



數學 109年國中教育會考 試題卷

年 班 號
姓名

第一部分：選擇題（第1~26題）

(C) 1. 已知 $a = (-12) \times (-23) \times (-34) \times (-45)$, $b = (-123) \times (-234) \times (-345)$, 判斷下列敘述何者正確？

- (A) a 、 b 皆為正數
(B) a 、 b 皆為負數
(C) a 為正數， b 為負數
(D) a 為負數， b 為正數

教材對應 康版第1冊 1-3

詳解 $a = (-12) \times (-23) \times (-34) \times (-45) \Rightarrow 4$ 個負數相乘
 $\therefore a > 0$
 $b = (-123) \times (-234) \times (-345) \Rightarrow 3$ 個負數相乘
 $\therefore b < 0$
故選(C)

(C) 2. 算式 $2^3 \times 5^3$ 之值為何？

- (A) 30 (B) 90
(C) 1000 (D) 1000000

教材對應 康版第1冊 1-4

詳解 $2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 = 10^3 = 1000$
故選(C)

(C) 3. 小真煮好了 25 顆湯圓，其中 15 顆為芝麻湯圓，10 顆為花生湯圓。已知小真想從煮好的湯圓中撈一顆，若每顆湯圓被小真撈到的機會相等，則他撈到花生湯圓的機率為何？

- (A) $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{2}{3}$
(C) $\frac{2}{5}$
(D) $\frac{1}{10}$

教材對應 康版第6冊 3-3

詳解 所求 = $\frac{\text{花生湯圓個數}}{\text{全部湯圓個數}} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$
故選(C)

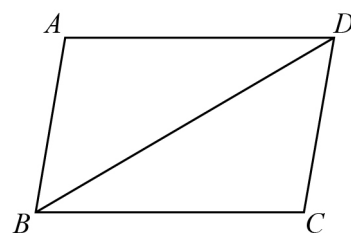
(B) 4. 算式 $\sqrt{2} \times (\sqrt{48} - \sqrt{12})$ 之值為何？

- (A) $6\sqrt{2}$
(B) $2\sqrt{6}$
(C) $2\sqrt{21}$
(D) $4\sqrt{6} - 2\sqrt{3}$

教材對應 康版第3冊 2-2

詳解 原式 = $\sqrt{2} \times (4\sqrt{3} - 2\sqrt{3})$
 $= \sqrt{2} \times 2\sqrt{3}$
 $= 2\sqrt{6}$
故選(B)

(A) 5. 如圖(一)，平行四邊形 $ABCD$ 中， $\angle A = 100^\circ$ 。若 $\angle ABD : \angle DBC = 3 : 2$ ，則 $\angle DBC$ 的度數為何？



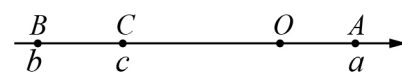
圖(一)

- (A) 32
(B) 40
(C) 48
(D) 60

教材對應 康版第4冊 4-2

詳解 \because 四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形
 $\therefore \angle ABC = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$
 $\Rightarrow \angle DBC = 80^\circ \times \frac{2}{3+2} = 80^\circ \times \frac{2}{5} = 32^\circ$
故選(A)

(A) 6. 圖(二)數線上的 A 、 B 、 C 三點所表示的數分別為 a 、 b 、 c ，且原點為 O 。根據圖中各點位置，判斷下列四個式子的值何者最大？



圖(二)

- (A) $|a| + |b|$ (B) $|a| + |c|$
(C) $|a - c|$ (D) $|b - c|$

教材對應 康版第1冊 1-2

詳解 (A) $|a| + |b| = \overline{AB}$ ，最大
(B) $|a| + |c| = \overline{AC}$
(C) $|a - c| = \overline{AC}$
(D) $|b - c| = \overline{BC}$
故選(A)

(D) 7. 計算 $2x^2 - 3$ 除以 $x + 1$ 後，得商式和餘式分別為何？

- (A) 商式為 2，餘式為 -5
(B) 商式為 $2x - 5$ ，餘式為 5
(C) 商式為 $2x + 2$ ，餘式為 -1
(D) 商式為 $2x - 2$ ，餘式為 -1

教材對應 康版第3冊 1-3

詳解
$$\begin{array}{r} 2x - 2 \\ x+1 \overline{) 2x^2 + 0x - 3} \\ \underline{2x^2 + 2x} \\ -2x - 3 \\ \underline{-2x - 2} \\ -1 \end{array}$$

 \therefore 商式為 $2x - 2$ ，餘式為 -1
故選(D)

