各抽出一顆球，若同一箱中每球被抽出的機會相等，則小賴抽出的兩顆球顏色相同的機率為何？

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{6}$

(C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{7}{12}$

【答案】B

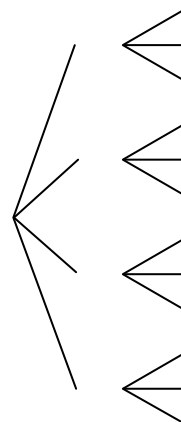
【出處】南一版第 6 冊第 3 章

【解析】共有 $4 \times 3 = 12$ 種可能，

其中兩顆球顏色相同者有 (紅, 紅)、(黃, 黃) 2 種

\Rightarrow 所求 $= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

故選(B)



- () 11. 坐標平面上有一個二元一次方程式的圖形，此圖形通過 $(-3, 0)$ 、 $(0, -5)$ 兩點。判斷此圖形與下列哪一個方程式的圖形的交點在第三象限？

(A) $x-4=0$

(B) $x+4=0$

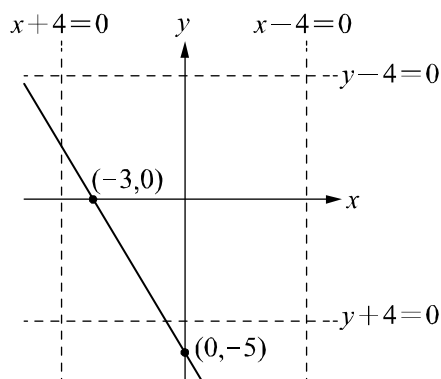
(C) $y-4=0$

(D) $y+4=0$

【答案】D

【出處】南一版第2冊第2章

【解析】



由圖可知選(D)

- () 12. 如圖(六)， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 兩點分別在 \overline{AC} 、 \overline{BC} 上， \overline{DE} 為 \overline{BC} 的中垂線， \overline{BD} 為 $\angle ADE$ 的角平分線。若 $\angle A = 58^\circ$ ，則 $\angle ABD$ 的度數為何？

(A) 58

(B) 59

(C) 61

(D) 62

【答案】D

【出處】南一版第4冊第3章

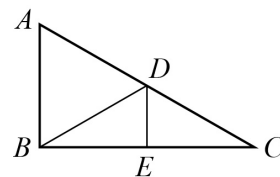
【解析】 $\because \overline{DE}$ 為 \overline{BC} 的中垂線

$$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDE, \angle BDE = \angle CDE$$

又 \overline{BD} 為 $\angle ADE$ 的角平分線

$$\therefore \angle ADB = \angle BDE = \angle CDE = 60^\circ$$

$$\angle ABD = 180^\circ - 58^\circ - 60^\circ = 62^\circ$$



圖(六)

- () 13. 若一正方形的面積為 20 平方公分，周長為 x 公分，則 x 的值介於下列哪兩個整數之間？

- (A) 16, 17
(B) 17, 18
(C) 18, 19
(D) 19, 20

【答案】B

【出處】南一版第 3 冊第 2 章

【解析】 $(\frac{x}{4})^2 = 20, x^2 = 320$

$$289 < x^2 < 324$$

$$\Rightarrow 17 < x < 18$$

故選(B)

- () 14. 如圖(七)，圓 O 通過五邊形 $OABCD$ 的四個頂點。

若 $\angle ABD = 150^\circ$ ， $\angle A = 65^\circ$ ， $\angle D = 60^\circ$ ，則 \widehat{BC} 的度數為何？

