★主題 1 數線、絕對值與正負整數的四則運算

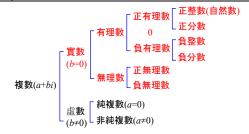
1. 數(有理數)的分類:

負數(小於 0 的數)	0	正數(大於 0 的數)
負整數: -1、-2、-3、-4		正整數(自然數):1、2、3、4
負分數: $-\frac{3}{5}$ 、 $-\frac{9}{8}$ 、 $-3\frac{1}{2}$ 、	非正數 非負數	正分數: $\frac{3}{5} \cdot \frac{9}{8} \cdot 3\frac{1}{2} \cdot \dots$
負小數: -0.007、-3.5、-8.4、		正小數: 0.007、3.5、8.4、

補:右表中,紅色部分分類為國中時期的進度

註:循環小數可轉換為分數,故循環小數為有理數。

註:-1為最大負整數、1為最小正整數



2. 數線:

- (1) 數線的三要素:原點、正向、單位長。
- (2) 在原點右邊的數為正數,在原點左邊的數為負數。
- (3) 在數線上,右邊的數必定大於左邊的數。
- (4) 欲在數線上描出小數,可以先將小數化成分數較易描出 越左越小

例:把 4.25 化成 $4\frac{1}{4}$,把 8.375 化成 $8\frac{3}{8}$ 等。

註:常用的分數與小數: $\frac{1}{2}$ =0.5, $\frac{1}{4}$ =0.25, $\frac{3}{4}$ =0.75, $\frac{1}{8}$ =0.125, $\frac{3}{8}$ =0.375, $\frac{5}{8}$ =0.625, $\frac{7}{8}$ =0.875

3. 數線上點的座標之記法: 若數線上 P 點表示的數為 a, 就稱 P 點的座標為 a, 以符號 P(A)表示。

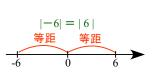
4. 性質符號與運算符號:

- (1) 性質符號:當「+」與「-」用來表示一個數是正數或負數時。
- (2) 運算符號:當「+」與「-」用來表示加法或減法運算時。

例:6+(-3)算式中,「+」是運算符號,「-」是性質符號。

- 5. 同號數與異號數:性質符號相同的數稱為同號數,性質符號不同的數稱為異號數。
- 6. 相反數:數字相同,但性質符號相反的兩個數,就稱他們互為相反數。
 - (1) 若 $a \cdot b$ 互為相反數,則 a+b=0。 (相反數相加等於 0)
 - (2) 數線上,位於原點兩側,且與原點距離相等的兩數互為相反數。

例:(1) 9 的相反數為-9。 (2)-(-8)的相反數為-8 (3) 0 的相反數是 0。



7. 絕對值:數線上一點 M(x)到原點的距離,即為 x 的絕對值,以符號 |x| 表示。

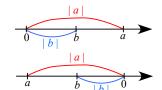
(1) 若|x|=a ($a \ge 0$) ,則 x=a 或 x=-a,可以簡記為 $x=\pm a$ 。

M: |x|=6,則 $x=\pm 6$ (表示數線上有兩個點到原點的距離是 6)

M: |x| = -3,則找不到 x,故無解。 (x 與原點的距離不可能是負的)

例:|x|=-3,則找个到x,政無時、 (2) 數線上兩點距離:若數線上有兩點 $A(A) \cdot B(B)$,則此兩點的距離 $\overline{AB} = |a-b|$ 。 |5-(-3)|=8





(4) 若
$$a \cdot b$$
均為負數 且 $|a| > |b|$,則 $a < b$ 。

(5)
$$|a| = \begin{cases} a, \ \exists a \ge 0 \\ -a, \ \exists a < 0 \end{cases}$$
例: $|9| = 9, \ |-6| = -(-6) = 6,$
補: $|a|$ 的意思等同於 \sqrt{a} ,即 $\sqrt{a} = \begin{cases} a, \ \exists a \ge 0 \\ -a, \ \exists a < 0 \end{cases}$

