

Problem: 给定 n 件物品之 value 为 $v[1, \dots, n]$ 和其负重为 $w[1, \dots, n]$

设总负重为 W , 设所有物品只能全取或全不取, 求最佳取物方法可得 max value

eg

	V_i	W_i	而 W 为 5
I_1	10	3	
I_2	8	2	照 Greedy Algo: $8+6=14$
I_3	6	1	但最大獲利應為 $10+6=16$

DP 策略: ①. characterize optimal substructure

设子问题为:

给定 i 件物品

设总负重为 x , 设所有物品只能全取或全不取, 求最佳取物方法可得 max value

定义为 $d[i, x]$ 为该子问题之 optimal value, 则 $d[n, W]$ 为所求

设该问题之 optimal solution 为 $OPT[i, x]$

则 $OPT[i, x]$ 之 choice 有下面几种

①. 取物品 i : $OPT[i, x] = OPT[i-1, x - w[i]] + \text{item } i$

②. 不取: $OPT[i, x] = OPT[i-1, x]$

②. derive recursive function

$$d[i, x] = \begin{cases} 0 & \text{if } i=0, x=0 \\ d[i-1, x] & \text{if } x - w_i < 0 \\ \max\{d[i-1, x], d[i-1, x - w_i] + V_i\} & \text{otherwise} \end{cases}$$

③. Construct the Algorithm

Algo

```
20-KP(n, v, w)
1. for  $w=0$  to  $W$ 
    $M[0, w] = 0$ 
2. for  $i=1$  to  $n$ 
   for  $w=0$  to  $W$ 
     if ( $w_i > w$ )
        $M[i, w] = M[i-1, w]$ 
     else
        $M[i, w] = \max\{V_i + M[i-1, w - w_i], M[i-1, w]\}$ 
3. return  $M[n, W]$ 
```

填表题:

i	1	2	3	4	5	6	7	$W=16$
V_i	8	6	15	3	2	5	9	
W_i	2	3	5	4	3	2	6	

$i \setminus x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
2	0	0	8	8	8	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
3	0	0	8	8	8	15	15	23	23	23	29	29	29	29	29	29	29
4	0	0	8	8	8	15	15	23	23	23	29	29	29	29	32	32	32
5	0	0	8	8	8	15	15	23	23	23	29	29	29	31	32	32	32
6	0	0	8	8	13	15	15	23	23	28	29	29	34	34	34	36	37
7	0	0	8	8	13	15	15	23	23	28	29	29	34	34	34	37	38