

### Problem:

给定  $G = (V, E)$  为  $\rightarrow$ -digraph 且  $|V| = n$ , 若  $L$  为  $V$ -sorting 满足:

$\forall u, v \in V$ , 若  $(u, v) \in E$  则:  $L$  中  $u$  出现在  $v$  之前

$L$  为  $\rightarrow$ -TS

Theorem:  $G$  上存在  $\rightarrow$ -TS  $\Leftrightarrow G$  为 acyclic

idea: 利用 DFS 中 time stamp 性质:  $\forall u, v \in V$ ,  $u.f > v.f$  则:  $u$  为  $v$  之 ancestor or  $v$  isn't reachable to  $u$   
 $\therefore$  做完 DFS 后依  $v.f$  由大至小排序即可得  $\rightarrow$ -TS

- 看到 DAG  $\Rightarrow$  联想至  $\rightarrow$ -TS
- 得到  $\rightarrow$ -TS 后, 可确保依  $\rightarrow$ -TS 顺序下,  $u$  先於  $v$  则不存在  $(v, u) \in E$  性质
- $\rightarrow$ -TS 中不存在  $(V_i, V_j) \in E$  且  $i > j$

正确性:  $\forall (u, v) \in E$ ,  $u.f > v.f$

$\therefore (u, v) \in E$ ,  $u.f < v.f \Rightarrow (u, v)$  为 back edge  $\neq$  cyclic