Le package tnsana : de l'analyse élémentaire

 ${\bf Code\ source\ disponible\ sur\ https://github.com/typensee-latex/tnsana.git.}$

Version ${\tt 0.5.0\text{-}beta}$ développée et testée sur ${\tt Mac\,OS\,X}.$

Christophe BAL

2020-07-22

Table des matières

Introduction	3
Constantes et paramètres a. Constantes classiques ajoutées	3 3
Une variable « symbolique »	3
La fonction valeur absolue	3
c. Toutes les fonctions nommées en plus	4
Définition explicite d'une fonction	4
Limite	5
c. Dérivations totales d'une fonction – Version courte sans variable	7
	Constantes et paramètres a. Constantes classiques ajoutées

9.	Tab	bleaux de variation et de signe	9
	a.	Les bases de tkz-tab	9
	b.	Décorer facilement un tableau	15
		i. Motivation	15
		ii. Ajouter une couleur de fond à une ligne	17
		iii. Commenter une ligne	17
		iv. Graphiques pour expliquer des signes	17
		v. Quelques exemples	18
10	.Cal	cul intégral	20
	a.	Le symbole standard revisité	20
	b.	Un opérateur d'intégration clés en main	21
	c.	L'opérateur « crochet »	21
11.	.Hist	torique	23
12	.Tou	ites les fiches techniques	24
	a.	Constantes et paramètres	24
		i. Constantes classiques ajoutées	24
		ii. Constantes latines personnelles	24
	b.	Une variable « symbolique »	24
	c.	La fonction valeur absolue	24
	d.	Fonctions nommées spéciales	24
		i. Sans paramètre	24
		ii. Avec un paramètre	25
	e.	Définition explicite d'une fonction	25
	f.	Limite	25
	g.		25
		i. Les opérateurs ∂ et d	25
		O	26
		iii. Dérivations totales d'une fonction – Version courte sans variable	26
		•	26
		1	26
		1	27
	h.	8	27
			27
			27
			27
	i.	Θ	28
		v	28
		1	28
		iii. L'opérateur « crochet »	28

1. Introduction

Le package tnsana propose des macros pour écrire de l'analyse mathématique basique via un codage sémantique simple.

Remarque. Ce package s'appuie sur tnscom disponible sur https://github.com/typensee-latex/tnscom.git.

2. Constantes et paramètres

a. Constantes classiques ajoutées

Les macros ci-dessous ne nécessitent pas d'accolades.

```
$\ggamma$ , $\ppi$ , $\ttau$ , $\espis , $\ii$ , $\jj$  \gamma , \pi, \tau, e, i, j \text{ et } k \text{ où } \tau = 2\pi  et $\kk$ où $\ttau = 2 \ppi$
```

Remarque. Faites attention car {\Large \$\ppi \neq \pi\$} produit $\pi \neq \pi$. Comme vous le constatez, les symboles ne sont pas identiques. Ceci est vraie pour toutes les constantes grecques.

b. Constantes latines personnelles

La macro \param est surtout là pour une utilisation pédagogique.

3. Une variable « symbolique »

Le package tnscom propose les macros \symvar et \symvar* qui produisent les symboles • et • . Le nom utilisé vient de symvar pour symb-olic var-iable soit « variable symbolique » en anglais. Ces symboles sont utiles pour indiquer un argument symboliquement sans faire référence précisément à une ou des variables nommées.

4. La fonction valeur absolue

Exemple

Remarque. Le code LATEX vient directement de ce poste : https://tex.stackexchange.com/a/43009/6880.

5. Fonctions nommées spéciales

a. Sans paramètre

Quelques fonctions nommées supplémentaires où le f dans fch est pour f-rench soit « français » en anglais (ce choix a été fait pour éviter des incompatibilités avec quelques autres packages). La liste complète des fonctions nommées est donnée un peu plus bas dans la section c..

b. Avec un paramètre

Pour le moment il y a juste deux fonctions avec un paramètre. Les voici.

```
\ \logb{2} x = \lg x$ ou  \log_2 x = \lg x \text{ ou } \exp_6 y = 6^y
```

c. Toutes les fonctions nommées en plus

```
fch: ch...
acos: acos...
asin: asin...
                                                    fsh:sh...
atan: atan...
                                                    fth:th...
arccosh : arccosh . . .
                                                    afch: ach...
arcsinh : arcsinh . . .
                                                    afsh: ash...
arctanh : arctanh . . .
                                                    afth: ath...
acosh : acosh \dots
                                                    expb{p} : exp_n \dots
asinh: asinh...
atanh: atanh...
                                                    logb{p} : log_n \dots
```

6. Définition explicite d'une fonction

Exemple 1 – Écriture par défaut

Remarque. Même si cela est peu utile, vous pouvez utiliser la mise en forme dans du texte pour obtenir $f: \begin{vmatrix} I \to J \\ x \mapsto x^2 + 3 \end{vmatrix}$ mais c'est un peu affreux.