(B) 8. 下列何者可表示成兩個質數的乘積？

- (A) 81 (B) 82
(C) 83 (D) 84

教材對應 康版第 1 冊 2-1

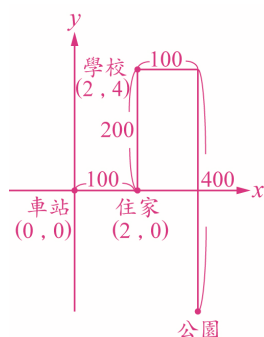
詳解 (A) $81=3^4$ (B) $82=2 \times 41$
(C) 83 為質數 (D) $84=2^2 \times 3 \times 7$
故選(B)

(A) 9. 已知小薇住家的西方 100 公尺處為車站，住家的北方 200 公尺處為學校，且從學校往東方走 100 公尺，再往南方走 400 公尺可到達公園。若小薇將住家、車站、學校分別標示在坐標平面上的 $(2, 0)$ 、 $(0, 0)$ 、 $(2, 4)$ 三點，則公園應標示在此坐標平面上的哪一點？

- (A) $(4, -4)$ (B) $(4, 12)$
(C) $(0, -4)$ (D) $(0, 12)$

教材對應 康版第 2 冊 2-1

詳解 由題意可知，坐標平面上的 1 單位長=50 公尺



∴公園的坐標為 $(4, -4)$
故選(A)

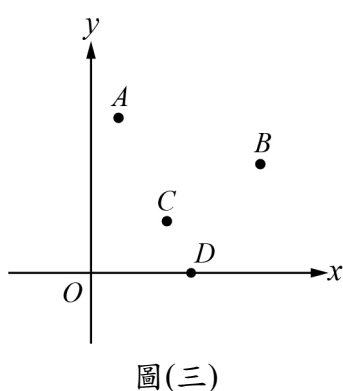
(D) 10. 若一元二次方程式 $5(x-4)^2=125$ 的解為 a 、 b ，且 $a>b$ ，則 $2a+b$ 之值為何？

- (A) -7 (B) -1
(C) 11 (D) 17

教材對應 康版第 3 冊 4-1

詳解 $5(x-4)^2=125$
 $\Rightarrow (x-4)^2=25$
 $\Rightarrow x-4=5$ 或 $x-4=-5$
 $\Rightarrow x=9$ 或 $x=-1$ ，即 $a=9$ ， $b=-1$
 $\Rightarrow 2a+b=2 \times 9 + (-1)=17$
故選(D)

(B) 11. 圖(三)的坐標平面上有 A 、 B 、 C 、 D 四點，其中恰有三點在函數 $y=px+q$ 的圖形上，且 p 、 q 為兩數。根據圖中四點的位置，判斷下列哪一點不在函數 $y=px+q$ 的圖形上？



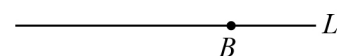
- (A) A (B) B
(C) C (D) D

教材對應 康版第 2 冊 4-2

詳解 ∵ $y=px+q$ 為線型函數，圖形為一直線
∴由圖可知 A 、 C 、 D 三點皆在此函數的圖形上
即 B 點不在此函數的圖形上，故選(B)

(C) 12. 圖(四)表示平面上 A 、 B

兩點與直線 L 的位置關係，其中 B 點在 L 上。



圖(四)

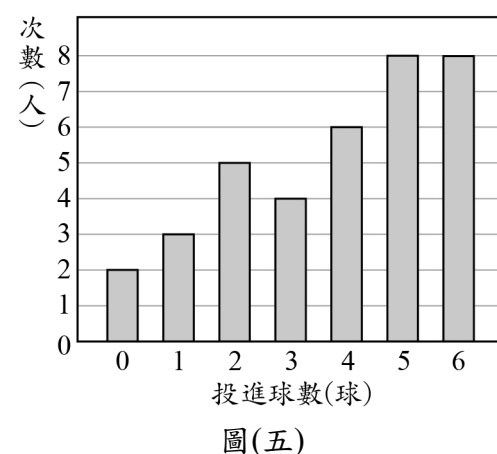
若有一動點 P 從 A 點開始移動，移動過程中與 B 點的距離保持不變，則下列關於 P 點移動路徑的敘述，何者正確？

- (A) 在與直線 L 平行且通過 A 點的直線上
(B) 在與直線 L 垂直且通過 A 點的直線上
(C) 在以 B 點為圓心且通過 A 點的圓上
(D) 在以 AB 為直徑的圓上

教材對應 康版第 4 冊 2-3

詳解 ∵ P 點到 B 點的距離 = \overline{AB} ，且保持不變
∴ P 點在以 B 點為圓心，以 \overline{AB} 為半徑的圓上
故選(C)

