

Problem: 给定  $T$  为 tree, 而 root 为  $r$  且  $|T|=n$

求  $T$  上之 min vertex cover

設計  $O(n)$  Algo 來得到  $T$  上之 vertex cover

idea: tree 為 acyclic 且  $|E|=n-1$

又 tree 上必有連接 leaf 之邊, 令這些邊為  $E_f$

$\forall (u, v) \in E_f, \deg(v)=1$ , 則 minimum vertex cover 必含有  $u$

Greedy choice property: 令  $T=(V, E)$  且  $E_f \subseteq E$

$\forall (u, v) \in E_f, \deg(v)=1$ , 則 minimum vertex cover 必含有  $u$

<PF>: 設  $S$  為  $T$  之一個 min vertex cover

若  $u \in S$  則得證

若  $u \notin S, \because (u, v) \in E \therefore v \in S$

令  $S' = S - \{v\} \cup \{u\} \because \deg(v)=1 \therefore S'$  仍為 vertex cover

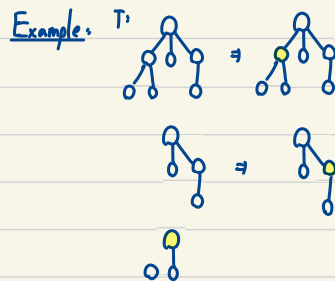
又  $|S'| = |S| \therefore S'$  為包含  $u$  之 min vertex cover

Algorithm: 找出  $T$  上之一個和 leaf 相連之  $u$ , 去除和  $u$  相連之邊, 重複直至沒有邊為止

Tree-Vertex-Cover (T)

1.  $S = \emptyset$
2.  $E = T.E$
3. while  $E' \neq \emptyset$
4. 找出  $u + (u, v) \in E'$  且  $\deg(v)=1 \Rightarrow O(1)$
5.  $S = S \cup \{u\}$
6. 刪除所有  $E'$  中和  $u$  相連之邊
7. return  $S$

Time Complexity:  $O(|V| + |E|)$



$\therefore$  vertex cover 為:

