

Loop invariant: 利用下列三件性質證明 Algorithm 正確性

1. Initialization: 在 loop 開始時, 命題為真

2. Maintenance: 若在該 iteration 開始時, 命題為真

則在下 iteration 結束時, 命題依然為真

3. Termination: 當 loop 終止時, 可使用 invariant 證明 命題為真

Example: insertion sort

INSERTION-SORT(A)

```
1 for  $j = 2$  to  $A.length$ 
2    $key = A[j]$ 
3   // Insert  $A[j]$  into the sorted sequence  $A[1..j-1]$ .
4    $i = j - 1$ 
5   while  $i > 0$  and  $A[i] > key$ 
6      $A[i+1] = A[i]$ 
7      $i = i - 1$ 
8    $A[i+1] = key$ 
```

命題為: 在第 j 個 iteration 開始時, $A[1..j-1]$ 為排序好的結果

1. Initialization: 當 $j=2$ 時, $A[1..1]$ 為排序好的結果顯然成立

2. Maintenance: 設當 $j=k+1$ 在 for loop 開始時, $A[1..k]$ 為排序好的結果

則當 $j=k+1$ 時, while loop 中會找到正確位置插入 $A[j]$ 使得該 iteration 結束時,
 $A[1..k+1]$ 為排序好的結果

3. Termination: 當 $j > A.length$ 時, for loop 終止, 此時 $j = n+1$, 故 $A[1..n]$ 為排序好的結果

Example 2. MST 之 greedy algorithm 正確性證明