

Subgraph Isomorphism

给定两無向圖 G_1, G_2 , 是否 G_1 會和 G_2 上的任-subgraph 同構

Isomorphism:

给定 G, H 為兩 graph, $G = (V, E)$, $H = (V', E')$

若 G 和 H 同構 表示存在 - f 為 bijection function: $V \rightarrow V' \rightarrow (u, v) \in E \Leftrightarrow (f(u), f(v)) \in E'$

①. Subgraph isomorphism $\in NP$

给定 - f 為 certificate, 驗證 f 是否為 bijection 且是否 $\forall (u, v) \in E \Rightarrow (f(u), f(v)) \in E'$

此 verifier 為 poly time solvable

\therefore Subgraph isomorphism $\in NP$

②. Clique \leq_p Subgraph isomorphism

给定 (G, k) 為 clique problem 上之 - instance

欲建構 (G_1, G_2) 為 clique problem 上之 instance

使得: G 上存在 size 為 k 之 clique $\Leftrightarrow G_1$ 為 G_2 之某 subgraph 之同構

建構方式為: G_1 為 - size 為 k 之 complete graph, G_2 為 G

則: G 上存在 size 為 k 之 clique $\Leftrightarrow G_1$ 為 G_2 之某 subgraph 之同構

又該 reduction 為 poly-time, \therefore Subgraph isomorphism $\in NPHard$