- (A) 25
(B) 40
(C) 50
(D) 55

【答案】B

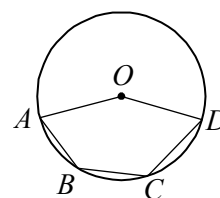
【出處】南一版第 5 冊第 2 章

【解析】連接 \overline{BO} 、 \overline{CO}

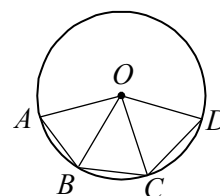
$$\angle AOB = \angle AOB = 180^\circ - 65^\circ \times 2 = 50^\circ$$

$$\angle COD = \angle COD = 180^\circ - 60^\circ \times 2 = 60^\circ$$

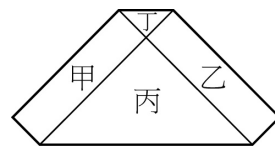
$$\widehat{BC} = \angle ABD - \angle AOB - \angle COD = 150^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 40^\circ$$



圖(七)



- () 15. 圖(八)的六邊形是由甲、乙兩個長方形和丙、丁兩個等腰直角三角形所組成，其中甲、乙的面積和等於丙、丁的面積和。若丙的一股長為 2，且丁的面積比丙的面積小，則丁的一股長為何？



圖(八)

- (A) $\frac{1}{2}$
 (B) $\frac{3}{5}$
 (C) $2 - \sqrt{3}$
 (D) $4 - 2\sqrt{3}$

【答案】D

【出處】南一版第 3 冊第 4 章

【解析】設丁的一股長為 x ，且 $x < 2$ 。

由甲的面積 + 乙的面積 = 丙的面積 + 丁的面積

$$\Rightarrow 2x + 2x = \frac{1}{2} \times 2^2 + \frac{1}{2} \times x^2$$

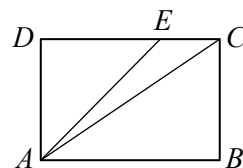
$$\Rightarrow x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = 4 \pm 2\sqrt{3}$$

$$\text{又 } x < 2 \quad \therefore x = 4 - 2\sqrt{3}$$

故選(D)

- () 16. 圖(九)的矩形 $ABCD$ 中， E 點在 \overline{CD} 上，且 $\overline{AE} < \overline{AC}$ 。若 P 、 Q 兩點分別在 \overline{AD} 、 \overline{AE} 上， $\overline{AP} : \overline{PD} = 4 : 1$ ， $\overline{AQ} : \overline{QE} = 4 : 1$ ，直線 PQ 交 \overline{AC} 於 R 點，且 Q 、 R 兩點到 \overline{CD} 的距離分別為 q 、 r ，則下列關係何者正確？



圖(九)

- (A) $q < r$ ， $\overline{QE} = \overline{RC}$
 (B) $q < r$ ， $\overline{QE} < \overline{RC}$
 (C) $q = r$ ， $\overline{QE} = \overline{RC}$
 (D) $q = r$ ， $\overline{QE} < \overline{RC}$

【答案】D

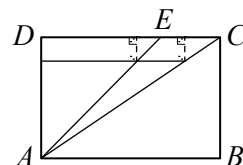
【出處】南一版第 5 冊第 1 章

【解析】 $\because \overline{AP} : \overline{PD} = \overline{AQ} : \overline{QE} = 4 : 1$

$$\therefore \overline{PQ} \parallel \overline{CD}, q = r$$

$$\overline{QE} = \frac{1}{5} \overline{AE} < \frac{1}{5} \overline{AC} = \overline{RC}$$

故選(D)



- () 17. 已知 a 、 b 、 c 為三正整數，且 a 、 b 的最大公因數為 12， a 、 c 的最大公因數為 18。若 a 介於 50 與 100 之間，則下列敘述何者正確？

- (A) 8 是 a 的因數，8 是 b 的因數
 (B) 8 是 a 的因數，8 不是 b 的因數
 (C) 8 不是 a 的因數，8 是 c 的因數
 (D) 8 不是 a 的因數，8 不是 c 的因數

【答案】B

【出處】南一版第 1 冊第 2 章

【解析】 $(a, b) = 2^2 \times 3$ ， $(a, c) = 2 \times 3^2$

設 $a = 2^2 \times 3^2 \times k$ 又 a 介於 50 與 100 之間

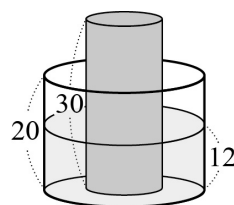
$$\therefore k = 2, a = 2^3 \times 3^2$$

