

Problem: 在二維平面 = 二維空間, 給定 n 個 points, 求這 n 個 points 中可以構成之最長直線距離之值

brute force: 計算 all-pairs distance, 取 max: $O(C_n^2) = O(n^2)$

Theorem: 距離最遠之遠之 antipodal pair 為 farthest pair

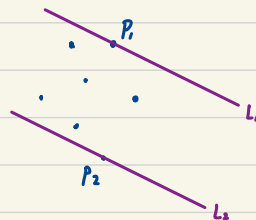
其中: antipodal pair:

若存在一條通過 p_1 的 line L_1 和通過 p_2 之 line L_2

使得 L_1 平行 L_2 , 且所有點皆位於 L_1 和 L_2 之間

則 (p_1, p_2) 為 antipodal pair

Example:



idea: 找出所有 antipodal pair (antipodal pair 上之兩點皆為 convex hull 上之頂點)

(p_1, p_2) 為兩 antipodal point

設給定 n 個點所成集合為 Q

Algorithm: 1. 求出 $CH(Q)$

2. 令 p_1 為 $CH(Q)$ 中 y 坐標最小者

p_2 為 $CH(Q)$ 中 y 坐標最大者

令 $d = \text{dist}(p_1, p_2)$

3. 令 L_1 為過 p_1 平行 y 軸直線

L_2 為過 p_2 平行 y 軸直線

4. 逆時針轉 L_1, L_2 , 不失一般性設 L_1 先和 $CH(Q)$ 中之邊 $\{p_i, p_j\}$ 重疊

令 $p_2 = p'$, 此時 (p_1, p_2) 為 antipodal 令 $d = \max\{d, \text{dist}(p_1, p')\}$

5. 重複 step 1~4 直至所有 $CH(Q)$ 上邊皆和 L_1 或 L_2 重疊

Time Complexity: $T(n) = O(n \lg n) + O(n) = O(n \lg n)$