(B) 13. 圖(五)為甲班 36 名學生參加投籃測驗的投進球數長條圖。判斷甲班學生中，有多少人的投進球數小於該班學生投進球數的中位數？



- (A) 10 (B) 14
(C) 17 (D) 18

教材對應 康版第 6 冊 3-2

詳解 ∵ $36 \div 2 = 18$
∴中位數為第 18、19 筆資料的算術平均數
 $2+3+5+4=14$ ， $14+6=20$ ，∴中位數=4(球)
小於 4 球的人數=2+3+5+4=14(人)
故選(B)

(C) 14. 圖(六)為朵朵披薩屋的公告。若一個夏威夷披薩調漲前的售價為 x 元，則會員購買一個夏威夷披薩的花費，公告前後相差多少元？

公告
因近期食材成本提高，故即日起
1. 披薩售價皆調漲10%。
2. 會員結帳優惠從打八五折調整為打九折。



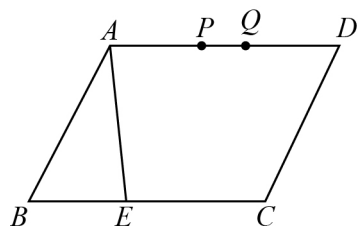
圖(六)

- (A) $0.05x$
(B) $0.09x$
(C) $0.14x$
(D) $0.15x$

教材對應 康版第 1 冊 3-1

詳解 $xx(1+10\%) \times 0.9 - xx0.85 = 0.99x - 0.85x = 0.14x$
故選(C)

- (D) 15. 平行四邊形 $ABCD$ 中， E 點在 \overline{BC} 上， P 、 Q 兩點在 \overline{AD} 上，其位置如圖(七)所示。若 \overline{PB} 與 \overline{AE} 相



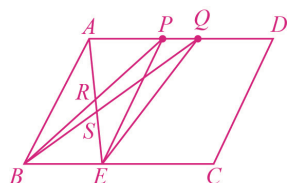
圖(七)

交於 R 點， \overline{QB} 與 \overline{AE} 相交於 S 點，則下列三角形面積的大小關係，何者正確？

- (A) $\triangle PBE > \triangle QBE$ ， $\triangle PRE > \triangle QSE$
 (B) $\triangle PBE < \triangle QBE$ ， $\triangle PRE < \triangle QSE$
 (C) $\triangle PBE = \triangle QBE$ ， $\triangle PRE > \triangle QSE$
 (D) $\triangle PBE = \triangle QBE$ ， $\triangle PRE < \triangle QSE$

教材對應 康版第 4 冊 4-2

詳解 $\because \triangle PBE$ 和 $\triangle QBE$ 都以 \overline{BE} 為底，且有相同的高
 $\therefore \triangle PBE = \triangle QBE$
 $\Rightarrow \triangle BRE + \triangle PRE = \triangle BSE + \triangle QSE$
 $\because \triangle BRE > \triangle BSE$
 $(\overline{RE} > \overline{SE})$
 $\therefore \triangle PRE < \triangle QSE$
 故選(D)



圖(八)

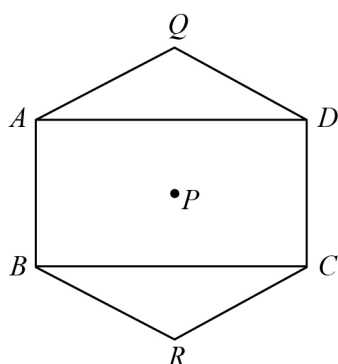
- (C) 16. 中秋節時阿柚製作的廣式月餅、蛋黃酥、鳳梨酥的數量比為 2:1:3，其中只有製作廣式月餅和蛋黃酥時使用鹹蛋黃。若阿柚製作每個廣式月餅時使用 2 顆鹹蛋黃，製作每個蛋黃酥時使用 1 顆鹹蛋黃，且總共使用 120 顆鹹蛋黃，則他製作了幾個鳳梨酥？

- (A) 45 (B) 60
 (C) 72 (D) 120

教材對應 康版第 2 冊 3-2

詳解 設廣式月餅、蛋黃酥、鳳梨酥的數量分別為 $2a$ 、 a 、 $3a$ 個(其中 $a > 0$)
 由題意列式如下：
 $2a \times 2 + a \times 1 = 120 \Rightarrow 5a = 120, a = 24$
 \therefore 鳳梨酥的個數為 $3 \times 24 = 72$ (個)
 故選(C)

