設 TSP 為 traveling salerman problem 之 decision problem 版本
即給定一 $G=(V,E)$ 和 $b\in\mathbb{Z}^+$, 是否存在一 tour 之 cost $\le b$

設 TSP-OPT 為 traveling salerman problem 之 optimization 版本
即給定一 $G=(V,E)$ 和 $b\in\mathbb{Z}^+$, 求 G 上之 optimal tour

(1). <u>claim: TSP-OPT $\in P$ $\Rightarrow$ TSP $\in P$</u>

令 $(G=(V,E), b)$ 為 TSP 上之 instance
已知 TSP-OPT $\in P$, 故可在 $O(n^k)$ 下求出 G 之 optimal tour, 令為 V'
再對 V' 上所有經過 edge 之 cost 求和, 可得 v^*
$v^* \le b \Leftrightarrow$ G 具有 weight $\le b$ 之 tour

(2). <u>claim: TSP $\in P$ $\Rightarrow$ TSP-OPT $\in P$</u>

給定 G 為 TSP-OPT 之 instance
先令 b 為 $b=\sum_{e\in E} w(e)$
判定是否存在 weight $\le b$ 之 tour
若有則令 $b=\frac{b}{2}$, 類似於 binary search 方式
重複找直至找到最小之 b 滿足: G 上存在 weight $\le b$ 之 tour
此時 b 為 G 上 optimal tour 之 cost v^*
而在已知 b 為 optimal tour 之 cost v^* 下建構 optimal tour 之 Algo 如下:

Algo: Construct_tour(G, b)

```
1.  S = ∅
2.  G上任取一 e∉S, 令 G' = G - {e}
3.  if TSP(G', b) == true
4.      G = G', 回到 line 2
5.  else
6.      S = S ∪ {e}
7.      if w(S) == b  return S
8.      else 回到 line 2
```