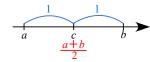
(6)
$$|a-b| = \begin{cases} a-b & \text{if } a \ge b \\ b-a & \text{if } a < b \end{cases}$$
例:若 $x = -3$,則 $|x+5| + |x-2| = (x+5) + [-(x-2)] = 7$

(7) 若
$$|a|+|b|=0$$
,則 $a=b=0$ 例: $|a-3|+|b+8|=0$,則 $a-3=0$ 且 $b+8=0$,所以 $a=3$, $b=-8$ 。

(8) 設
$$n$$
 為正整數,則絕對值小於 n 的正整數 x 共有 $(n-1)$ 個。
例:若 x 為正整數且 $|x|$ < 5,則滿足此式的 n 有 1 、 2 、 3 、 4 共 4 個。

(9) 若
$$n$$
 為正整數,則絕對值小於 n 的整數 x 有(2 n -1)個例:若 x 為整數且 $|x|$ < 5,則滿足此式的 n 有 0 、 ± 1 、 ± 2 、 ± 3 、 ± 4 共 9 個。

(10) 數線上 $a \cdot b$ 兩點的中點座標 \mathbb{C} 為 $\frac{a+b}{2}$ 。



例:若數線上有兩點
$$A(5) \cdot B(-3)$$
,則 $A \cdot B$ 的中點為 $\frac{5+(-3)}{2}=1$

$$\overline{\mathbf{m}}$$
: 分點公式: 數線上兩點 $A \cdot B \cdot \Rightarrow C \in A \cdot B$ 之間且 $\overline{AC} : \overline{BC} = m : n$,則 $C = \frac{mA + nb}{m + n}$

8. 遞移律: 設
$$a \cdot b \cdot c$$
 三數,若 (1) $a=b$, $b=c$,則 $a=c$ (2) $a>b$, $b>c$,則 $a>c$

9. 三一律:若
$$a \cdot b$$
 兩數可以比大小,則下列三種關係洽有一種成立:(1) $a > b$ (2) $a = b$ (3) $a < b$





10. 整數的加法運算:

兩同號數相加兩異號數相加	步驟 1 取這兩數的絕對值,並相加步驟 2 在和前面冠上與兩數相同的性質符號	例: $(-5)+(-9)=-16$ 叮嚀: $ -5 =5$, $ -9 =9$ 解: $(-5)+(-9)=-(5+9)=-16$		
兩	步驟 1 取兩數的絕對值,並比較大小	例: $13+(-19)=-6$		
共號	步驟 2 絕對值較大者 - 絕對值較小者	叮嚀: 13 =13, -19 =19		
數	在差前面加上絕對值較大者的性質符號	故 -19 > 13		
力口	註:兩數互為相反數時,其和為 0。			

與零相加	$a+0=a$ \leftarrow 任意整數與零相加,結果還是原來的那個數。
兴令 怕加	例: $(-8)+0=-8$
	a+b=b+a
	例:7+3=3+7
交換律	
6+ A /+	a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)
結合律	例: $(-4)+(-100)+4=-100$

註:多個數相加時,可利用交換律與結合律將較易計算者先合併計算。

12. 整數的減法運算:若 $a \cdot b$ 為整數,則 a-b=a+(-b),即 $a \not\equiv b$ 等於 a 加上 b 的相反數。

例:
$$5-13=5+(-13)=-8$$

13. 去括號法則:

$$(1)-(a+b)=-a-b$$
 $\boxed{\emptyset}$ $: -(3+15)=-3-15=-18$ $(2)-(a-b)=-a+b$ $\boxed{\emptyset}$ $: -(7-5)=-7+5=-2$ $(3)-(-a+b)=a-b$ $\boxed{\emptyset}$ $: -(-8+11)=8-11=-3$

14. 數線上兩點的距離: 設
$$A(A) \cdot B(B)$$
 為數線上的兩點,則 $A \cdot B$ 兩點的距離 $\overline{AB} = |a-b| = |b-a|$ 例:設 $A(18) \cdot B(-9)$ 為數線上的兩點,則 $A \cdot B$ 兩點的距離 $\overline{AB} = |18 - (-9)| = |(-9) - 18| = 27$