- (D) 17. 如圖(八)， P 點為矩形 $ABCD$ 兩對角線的交點，將 P 點分別以 \overline{AD} 、 \overline{BC} 為對稱軸畫出對稱點 Q 、 R ，形成六邊形 $QABRCD$ 。若 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AD} = 4$ ，則六邊形 $QABRCD$ 的周長為何？



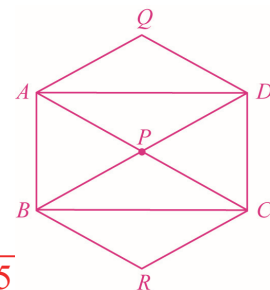
- (A) 12
 (B) $4 + 2\sqrt{6}$
 (C) $4 + 4\sqrt{3}$
 (D) $4 + 4\sqrt{5}$

教材對應 康版第 4 冊 2-2

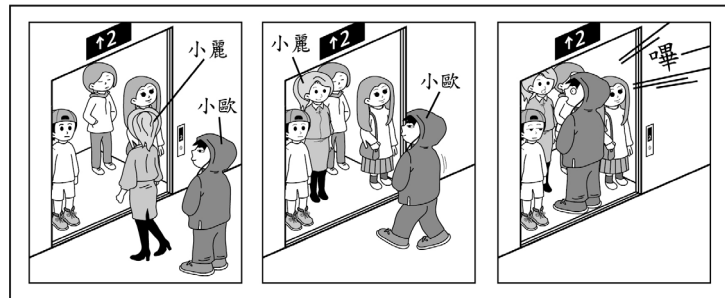
詳解 連接 \overline{AC} 、 \overline{BD}

$$\begin{aligned} \overline{AC} &= \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5} \\ \therefore \overline{AP} &= \overline{PC} = 2\sqrt{5} \div 2 = \sqrt{5} \\ \therefore \overline{AD} &\text{ 為對稱軸} \\ \therefore \overline{AQ} &= \overline{AP} = \overline{PD} = \overline{DQ} = \sqrt{5} \\ \text{同理, } \overline{BR} &= \overline{CR} = \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{所求} = 2 \times 2 + 4 \times \sqrt{5} = 4 + 4\sqrt{5}, \text{ 故選(D)}$$



- (A) 18. 圖(九)為小麗和小歐依序進入電梯時，電梯因超重而警示音響起的過程，且過程中沒有其他人進出。



圖(九)

已知當電梯乘載的重量超過 300 公斤時警示音會響起，且小麗、小歐的重量分別為 50 公斤、70 公斤。若小麗進入電梯前，電梯內已乘載的重量為 x 公斤，則所有滿足題意的 x 可用下列哪一個不等式表示？

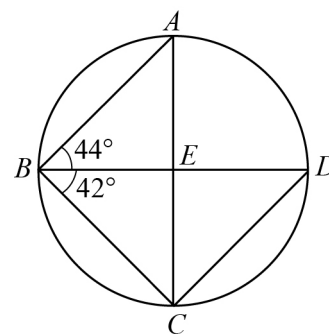
- (A) $180 < x \leq 250$ (B) $180 < x \leq 300$
 (C) $230 < x \leq 250$ (D) $230 < x \leq 300$

教材對應 康版第 2 冊 5-2

詳解 $x + 50$ 未超過 300 $\Rightarrow x + 50 \leq 300 \Rightarrow x \leq 250 \dots \dots ①$
 $x + 50 + 70$ 超過 300
 $\Rightarrow x + 50 + 70 > 300 \Rightarrow x > 180 \dots \dots ②$
 由①、②可得 $180 < x \leq 250$
 故選(A)

- (B) 19. 圓上有 A 、 B 、 C 、 D 四點，其位置如圖(十)所示，其中 \overline{AC} 與 \overline{BD} 相交於 E 點，且 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 。根據圖中標示的角度，判斷下列四條線段何者的長度最長？

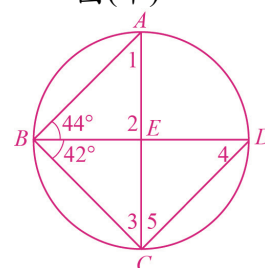
- (A) \overline{AE} (B) \overline{BE}
 (C) \overline{CE} (D) \overline{DE}



圖(十)

教材對應 康版第 5 冊 2-2

詳解 $\because \overline{AB} = \overline{BC}$
 $\therefore \triangle ABC$ 為一等腰三角形
 $\Rightarrow \angle 1 = \angle 3 = [180^\circ - (44^\circ + 42^\circ)] \div 2 = 47^\circ$
 $\Rightarrow \angle 2 = 180^\circ - \angle 1 - 44^\circ = 180^\circ - 47^\circ - 44^\circ = 89^\circ$
 (1) 在 $\triangle ABE$ 中， $\angle 1 > \angle ABE$
 $\therefore \overline{BE} > \overline{AE}$ (大角對大邊) $\dots \dots ①$