Exemple 2 – Écriture alternative

On peut cacher le trait vertical via l'option s pour s-hort soit « court » en anglais.

$$\begin{array}{ll} \begin{array}{ll} \text{ $f:I\to J$} \\ \text{ I{J}$} \end{array} & \qquad f:I\to J \\ x\mapsto x^2+3 \end{array}$$

Exemple 3 – Écriture en ligne

Pour avoir tout sur une ligne, ce qui est l'idéal pour une insertion dans du texte, il suffit d'utiliser l'option h pour h-orizontal.

```
Soit \frac{f(x)}{x}^{x^2 + 3}%
Soit f: x \in I \mapsto x^2 + 3 \in J.
```

7. Limite

Exemple 1 – Cas minimaliste

Notez ci-dessous que le rendu de la limite via \limit se fait toujours en mode \displaystyle pour l'opérateur de limite.

Remarque. \lim\limits_{x \rightarrow 0} f(x) produit $\lim_{x \to 0} f(x)$ contre $\lim_{x \to 0} f(x)$ ci-dessus.

Exemple 2 – Avec des conditions

Ce 2^e exemple devrait rendre intéressante la macro \limit qui permet d'ajouter facilement plusieurs conditions comme le montre la 2^e limite ¹.

Exemple 3 – Ajout de parenthèses

Les options p et sp permettent d'ajouter facilement des parenthèses extensibles ou non autour de la fonction. Indiquons que sp est pour s-mall p-arenthesis soit « petites parenthèses » en anglais.

8. Calcul différentiel

a. Les opérateurs ∂ et d

Voici deux opérateurs utiles aussi bien pour du calcul différentiel que du calcul intégral.

^{1.} En pratique, on utilise généralement au maximum une condition.

b. Dérivations totales d'une fonction – Version longue avec une variable

Exemple 1 – Différentes écritures possibles

La macro \der est stricte du point de vue sémantique car on doit lui fournir la fonction, l'ordre de dérivation et la variable de dérivation (voir la section iii. qui présente la macro \sder permettant une rédaction efficace pour obtenir $f^{(1)}$ ou f'). Voici plusieurs mises en forme faciles à taper via l'option de \der. Attention bien entendu à n'utiliser l'option par défaut u ou l'option d qu'avec un ordre de dérivation de valeur naturelle connue!

On peut aussi ajouter autour de la fonction des parenthèses extensibles ou non sauf même si cela n'est pas utile pour le mode d (voir juste après le mode bd). Ci-dessous on montre au passage une écriture du type « opérateur fonctionnel » : voir la section iv. page 26 à ce sujet.

Avec l'option d les parenthèses seules sont sans utilité car on peut obtenir des choses non souhaitées comme (u+v). À la place on utilisera l'option bd où le b est pour b-racket soit « crochet » en anglais. Notez au passage que p et sp restent utilisables.

Remarque. Expliquons les valeurs des options.

- 1. u, la valeur par défaut, est pour u-suel soit l'écriture avec les primes. Cette option ne marchera pas avec un nombre symbolique de dérivations.
- 2. e est pour e-xposant.
- 3. i est pour i-ndice.
- 4. d est pour d-ot soit « point » en anglais.
- 5. bd est pour b-racket d-ot où « bracket » est pour « crochet » en anglais.
- 6. f est pour f-raction avec aussi sf pour une écriture réduite où s est pour s-mall soit « petit » en anglais.
- 7. of et osf utilisent le préfixe o pour o-pérateur.
- 8. p est pour p-arenthèse : dans ce cas les parenthèses seront extensibles. Le fonctionnement est différent avec l'option d comme nous l'avons vu avant.
- 9. sp est pour des parenthèses non extensibles. Là aussi le fonctionnement est différent avec l'option d.

Exemple 2 – Pas de uns inutiles

Remarque. Voici comment forcer les exposants 1 si besoin. Fonctionnel mais très moche...

c. Dérivations totales d'une fonction – Version courte sans variable

Dans l'exemple suivant le code manque de sémantique car on n'indique pas la variable de dérivation. Ceci étant dit à l'usage la macro \sder rend de grands services. Ici le préfixe s est pour s-imple voire s-impliste... Voici des exemples où de nouveau l'option par défaut u et l'option d ne seront fonctionnelles qu'avec un ordre de dérivation de valeur naturelle connue!