15. 數線上兩點的中點座標:
$$A(A) \cdot B(B)$$
為數線上的兩點,則 $A \cdot B$ 兩點的中點座標為 $\frac{a+b}{2}$ 。

例:數線上兩點
$$A(5) \cdot B(-3)$$
,則 $A \cdot B$ 的中點為 $\frac{5+(-3)}{2}=1$ 註: $C \land A \cdot B$ 的中點,則 $\overline{AC}=\overline{BC}$ 。

16. 數線上與某定點等距離的點座標:設 $P(s) \cdot Q$ 為數線上相異的兩點,且 $\overline{PQ} = k$,則:

(1) 當
$$Q$$
 點在 P 點的右邊時, Q 點的座標為 $s+k$ 。

(2) 當 Q 點在 P 點的左邊時, Q 點的座標為 $s-k$ 。

(3) 當 Q 點在 P 點的左邊時, Q 點的座標為 $s-k$ 。

(2) 當
$$Q$$
 點在 P 點的左邊時, Q 點的座標為 $s-k$ 。

例:數線上兩點
$$P(7) \cdot Q$$
,則 $P \cdot Q$ 的距離 $\overline{PQ} = 13$,則 Q 可能為 $7 + 13 = 20$ 或 $7 - 13 = -6$





17. 整數的乘除法:

(1) 法則:兩同號整數相乘(除),其結果必為正數;兩異號整數相乘(除),其結果必為負數。

□訣:正正得正、正負得負、負正得負、負負得正。

例:兩同號數: $3\times5=15$ $(-7)\times(-6)=42$

兩異號數: $6\times(-2)=-12$ $(-8)\times9=-72$

(2) 技巧:某幾個整數連乘除時,可先決定最後的性質符號,再取每個數的絕對值連乘除。

要訣:奇數個負整數連乘(除),其結果為負數;偶數個負整數連乘(除),其結果為正數。

例: $(-1)^{100} = 1$, $(-1)^{99} = -1$

(1) 當 n 為偶數時: a^n 為正整數 (2)當 n 為奇數時: a^n 為負整數。

18. 整數乘法的指數記法:一個整數 a 連乘 n 次所得的積可以簡記成 a^n ,讀作「a 的 n 次方」,其中 a 稱為底數,n 稱為指數。

註: -3^2 為 $-(3^2)$ 省略括號的記法,表示 $-(3\times3)$,與 $(-3)\times(-3)=(-3)^2$ 的意義不一樣。

19. 整數乘法的運算規則: 若 a 為整數,則: (1) $(-1) \times a = a \times (-1) = -a$ (2) $a \times 0 = 0$

20. 交換律、結合律與分配律:

		交換律	結合律	分配律
	加法	a+b=b+a	a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)	
	減法	$a-b\neq b-a$	$a-b-c=(a-b)-c\neq a-(b-c)$	
乘法	北部	$a \times b = b \times a$	$a \times b \times c = (a \times b) \times c = a \times (b \times c)$	$a \times (b+c) = a \times b + a \times c$
	水石			$(b+c)\times a=b\times a+c\times a$
	除法	a÷b≠b÷a	$a \div b \div c = (a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$	$(a+b)\div c = a\div c + b\div c$
	怀/公	<i>u · v + v · u</i>		$a \div (b+c) \neq a \div b + a \div c$

註:某幾個整數連乘時,可利用交換律與結合律將積較易計算的兩數先合併計算。

例:2與5,4與25,8與125

21. 整數的四則運算:運算順序如下

- (1) 指數、絕對值、括號 → 乘、除 → 加、減。
- (2) 小括號 \rightarrow 中括號 \rightarrow 大括號。

例: $(-3)^2 + 5 \times 2 = (-3) \times (-3) + 10 = 9 + 10 = 19$





▼主題 1 數線、絕對值與正負整數的四則運算

☆★歷屆考題大觀★☆

一、選擇題

□001【111.教育會考補考選擇第 14 題】※ -------

-)如圖,數線上 $A \times B \times C$ 三點所表示的數分別為 $-3.2 \times 6.3 \times c$, 且 C 點在 \overline{AB} 上。若 $\overline{AC} = \frac{1}{3}\overline{AB}$,則下列關於 c 的敘述何者正確? $\overline{}$ -3.2 $\overline{}$