同理，在 $\triangle BCE$ 中， $\overline{BE} > \overline{CE} \dots\dots ②$

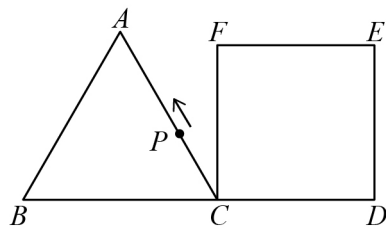
$$(2) \because \angle 4 = \frac{1}{2} \widehat{BC} = \angle 1 = 47^\circ$$

$$\angle 5 = \frac{1}{2} \widehat{AD} = \angle ABE = 44^\circ$$

\therefore 在 $\triangle CDE$ 中， $\angle 4 > \angle 5 \Rightarrow \overline{CE} > \overline{DE} \dots\dots ③$

由①、②、③得 \overline{BE} 的長度最長
故選(B)

- (A) 20. 圖(十一)的正三角形 ABC 與正方形 $CDEF$ 中， B 、 C 、 D 三點共線，且 $\overline{AC} = 10$ ， $\overline{CF} = 8$ 。若有一動點 P 沿著 \overline{CA} 由 C 往 A 移動，則 \overline{FP} 的長度最小為多少？



圖(十一)

- (A) 4 (B) 5
(C) $4\sqrt{3}$ (D) $5\sqrt{3}$

教材對應 康版第4冊3-4

詳解 $\because \angle ACB = 60^\circ$ ， $\angle DCF = 90^\circ$

$$\therefore \angle ACF = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

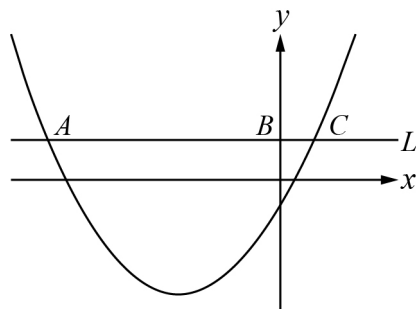
\overline{FP} 要最小，表示 $\overline{FP} \perp \overline{AC}$

即右圖的 \overline{FG} 為所求之 \overline{FP}

$$\Rightarrow \text{所求} = \overline{FG} = \frac{1}{2} \times \overline{FC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

故選(A)

- (C) 21. 坐標平面上有一水平線 L 與二次函數 $y = a(x+7)^2 - 10$ 的圖形，其中 a 為一正數，且 L 與二次函數圖形相交於 A 、 C 兩點，與 y 軸相交於 B 點，其位置如圖(十二)所示。若 $\overline{AB} : \overline{BC} = 5 : 1$ ，則 \overline{AC} 的長度為何？



圖(十二)

- (A) 17 (B) 19
(C) 21 (D) 24

教材對應 康版第6冊1-1

詳解 過二次函數圖形的頂點 $(-7, -10)$ 作垂直 L 的直線且交 L 於 D 點，則 $\overline{AD} = \overline{CD}$

$$\because \overline{AB} : \overline{BC} = 5 : 1$$

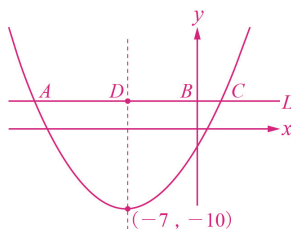
$$\therefore \text{設 } \overline{AB} = 5r, \overline{BC} = r (r > 0)$$

$$\Rightarrow \overline{AD} = \overline{CD} = \frac{1}{2} (5r + r) = 3r$$

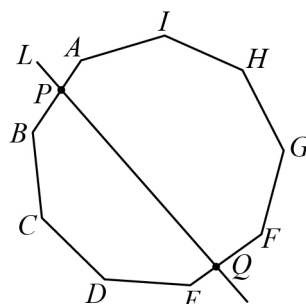
$$\overline{BD} = 3r - r = 2r = 7, r = \frac{7}{2}$$

$$\overline{AC} = 3r + 3r = 6r = 6 \times \frac{7}{2} = 21$$

故選(C)



- (B) 22. 如圖(十三)，直線 L 將正九邊形 $ABCDEFGHI$ 分割成兩個區域，且分別與 \overline{AB} 、 \overline{EF} 相交於 P 點、 Q 點。若 $\angle APQ$ 的外角為 75° ，則 $\angle PQE$ 的度數為何？



