

Problem: 给定 - rod 长度为 n 和 长度为 i 之价格 $p[1, \dots, n]$
求 maximum value : r_n 和 最佳切割方法

Example: 给定 - $n = 5$ rod

	0	1	2	3	4	5
p_i	0	1	4	6	8	9

则 $p_2 + p_3 = 10$ 为 max value

DP 策略: ① 思考: 如何用子问题 OPT 建構原问题 OPT

②. characterize optimal substructure

定义子问题为长度为 i 时求 maximum value, 而 r_i 为该子问题之 optimal value

则: 该子问题 OPT 之 choice 有下面几种:

$$^{(i)} r_i = r_0 + p_i$$

$$^{(ii)} r_i = r_1 + p_{i-1}$$

\vdots

$$^{(i-1)} r_i = r_{i-1} + p_1$$

③. derive recursive function

$$r_i = \begin{cases} 0 & \text{if } i=0 \\ \max \{ p_1 + r_{i-1} + \dots + p_n + r_0 \} \end{cases}$$

④. Rod-Cutting (p, n)

1. Let $r[0, \dots, n]$ be a new array
2. $r[0] = 0$
3. $value = -\infty$
4. for $i = 1$ to n
5. for $j = 0$ to $i-1$
6. $value = \max(value, r[i-j] + p[j])$
7. $r[i] = value$
8. return $r[n]$

填表题: 给定:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p_i	1	3	8	8	9	10	18	18	23	25

求 max value 和其切割方法

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p_i	0	1	3	8	8	9	10	18	18	23	25
r_i	0	1	3	8	9	11	16	18	19	24	26
C_i	0	1	2	3	1	2	3	7	1	3	3

$$r_{10} = p_7 \cdot p_3$$