- (A) -0.1 < c < 0 (B) -0.2 < c < -0.1 (C) -2.2 < c < -2.1 (D) -2.3 < c < -2.2

-) 算式 1+|(-5)-(-3)| 之值為何?
 - (A) 3 (B) 9 (C) -1 (D) -7

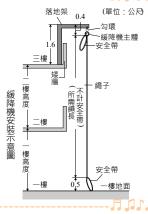
□003 【111.教育會考選擇第 16 題】※ -------

-- / III

)緩降機是火災發生時避難的逃生設備,圖是廠商提供的緩降機安裝示意 圖,圖中呈現在三樓安裝緩降機時,使用此緩降機直接緩降到一樓地面 的所需繩長(不計安全帶)。若某棟建築的每個樓層高度皆為3公尺,則 根據圖的安裝方式在該建築八樓安裝緩降機時,使用此緩降機直接緩降 到一樓地面的所需繩長(不計安全帶)為多少公尺?



- (A) 21.7 (B) 22.6 (C) 24.7 (D) 25.6



□004【111.教育會考選擇第 01 題】※ ------

-)右圖數線上的 $A \cdot B \cdot C \cdot D$ 四點所表示的數分別 為 $a \cdot b \cdot c \cdot d$,且 O 為原點 。根據圖中各點的位 $\frac{C}{d}$ $\frac{D}{d}$ 置判斷,下列何者的值最小?

- (A) | a | (B) | b | (C) | c | (D) | d |

□005【110.教育會考撰擇第 02 題】 ※ -----

-) 算式(-8)+(-2)x(-3)之值為何?
 - (A) -14 (B) -2 (C) 18 (D) 30

□006【110.教育會考補考選擇第 05 題】※ -------

)右圖數線上的 $A \cdot B \cdot C \cdot D$ 四點所表示的數分別為 $a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot$ 若 b、d 互為相反數,則根據圖中各點位置,判斷下列敘述何者正確? (A) |a| < |c| (B) |a| < |d| (C) a+c<0 (D) a+d>0

□007【109.教育會考選擇第 01 題】※ ------

() 已知 $a=(-12)\times(-23)\times(-34)\times(-45)$, $b=(-123)\times(-234)\times(-345)$,判斷下列敘述何者正確 **黑淡** (A) $a \cdot b$ 皆為正數 (B) $a \cdot b$ 皆為負數 (C) a 為正數 b 為負數 (D) a 為負數 b 為正數





□017【101.基本學測選擇第19題】※-------

)下圖數線上的 $A \cdot B \cdot C \cdot D$ 四點所表示的數分別為 $a \cdot b \cdot$ **型** $c \cdot d$,且 O 為原點。根據圖中各點位置,判斷 |a-c| 之值 $\frac{A}{a}$ $\frac{B}{b}$ $\frac{O}{c}$ $\frac{C}{d}$ 與下列何者不同?

- (A) |a| + |b| + |c| (B) |a-b| + |c-b|
- (C) |a-d| |d-c| (D) |a| + |d| |c-d|

□018【100.基本學測(二)選擇第 06 題】 ※ --------

為 |s-t+1| ,則 R 會落在下列哪一線段上?

- $(A)\overline{AB}$ $(B)\overline{BC}$ $(C)\overline{CD}$ $(D)\overline{DE}$

)已知數線上 $A \cdot B$ 兩點坐標分別為 $-3 \cdot -6$,若在數線上找一點C,使得A 與C 的距離 **黑黎** \mathbb{R} 為 4;找一點 D,使得 B 與 D 的距離為 1,則下列何者不可能為 C 與 D 的距離?