$\therefore b = 2^2 \times 3 \times m$ ， m 不是 2 的倍數也不是 3 的倍數

$c = 2 \times 3^2 \times n$ ， n 不是 2 的倍數

故選(B)

- () 18. 如圖(十)，有一內部裝有水的直圓柱形水桶，桶高 20 公分；另有一直圓柱形的實心鐵柱，柱高 30 公分，直立放置於水桶底面上，水桶內的水面高度為 12 公分，且水桶與鐵柱的底面半徑比為 2：1。今小賢將鐵柱移至水桶外部，過程中水桶內的水量未改變，若不計水桶厚度，則水桶內的水面高度變為多少公分？



圖(十)

- (A) 4.5
 (B) 6
 (C) 8
 (D) 9

【答案】D

【出處】南一版第 6 冊第 2 章

【解析】底面半徑比為 2：1 \Rightarrow 底面面積比為 4：1

設水桶底面積為 $4A$ ，鐵柱底面積為 A

鐵柱取出後水面高度 x

利用水量不變， $4A \times 12 - A \times 12 = 4A \times x$

$$36A = 4Ax, x = 9$$

故選(D)

- () 19. 表(一)為小潔打算在某電信公司購買一支 MAT 手機與搭配一個門號的兩種方案。此公司每個月收取通話費與月租費的方式如下：若通話費超過月租費，只收通話費；若通話費不超過月租費，只收月租費。若小潔每個月的通話費均為 x 元， x 為 400 到 600 之間的整數，則在不考慮其他費用並使用兩年的情況下， x 至少為多少才會使得選擇乙方案的總花費比甲方案便宜？

表(一)

	甲方案	乙方案
門號的月租費(元)	400	600
<u>MAT</u> 手機價格(元)	15000	13000

(A) 500

(B) 516

(C) 517

(D) 600

【答案】C

【出處】南一版第 2 冊第 5 章

【解析】 $24x + 15000 > 600 \times 24 + 13000$

$$24x > 12400$$

$$x > 516\frac{2}{3}$$

- () 20. 如圖(十一)，以矩形 $ABCD$ 的 A 為圓心， \overline{AD} 長為半徑畫弧，交 \overline{AB} 於 F 點；再以 C 為圓心， \overline{CD} 長為半徑畫弧，交 \overline{AB} 於 E 點。若 $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{CD} = \frac{17}{3}$ ，則 \overline{EF} 的長度為何？

(A) 2

(B) 3

(C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{7}{3}$

【答案】A

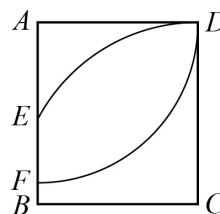
【出處】南一版第 4 冊第 2 章

【解析】 $\overline{BE} = \sqrt{\left(\frac{17}{3}\right)^2 - 5^2} = \frac{8}{3}$

$$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = \frac{17}{3} - \frac{8}{3} = 3$$

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 5$$

$$\overline{EF} = \overline{AF} - \overline{AE} = 5 - 3 = 2$$



圖(十一)

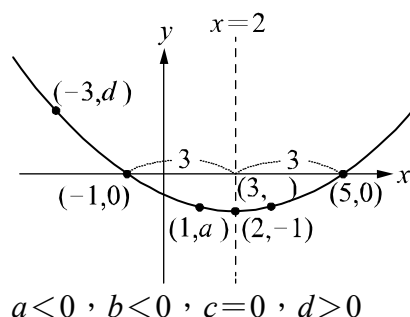
- () 21. 坐標平面上，某二次函數圖形的頂點為 $(2, -1)$ ，此函數圖形與 x 軸相交於 P 、 Q 兩點，且 $PQ=6$ 。若此函數圖形通過 $(1, a)$ 、 $(3, b)$ 、 $(-1, c)$ 、 $(-3, d)$ 四點，則 a 、 b 、 c 、 d 之值何者為正？

