

Review:

Interval Scheduling

問題定義: 給定 n 個活動, n 個活動分別記作 a_i , 則所成集合 $S = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$

已知各個 a_i 的開始時間為 s_i , 結束時間為 f_i

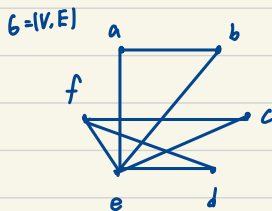
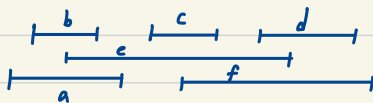
且滿足: $f_i \leq f_j, \forall i < j$ 的關係

求這 n 個活動之最大可排程活動數為何? or 最大可執行集合為何?

Input: s_i 和 $f_i \forall a_i$ 且 $f_i \leq f_j \forall i < j$

Output: 最大可排程集合 S_{\max} 和 $|S_{\max}|$

Example:



Interval Graph

給定 n 個活動, 和各個活動之 starting time 和 finishing time

建構 interval graph 如下:

$G = (V, E)$, 其中: $V = \{v_i | a_i\}$

而任兩點有邊相連 \Leftrightarrow 對應之 interval 有相交

Interval Graph Max Independent Set

Interval Graph 上之 max independent set \Leftrightarrow interval scheduling problem

\therefore 可利用 greedy algorithm 來解得最大可排程集合後, 其對應之點集 V'

即為 max independent set

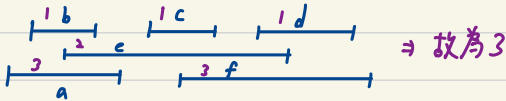
Interval Graph Coloring Problem

给定 n 个活动和各个活动之 starting time 和 finishing time

設各个活动皆需要一間場地, 求最小需几个場地

使得不會有兩活动在同-時間用同-場地

Example:



Greedy Algorithm:

for each a_i in order of increasing start time do

指派 a_i 給尚未指派給任何和 a_i 重疊之最小場地號碼

Low-Level Algorithm:

Interval-Coloring (S)

$d = 0$ // d 用作記錄最高已指派場地號碼

$A = \emptyset$ // A 為已使用教室但 available 之 queue

$Q = \{S.s[i], S.f[i], \forall 1 \leq i \leq n\}$

while $Q \neq \emptyset$

$\alpha = \text{extract_min}(Q)$

if α is start time

if $A \neq \emptyset$

$c = \text{dequeue}(A)$

else

$d = d + 1$

$c = d$

assign 場地 c to α

else if α is finish time

$c = \alpha$ 之 場地

$\text{enqueue}(c, A)$

Time Complexity: $O(n \lg n)$