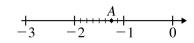
- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6

□020【99.基本學測(二)選擇第 01 題】 ※ ----------

)將此圖數線上-2和-1之間的長度以小隔線分成八等分,A點



學發現 在其中一隔線上,則數線上 A 點表示的數為何? (A) $-1\frac{1}{4}$ (B) $-1\frac{3}{4}$ (C) $-2\frac{1}{4}$ (D) $-2\frac{3}{4}$



$$(A)-1\frac{1}{4}$$

(B)
$$-1\frac{3}{4}$$

$$(C)-2\frac{1}{4}$$

(D)
$$-2\frac{3}{4}$$

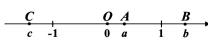
□021 【98.基本學測(一)選擇第 01 題 】※ ------

) 計算 $12-7\times(-32)+16\div(-4)$ 之值為何?



- **PROOF** (A)36 (B) -164 (C) -216 (D)232
- □022 【99.基本學測(一)選擇第 18 題】 ※ --------

则参加 圖中各點位置,判斷下列各式何者正確?



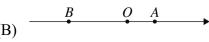
- - (A)(a-1)(b-1) > 0 (B)(b-1)(c-1) > 0 (C)(a+1)(b+1) < 0 (D)(b+1)(c+1) < 0

□023【98.基本學測(一)選擇第 03 題】※ -------

)已知在數線上,O 為原點, $A \times B$ 兩點的坐標分別為 $a \times b$ 。利用下列 $A \times B \times O$ 三點在數線上的 **以** 见 位置關係,判斷哪一個選項中的a < b?

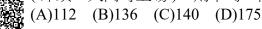


(A)
$$\xrightarrow{B \quad O \quad A}$$
 (B) $\xrightarrow{B \quad O \quad A}$ (C) $\xrightarrow{A \quad O \quad B}$ (D) $\xrightarrow{A \quad B \quad O}$



$$(C) \xrightarrow{A} \xrightarrow{O} \xrightarrow{B}$$

)某天,5個同學去打羽球,從上午8:55一直到上午11:15。若這段時間內,他們一直玩雙打 **黑深**?(即須4人同時上場),則平均一個人的上場時間為幾分鐘?