- (A) a
(B) b
(C) c
(D) d

【答案】D

【出處】南一版第 6 冊第 1 章

【解析】



- () 22. 圖(十二)的矩形 $ABCD$ 中， E 為 \overline{AB} 的中點，有一圓過 C 、 D 、 E 三點，且此圓分別與 \overline{AD} 、 \overline{BC} 相交於 P 、 Q 兩點。甲、乙兩人想找到此圓的圓心 O ，其作法如下：
- (甲) 作 $\angle DEC$ 的角平分線 L ，作 \overline{DE} 的中垂線，交 L 於 O 點，則 O 即為所求
- (乙) 連接 \overline{PC} 、 \overline{QD} ，兩線段交於一點 O ，則 O 即為所求
- 對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？

- (A) 兩人皆正確
(B) 兩人皆錯誤
(C) 甲正確，乙錯誤
(D) 甲錯誤，乙正確

【答案】A

【出處】南一版第 5 冊第 2 章

【解析】(甲) $\because E$ 為 \overline{AB} 的中點 $\therefore \triangle DCE$ 為等腰三角形

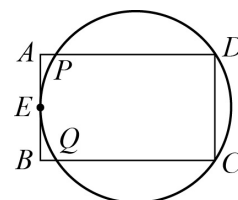
$\angle DEC$ 的角平分線 L ，也是 \overline{CD} 的中垂線

利用弦心距性質 $\Rightarrow L$ 和 \overline{DE} 的中垂線交點即為圓心

(乙) $\because \angle C = 90^\circ \therefore \overline{QD}$ 為直徑

$\because \angle D = 90^\circ \therefore \overline{PC}$ 為直徑

則兩直徑的交點即為圓心



圖(十二)

- () 23. 如圖(十三), 正六邊形 $ABCDEF$ 中, P 、 Q 兩點分別為 $\triangle ACF$ 、 $\triangle CEF$ 的內心。若 $\overline{AF}=2$, 則 \overline{PQ} 的長度為何?

- (A) 1
(B) 2
(C) $2\sqrt{3}-2$
(D) $4-2\sqrt{3}$

【答案】C

【出處】南一版第 5 冊第 3 章

【解析】 $\because ABCDEF$ 為正六邊形

$$\therefore \angle FAC = 90^\circ, \angle AFC = 60^\circ, \angle ACF = 30^\circ$$

$$\text{又 } \overline{AF} = 2 \Rightarrow \overline{AC} = 2\sqrt{3}, \overline{CF} = 4$$

連接 \overline{FP} 、 \overline{CP} 、 \overline{CQ} 、 \overline{FQ}

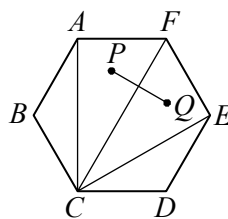
$$\Rightarrow \triangle FPC \cong \triangle FQC \text{ (ASA 全等性質)}$$

$$\Rightarrow \overline{FP} = \overline{FQ}, \overline{PC} = \overline{CQ}$$

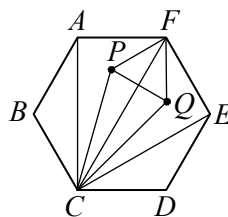
$$\Rightarrow \triangle FPCQ \text{ 為等腰形} \Rightarrow \overline{PQ} \perp \overline{CF}$$

$$\triangle ACF \text{ 內切圓半徑} = \frac{2+2-4}{2} = \sqrt{3}-1$$

$$\overline{PQ} = (\sqrt{3}-1) \times 2 = 2\sqrt{3}-2$$



圖(十三)



- () 24. 如圖(十四), \overline{OP} 為一條拉直的細線, A 、 B 兩點在 \overline{OP} 上, 且 $\overline{OA} : \overline{AP} = 1 : 3$, $\overline{OB} : \overline{BP} = 3 : 5$ 。若先固定 B 點, 將 \overline{OB} 摺向 \overline{BP} , 使得 \overline{OB} 重疊在 \overline{BP} 上, 如圖(十五), 再從圖(十五)的 A 點及與 A 點重疊處一起剪開, 使得細線分成三段, 則此三段細線由小到大的長度比為何?

