定義:

$G=(V,E)$: digraph, 若 $C \subseteq V$ 為 maximal 滿足 $\forall u,v \in C$

$\exists$ 一 path 由 u 走到 v 且 $\exists$ 一 path 由 v 走到 u

則稱 C 為 strongly connected component of G

Problem: 給定一 digraph, 找到 G 上之 SCC

Kosaraju's Algorithm:

1. 執行 DFS(G) 得到 $v.f$, $\forall v \in V$
2. 建構一 $G^T=(V, E^T)$, 其中 $E^T=\{(u,v) \mid (v,u) \in E\}$
3. 執行 DFS(G^T), 過程中以 $v.f$ 由大至小選點
4. return DFS(G^T) 中之每一个 tree

正確性: 在 G 中 Component graph 下:

$$\underset{V_i}{C_i} \longrightarrow \underset{V_j}{C_j}$$

具有 $f(C_i) > f(C_j)$ 關係

$f(C_i) = \max\{u.f \mid u \in C_i\}$

在 G^T 下, 又由 finishing time 大的開始走訪

$\therefore$ C_i 中的 vertex 無法走訪至 C_j

$\because$ $\exists (V_i, V_j) \in E$ 其中 $V_i \in C_i$, $V_j \in C_j$

$\therefore$ $\forall V_i \in C_i$, $V_j \in C_j$ V_i 為 V_j 之 ancestor

$\Rightarrow V_i.f > V_j.f$

$\therefore f(C_i) > f(C_j)$