	【97.基本學測(_)選擇第 28 題 】	-11 [11,1
)已知在數線上代表四數 $a \cdot b \cdot a + b \cdot a - b$ 的點分別為 $A \cdot B \cdot C \cdot D$ 。	
	(A)A 到 B 的距離與 C 到 D 的距離相等 $(B)A$ 到 C 的距離與 B 到 D 的距離相等 (C) A A B	
	(C)B 到 C 的距離與 B 到原點的距離相等 $(D)A$ 到 B 的距離與 D 到原點的距離相等	
D026	【07 甘★額川(一)銀擇等 00 賄【★	ВИМ
	【97.基本學測(二)選擇第 09 題 】※) <u>小明</u> 前三次的考試成績分別為 87、83、88 分。若他在第四次考試後,計算四次的平均約	
	7 <u>小妈</u> 則三天的考試成績分別為 67、63、66分。石他任弟四天考試後,計算四天的平均/ 【發現比前三次的平均分數多 1 分,則 <u>小明</u> 第四次的成績為幾分?	了数(
	最祝時 一大町十月万数多千万 $ (A)87 $ (B)88 (C)89 (D)90	
高级强度	(A)67 (D)66 (C)67 (D)70	
027	【97.基本學測(一)選擇第 04 題】※	
)圖中表示數線上四個點的位置關係,且它們表示的數	
	f 分別為 $p \cdot q \cdot r \cdot s \circ $ 若 $ p-r =10$, $ p-s =12$, $\frac{1}{p}$ $\frac{1}{q}$ $\frac{1}{r}$ $\frac{1}{s}$	
	q-s =9, $ q-r =?$	
回例的概念	(A)7 (B)9 (C)11 (D)13	
1 028	【97.基本學測(一)選擇第 28 題】☀	
()) <u>小嘉</u> 全班在操場上圍坐成一圈。若以班長為第1人,依順時針方向算人數, <u>小嘉</u> 是第1	7人;
	若以班長為第1人,依逆時針方向算人數, <u>小嘉</u> 是第21人。求 <u>小嘉</u> 班上共有多少人?	
40.200	(A)36 (B)37 (C)38 (D)39	
同為他的政		
029	【96.基本學測(二)選擇第 12 題 】☀	
)如圖,將 $2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10$ 五個數字分別填入圖中的五個圓圈中,使得 L_1 上 L_1	
	三個數字與 L_2 上三個數字和相等。	
	請問中央的圓圈中不能填入下列哪一個數字?	$-\bigcirc$ $ L_2$
	(A) 2 (B) 6 (C) 8 (D) 10	
	【96.基本學測(二)選擇第 05 題 】☀	
())已知 $10 \times 11 \times 12 \times 13 \times 14 = 240240$,則 $(-11) \times (-12) \times (-13) \times (-14) \times (-15) = ?$	
	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	
	【96.基本學測(一)選擇第 06 題】☀	
)已知 119×21=2499,求 119×21 ³ -2498×21 ² = ?	
	(A) 431 (B) 441 (C) 451 (D) 461	
032	【96.基本學測(一)選擇第 01 題 】☀	וננות.
) 計算 19-(-2)×[(-12)-7]之值為何?	
	$\frac{1}{2}$ (A) -1 (B) -19 (C) 19 (D) 47	
回知為經濟		
1 033	【95.基本學測(一)選擇第 07 題 】☀	LIL. R
())圖中為五個公車站 $P \cdot O \cdot Q \cdot R \cdot S$ 在某一筆直道路上的位置。今有一公車距離 P 站	
	$oxed{4.3}$ 公里,距離 $oxed{Q}$ 站 $oxed{0.6}$ 公里,則此公車的位置會在哪兩站之間?	
	$ \frac{P O \qquad Q R S}{-1.3 0 \qquad \qquad 2.4 3.7 5.0} $ 單位(公里)	
	(A)R 站與 S 站 $(B)P$ 站與 O 站 $(C)O$ 站與 Q 站 $(D)Q$ 站與 R 站	





□034【95.基本學測(一)選擇第 01 題】* () 計算(-12)+(-18)÷(-6)-(-3)×2 之值為何? □(A)-15 (B)-3 (C)11 (D)16	IIG R-
□035【93.基本學測(一)選擇第 23 題】* () 求 536×0.52−364×0.48+364×0.52−536×0.48 之值為何? □(A)0 (B)20 (C)36 (D)40	III R-
□036 【92.基本學測(二)選擇第 16 題】* () 在數線上, O 為原點, A 點的坐標為 a , B 點的坐標為 b 。利用下列三個已知條件, 則斷 A 、 B 、 O 三點在數線上的位置關係。(1) $a+b<0$ (2) $a-b>0$ (3) $ab>0$ 下列圖形何者正確? (A) A B O (B) B A A A O (C) A	IIG FL-
□037 【92.基本學測(一)選擇第 04 題】* () 如圖,數線上 O 為原點,數線上的點 $P \times Q \times R \times S$	
□038【91.基本學測(二)選擇第 01 題】* ()計算 9+(-2)×[18-(-3)×2]÷4 之值為何? □ (A)-3 (B)3 (C)21 (D)42	IIQ FL-
□039【90.基本學測(一)選擇第 09 題】* () 若「⊕」是一個對於 1 與 0 的新運算符號,且其運算規則如下: □2 □ 1⊕1=0,1⊕0=1,0⊕1=1,0⊕0=0,則下列四個運算結果哪一個是正確的? (A) $(1⊕1) ⊕0=1$ (B) $(1⊕0) ⊕1=0$ (C) $(0⊕1) ⊕1=1$ (D) $(1⊕1) ⊕1=0$	II, R.