- (A) 1 : 1 : 1
(B) 1 : 1 : 2
(C) 1 : 2 : 2
(D) 1 : 2 : 5

【答案】B

【出處】南一版第 2 冊第 3 章

【解析】令 $\overline{OA} = x$, $\overline{AP} = 3x$

$$\overline{OB} = 3y, \overline{BP} = 5y$$

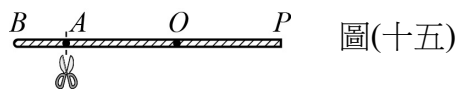
$$4x = 8y, x = 2y$$

剪後三段, 即 \overline{OA} 、 $\overline{AA'}$ 、 $\overline{A'P}$

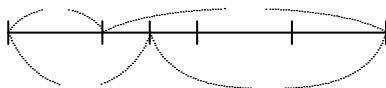
$$\begin{aligned} \overline{OA} : \overline{AA'} : \overline{A'P} &= x : 2(3y-x) : [5y-(3y-x)] \\ &= 2y : 2y : 4y \\ &= 1 : 1 : 2 \end{aligned}$$



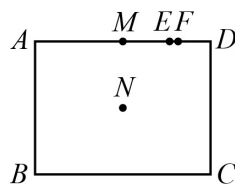
圖(十四)



圖(十五)



- () 25. 如圖(十六), 矩形 $ABCD$ 中, M 、 E 、 F 三點在 \overline{AD} 上, N 是矩



圖(十六)

形兩對角線的交點。若 $\overline{AB}=24$ ， $\overline{AD}=32$ ， $\overline{MD}=16$ ， $\overline{ED}=8$ ， $\overline{FD}=7$ ，則下列哪一條直線是 A 、 C 兩點的對稱軸？

- (A) 直線 MN
- (B) 直線 EN
- (C) 直線 FN
- (D) 直線 DN

【答案】C

【出處】南一版第4冊第3章

【解析】 A 、 C 兩點之對稱軸即為 \overline{AC} 之中垂線

$$\overline{AC} = \sqrt{24^2 + 32^2} = 40, \overline{AN} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 20$$

作 \overleftrightarrow{PN} 為 \overline{AC} 之中垂線

$$\text{設 } \overline{PD} = x, \overline{PC} = \overline{AP} = 32 - x$$

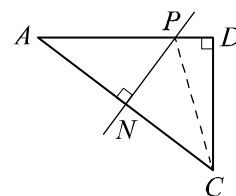
$$(32 - x)^2 = x^2 + 24^2$$

$$\Rightarrow 32^2 - 64x + x^2 = x^2 + 24^2$$

$$\Rightarrow (32 + 24)(32 - 24) = 64x$$

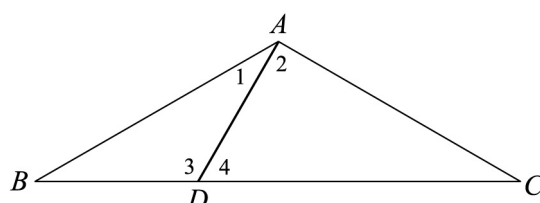
$$\Rightarrow x = 7, \overline{PD} = \overline{FD} = 7$$

則 \overleftrightarrow{FN} 即為 \overleftrightarrow{PN}



二、非選擇題（1-2 題）

南一書局



1. 如圖(十七), $\triangle ABC$ 中, $\overline{AB} = \overline{AC}$, D 點在 \overline{BC} 上, $\angle BAD = 30^\circ$, 且 $\angle ADC = 60^\circ$ 。
請完整說明為何 $\overline{AD} = \overline{BD}$ 與 $\overline{CD} = 2\overline{BD}$ 的理由。

