

Longest increasing subsequence (LIS)

問題: 给定整数序列: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, 令为 S

找出 i_1, i_2, \dots, i_k 且满足: $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$ 且 $a_{i_1} < a_{i_2} < a_{i_3} < \dots < a_{i_k}$

之最大 k 值

Edit distance

問題: 给定两序列为 A & B 和三种 operation 之 cost:

^{11.} C_s : substitution

^{12.} C_i : insertion

^{13.} C_d : deletion

求由 A transform 至 B 之 min cost

easy: 先定义为 decision 版本,

Longest increasing subsequence (LIS)

問題: 给定整数序列: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, 令为 S

是否存在 i_1, i_2, \dots, i_m 且满足: $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_m \leq n$ 且 $a_{i_1} < a_{i_2} < a_{i_3} < \dots < a_{i_m}$

而 $m = k$?

Edit distance

問題: 给定两序列为 A & B 和三种 operation 之 cost:

^{11.} C_s : substitution

^{12.} C_i : insertion

^{13.} C_d : deletion

是否存在由 A transform 至 B 之 cost 为 t

claim: $LIS \leq_p$ edit distance

给定 $\langle S, k \rangle$ 为 LIS 之 instance

欲建構 $\langle A, B, C_s, C_i, C_d, t \rangle$ 为 edit distance 之 instance

$\rightarrow S$ 上存在 i_1, \dots, i_k 且满足 $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$ 且 $a_{i_1} < \dots < a_{i_k} \Leftrightarrow$ 存在-cost 为 t 之方法由 A transform 至 B

建構方式如下:

$A = S$, $B = \text{sorted}(S)$, 令 $|A| = n$ 则: $t = (n-k) \cdot C_{\text{deletion}} + (n-k) \cdot C_{\text{insertion}}$

而 $C_s \geq C_i + C_d$

$$= (n-k) [C_{\text{deletion}} + C_{\text{insertion}}]$$