圖(十三)

- (A) 75 (B) 85
(C) 95 (D) 105

教材對應 康版第4冊3-1

詳解 $\because ABCDEFGHI$ 為正九邊形

$$\therefore \text{每一個外角} = \frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$$

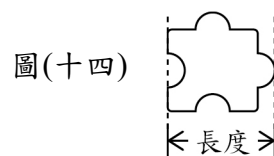
七邊形 $APQFGHI$ 中

$$\angle PQF \text{ 的外角} = 360^\circ - 75^\circ - 40^\circ \times 5 = 85^\circ$$

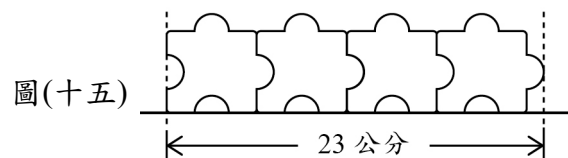
$$\text{即 } \angle PQE = 85^\circ$$

故選(B)

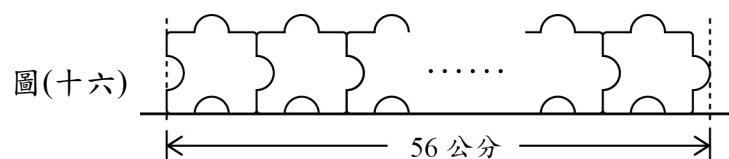
- (D) 23. 已知有若干片相同的拼圖，其形狀如圖(十四)所示，且拼圖依同方向排列時可緊密拼成一列，此時底部可與直線貼齊。當4片拼圖緊密拼成一列時長度為23公分，如圖(十五)所示。當10片拼圖緊密拼成一列時長度為56公分，如圖(十六)所示。求圖(十四)中的拼圖長度為多少公分？



圖(十四)



圖(十五)



圖(十六)

- (A) 5.5 (B) 5.6
(C) 5.75 (D) 6.5

教材對應 康版第2冊1-3 或康版第4冊1-1

詳解 如圖，列式如下：

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x + y = 23 \\ 10x + y = 56 \end{cases} \Rightarrow 6x = 33, x = 5.5$$

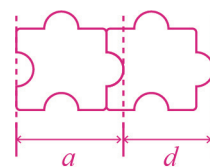
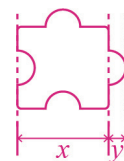
$$\Rightarrow 4 \times 5.5 + y = 23, y = 1$$

$$\therefore \text{所求} = x + y = 5.5 + 1 = 6.5$$

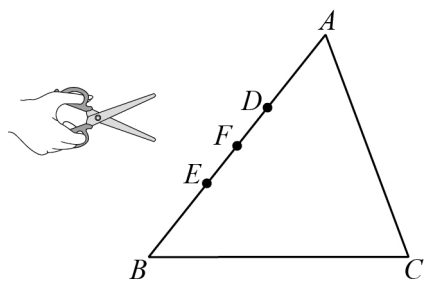
【另解】如圖

$$\begin{cases} a + 3d = 23 \\ a + 9d = 56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 6.5 \\ d = 5.5 \end{cases}$$

故選(D)



(D) 24. 圖(十七)為三角形紙片 ABC ，其中 D 點和 E 點將 \overline{AB} 分成三等分， F 點為 \overline{DE} 中點。若小慕從 \overline{AB}



圖(十七)

上的一點 P ，沿著與直線 BC 平行的方向將紙片剪開後，剪下的小三角形紙片面積為 $\triangle ABC$ 的 $\frac{1}{3}$ ，則下列關於 P 點位置的敘述，何者正確？

- (A) 與 D 點重合
- (B) 與 E 點重合
- (C) 在 \overline{DF} 上，但不與 D 點也不與 F 點重合
- (D) 在 \overline{FE} 上，但不與 F 點也不與 E 點重合

教材對應 康版第 5 冊 1-3

詳解 設剪下的小三角形為 $\triangle APQ$

$\because \overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ， $\therefore \triangle APQ \sim \triangle ABC$ (AA 相似)

沿 D 點剪開， $\triangle APQ$ 面積 = $\frac{1}{9} \triangle ABC$ 面積

沿 F 點剪開， $\triangle APQ$ 面積 = $\frac{1}{4} \triangle ABC$ 面積

沿 E 點剪開 $\triangle APQ$ 面積 = $\frac{4}{9} \triangle ABC$ 面積

$\triangle APQ$ 面積 = $\frac{1}{3} \triangle ABC$ 面積 = $\frac{3}{9} \triangle ABC$ 面積