【命題出處】南一版第 5 冊第 3 章

【解 析】(1) $\triangle ABD$ 中, 由外角定理

$$\angle B = \angle 4 - \angle 1 = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

$$\text{又 } \angle 1 = 30^\circ$$

$\Rightarrow \triangle ABD$ 為等腰三角形

$$\Rightarrow \overline{AD} = \overline{BD}$$

(2) $\triangle ACD$ 中,

$$\because \overline{AB} = \overline{AC}, \angle B = 30^\circ \therefore \angle C = 30^\circ$$

$$\text{又 } \angle 4 = 60^\circ \Rightarrow \angle 2 = 90^\circ$$

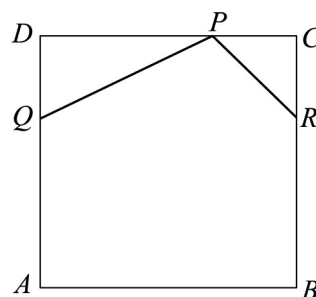
$\Rightarrow \triangle ACD$ 為 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ 之三角形

$$\Rightarrow \overline{AD} : \overline{CD} = 1 : 2 \Rightarrow \overline{CD} = 2\overline{AD}$$

$$\text{又 (1) 可知 } \overline{AD} = \overline{BD} \Rightarrow \overline{CD} = 2\overline{BD}$$

圖(十七)

2. 如圖(十八), 正方形 $ABCD$ 是一張邊長為 12 公分的皮革。皮雕



師傅想在此皮革兩相鄰的角落分別切下 $\triangle PDQ$ 與 $\triangle PCR$ 後得到一個五邊形 $PQABR$ ，其中 $\overline{PD}=2\overline{DQ}$ ， $\overline{PC}=\overline{RC}$ ，且 P 、 Q 、 R 三點分別在 \overline{CD} 、 \overline{AD} 、 \overline{BC} 上，如圖(十八)所示。

(1) 當皮雕師傅切下 $\triangle PDQ$ 時，若 \overline{DQ} 長度為 x 公分，請你以 x 表示此時 $\triangle PDQ$ 的面積。

(2) 承(1)，當 x 的值為多少時，五邊形 $PQABR$ 的面積最大？

請完整說明你的理由並求出答案。

圖(十八)

【命題出處】南一版第6冊第1章

【解 析】(1) $\overline{PD}=2\overline{DQ}=2x$

$$\triangle PDQ \text{ 面積} = \frac{2x \times x}{2} = x^2 \text{ (平方公分)}$$

(2) $\overline{PC}=\overline{RC}=12-2x$

$$PQABR \text{ 面積} = ABCD \text{ 面積} - \triangle PDQ \text{ 面積} - \triangle PCR \text{ 面積}$$

$$= 12^2 - x^2 - \frac{(12-2x)^2}{2}$$

$$= 144 - x^2 - (72 - 24x + 2x^2)$$


$$= 72 + 24x - 3x^2$$

$$= -3(x^2 - 8x) + 72$$

$$= -3(x-4)^2 + 120 \leq 120$$


當 $x=4$ ， $PQABR$ 的面積有最大值120平方公分


參考公式


 和的平方公式： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

差的平方公式： $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$


平方差公式： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

 若直角三角形兩股長為 a 、 b ，斜邊長為 c ，則 $c^2 = a^2 + b^2$

 若圓的半徑為 r ，圓周率為 π ，則圓面積 $=\pi r^2$ ，圓周長 $=2\pi r$

 若一個等差數列的首項為 a_1 ，公差為 d ，第 n 項為 a_n ，前 n 項和為 S_n ，

$$\text{則 } a_n = a_1 + (n-1)d, S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的解為 $x=\frac{-b\pm}{2a}$

【各科會考詳解、試題電子檔下載】請至



南一網



南一備課雲



南一評鑑中心

【數學科_真人講解影片】請至



酷課雲