

Problem: 给定 -  $P$  和  $a$  皆为 binary string, 可視  $P$  為 program  
判斷  $P$  是否會在  $a$  作為 input 時 halt 若是 return 1  
但若  $P$  會 run forever 則 return 0

Theorem: 不存在 - program 可解 Halting Problem

Proof by contradiction, 設存在該 program 為  $\text{Halt}(P, a)$

則 建構另一 program 如下, 令為  $Z$ , 會使用  $\text{Halt}$  作為 subroutine

Program ( $x$ )

if  $\text{Halt}(x, x)$  then

loop forever

else

halt

可見  $Z$  halt  $\Leftrightarrow \text{Halt}(x, x) = 0$

再來考慮 Program ( $Z$ ) 的情形

① 若 Program ( $Z$ ) 不會停  $\Leftrightarrow \text{Halt}(Z, Z) = 1$

表示 Program 在  $Z$  program 自身為 input 下會 halt | ✗ |

② 若 Program ( $Z$ ) 會停  $\Leftrightarrow \text{Halt}(Z, Z) = 0$

表示 Program 在  $Z$  program 自身為 input 下不會 halt | ✗ |

故可知 Halting problem 不存在 deterministic algorithm, 為 non-decidable