$\Rightarrow P$ 點在 \overline{FE} 上，但不與 F 、 E 兩點重合

故選(D)

(B) 25. 圖(十八)為有春蛋糕店的價目表，阿凱原本拿了 4 個蛋糕去結帳，結帳時發現該店正在舉辦優惠活動，優惠方式為每買 5 個蛋糕，其中 1 個價格最低的蛋糕免費，因此阿凱後來多買了 1 個黑櫻桃蛋糕。若阿凱原本的結帳金額為 x 元，後來的結帳金額為 y 元，則 x 與 y 的關係式不可能為下列何者？

蛋糕種類	伯爵茶蛋糕	鮮奶捲蛋糕	濃起司蛋糕	黑櫻桃蛋糕	水果派蛋糕	千層派蛋糕
每個價格	40 元	45 元	45 元	55 元	60 元	70 元

圖(十八)

- (A) $y=x$
- (B) $y=x+5$
- (C) $y=x+10$
- (D) $y=x+15$

教材對應 康版第 2 冊 1-1

詳解 (1) 若原先拿的蛋糕中，其中價格最低的是 40 元
則此時 $y=(x+55)-40$
 $\Rightarrow y=x+15$

(2) 若原先拿的蛋糕中，其中價格最低的是 45 元
則此時 $y=(x+55)-45$

$$\Rightarrow y=x+10$$

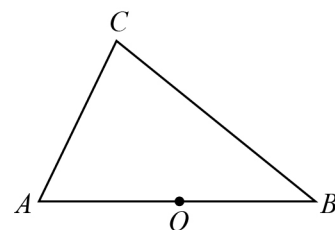
(3) 若原先拿的蛋糕中，其價格均超過 55 元
則此時 $y=(x+55)-55$

$$\Rightarrow y=x$$

$\therefore x$ 與 y 的關係式不可能為 $y=x+5$

故選(B)

(A) 26. 如圖(十九)，銳角三角形 ABC 中， O 點為 \overline{AB} 中點。甲、乙兩人想在 \overline{AC} 上找一點 P ，使得 $\triangle ABP$ 的外心為 O ，其作法分別如下：



圖(十九)

(甲) 作過 B 且與 \overline{AC} 垂直的直線，交 \overline{AC} 於 P 點，則 P 即為所求

(乙) 以 O 為圓心， \overline{OA} 長為半徑畫弧，交 \overline{AC} 於 P 點，則 P 即為所求

對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？

- (A) 兩人皆正確
- (B) 兩人皆錯誤
- (C) 甲正確，乙錯誤
- (D) 甲錯誤，乙正確

教材對應 康版第 5 冊 3-2

詳解 (甲) $\because O$ 為 $\triangle ABP$ 的外心，且 O 為 \overline{AB} 中點

$$\therefore \angle APB = 90^\circ \Rightarrow \text{正確}$$

(乙) $\because \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OP}$

$$\therefore O \text{ 到 } A、B、P \text{ 三點等距離}$$

$$O \text{ 為 } \triangle ABP \text{ 的外心} \Rightarrow \text{正確}$$

故選(A)

第二部分：非選擇題（第 1~2 題）

1. 品沏飲料店提供三種品項，其對應兩種容量的價格如圖(二十)所示。

品項	中杯 (750 毫升)	大杯 (1000 毫升)
古早味紅茶	30 元	45 元
百香綠茶	35 元	50 元
珍珠奶茶	50 元	65 元

圖(二十)

品沏飲料店的老闆規劃回饋活動，凡自備容器購買飲料者，每種品項中杯皆折扣 2 元、大杯皆折扣 5 元。請根據上述資訊，回答下列問題：

- (1) 老闆收到顧客反映，有些品項在自備容器後大杯的每毫升價格還是比中杯的貴，請問是圖(二十)中的哪些品項？
- (2) 若老闆想要讓所有品項在自備容器後大杯的每毫升價格都比中杯的便宜，則他應將大杯的折扣都至少改成多少元？請詳細解釋或完整寫出你的解題過程，並求出答案。

教材對應 康版第 2 冊 5-2

答案 (1) 古早味紅茶和百香綠茶 (2) 8 元

詳解 (1) 古早味紅茶：

中杯： $\frac{30}{750} = \frac{120}{3000}$ ， $\frac{28}{750} = \frac{112}{3000}$

大杯： $\frac{45}{1000} = \frac{135}{3000}$ ， $\frac{40}{1000} = \frac{120}{3000}$ (較中杯貴)

百香綠茶：

中杯： $\frac{35}{750} = \frac{140}{3000}$ ， $\frac{33}{750} = \frac{132}{3000}$

大杯： $\frac{50}{1000} = \frac{150}{3000}$ ， $\frac{45}{1000} = \frac{135}{3000}$ (較中杯貴)

