

Longest-Path Problem

Define: 给定 $G=(V, E)$ 和 $k \in \mathbb{Z}$, 是否存在一长度为 k 之 path

Theorem: Longest-Path 为 NP-Complete

① claim: $LP \in NP$

给定 $G=(V, E)$ 和一条 path, 验证该 path 长度是否为 k 为 $O(|V|+|E|)$

故: polynomially-solvable, $LP \in NP$

② claim: $HP \leq_p LP$

给定 $G=(V, E)$ 为 HP 之 instance, 令 $k=|V|-1$, 建构 $(G=(V, E), k)$ 为 LP 之 instance

该 reduction 为 polynomial-time

claim: G 具 HP $\Leftrightarrow G$ 具长度为 k 之 LP

(\Rightarrow): G 具 HP, 即是走访各点恰一次之 path, 该 path 为长度为 $n-1$ 之 LP $\#$.

(\Leftarrow): G 具长度为 $|V|-1$ 之 LP, 又 LP 要为 simple path, 该 path 必经 G 每点恰一次
该 path 为 G 之 HP $\#$.