珍珠奶茶：

中杯： $\frac{50}{750} = \frac{200}{3000}$ ， $\frac{48}{750} = \frac{192}{3000}$

大杯： $\frac{65}{1000} = \frac{195}{3000}$ ， $\frac{60}{1000} = \frac{180}{3000}$ (較中杯便宜)

所以古早味紅茶和百香綠茶的大杯還是比中杯貴

(2) 設大杯的折扣都至少改成 x 元

$\frac{45-x}{1000} < \frac{112}{3000}$ ， $\frac{50-x}{1000} < \frac{132}{3000}$

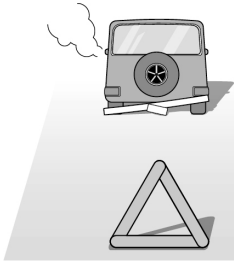
$\Rightarrow 135-3x < 112$ ， $150-3x < 132$

$\Rightarrow x > 7\frac{2}{3}$ ， $x > 6$

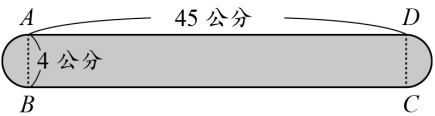
\therefore 都至少改成 8 元

答：(1) 古早味紅茶和百香綠茶 (2) 8 元

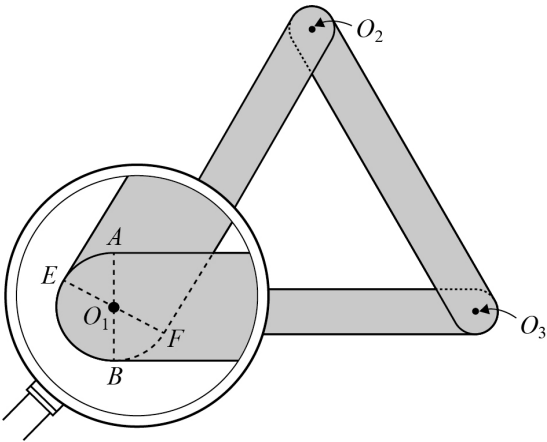
2. 預警三角標誌牌用於放置在車道上，告知後方來車前有停置車輛，如圖(二十一)所示。貝貝想製作類似此標誌的圖形，先使用反光材料設計一個物件，如圖(二十二)所示，其中四邊形 $ABCD$ 為長方形， \widehat{AB} 、 \widehat{CD} 分別為以 \overline{AB} 、 \overline{CD} 為直徑的半圓，且灰色部分為反光區域。接著，將三個圖(二十二)的物件以圖(二十三)的方式組合並固定，其中固定點 O_1 、 O_2 、 O_3 皆與半圓的圓心重合，且各半圓恰好與長方形的長邊相切，而在圖(二十三)左下方的局部放大圖中， B 、 E 皆為切點， \overline{AB} 、 \overline{EF} 皆為直徑。



圖(二十一)



圖(二十二)



圖(二十三)

請根據上述資訊，回答下列問題：

- (1) 圖(二十三)中 $\angle AO_1F$ 的度數為多少？
- (2) 根據圖(二十三)的組合方式，求出可看見的反光區域面積為多少？請詳細解釋或完整寫出你的解題過程，並求出答案。

教材對應 康版第 5 冊 2-2

答案 (1) 120° (2) $(540+4\pi-12\sqrt{3})$ 平方公分

詳解 (1) $\because \angle APF = 60^\circ$

$\therefore \angle AO_1F = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

(2) 連接 $\overline{PQ_1}$

$\Rightarrow \angle APO_1 = 60^\circ \div 2 = 30^\circ$

$\overline{AO_1} = 2 \Rightarrow \overline{AP} = 2\sqrt{3}$

重疊面積

= 扇形 O_1AF 面積 + 四邊形 $APFO_1$ 面積

= $\pi \times 2^2 \times \frac{240}{360} + 2 \times 2\sqrt{3}$

= $\frac{8}{3}\pi + 4\sqrt{3}$

一個物件的面積 = $4 \times 45 + \pi \times 2^2 = 180 + 4\pi$

所求 = $3 \times (180 + 4\pi) - 3 \times (\frac{8}{3}\pi + 4\sqrt{3})$

= $540 + 12\pi - 8\pi - 12\sqrt{3}$

= $540 + 4\pi - 12\sqrt{3}$

答：(1) 120° (2) $(540+4\pi-12\sqrt{3})$ 平方公分