Exemple 1

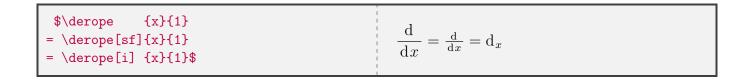
Exemple 2

Remarque. Ici les seules options disponibles sont u, e, b, bd, p et sp.

d. L'opérateur de dérivation totale

Ce qui suit peut rendre service au niveau universitaire. Les options possibles sont f, valeur par défaut, sf et i avec les mêmes significations que pour la macro \der.

Ici non plus il n'y a pas de uns inutiles mais l'astuce \,\!1 reste utilisable.



e. Dérivations partielles

Exemple 1 – Différentes écritures

La macro \pder 2 avec p pour p-artielle permet de rédiger des dérivées partielles en utilisant facilement plusieurs mises en forme via une option qui vaut f par défaut. Cette macro attend une fonction, les dérivées partielles effectuées et l'ordre total de dérivation. Voici deux types de mise en forme classiques où vous noterez comment x | y^2 est interprété.

Il existe en plus deux notations indicielles données en exemple ci-dessous. Notez qu'avec l'option ei l'exposant total n'est pas imprimé et que les exposants partiels doivent être des naturels connus.

Remarque. L'option ei ne marche pas avec des variables indicées pour le moment.

On peut aussi ajouter autour de la fonction à différencier des parenthèses extensibles ou non via p et sp respectivement. Ci-dessous on montre aussi une écriture du type « opérateur fonctionnel » : voir la section vi. page 27 à ce sujet.

Remarque. Les options disponibles sont f, sf, of, osf, p et sp avec des significations similaires à celles pour la macro \der auxquelles s'ajoutent i et ei pour les écritures indicielles où le e dans ei est pour e-xpand soit « développer » en anglais.

Exemple 2 – Pas de uns inutiles

Remarque. Rappelons que pour obtenir $\partial_x^1 u$ on peut taper \pder[i]{u}{x}{\,\!1}.

^{2. \}partial existe déjà pour obtenir ∂ .

f. L'opérateur de dérivation partielle

Ce qui suit peut rendre service au niveau universitaire. Les options possibles sont f, valeur par défaut, sf et i avec les mêmes significations que pour la macro \pder.

9. Tableaux de variation et de signe

a. Les bases de tkz-tab

Comment ça marche?

Pour les tableaux de variation et de signe non décorés, tout le boulot est fait par le package tkz-tab. Ce package est utilisé avec les réglages par défaut « maison » suivants via l'utilisation de \tkzTabSetup.

- 1. arrowstyle = triangle 60 permet d'obtenir des pointes de flèche plus visibles.
- 2. doubledistance = 3pt améliore la visibilité des doubles barres pour les valeurs interdites.

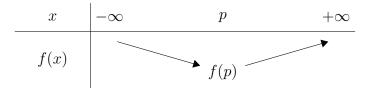
Nous donnons quelques exemples classiques d'utilisation proches ou identiques de certains proposés dans la documentation de tkz-tab (les codes ont été mis en forme pour faciliter la compréhension de la syntaxe à suivre). Reportez vous à la documentation de tkz-tab pour des compléments d'information : vous y trouverez des réglages très fins.

Exemple 1 – Avec des signes

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(x)$		+ 0 -	

Le rendu précédent a été obtenu via le code suivant.

Exemple 2 – Avec des variations (sans cadre)



Le rendu précédent a été obtenu via le code suivant.

Exemple 3 – Variations via une dérivée (sans cadre)

x	$0 \qquad \qquad \frac{\pi}{2} \qquad \qquad \pi$	
$\cos(x)$	+ 0 -	
$\sin(x)$		

Le rendu précédent a été obtenu via le code suivant.

Exemple 4 – Une image intermédiaire avec une seule flèche

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$3x^2$		+	0	+	
x^3	$-\infty$ -		0_		→ +∞

Le rendu précédent a été obtenu via le code suivant.

```
\begin{tikzpicture}
   \tkzTabInit{
      $x$ / 0.75,
      $3 x^2$ / 1
       $x^3$ / 1.5
   }{
              $-\infty$ , $0$ , $+\infty$
   }
                          , + , 0 , + ,
   \tkzTabLine{
   \tkzTabVar {- / $-\infty$ , R
                                   , + / $+\infty$}
   %
   \tkzTabIma{1}{3}{2} % Position entre les 1re et 3e valeurs puis rang relatif.
            {$0$} % Valeur de l'image.
\end{tikzpicture}
```

Exemple 5 – Valeurs interdites et valeurs supplémentaires

x	0	1	e	$+\infty$
$\frac{1}{x}$			+	
ln		$_{\infty}$ -0^{-}	1	\rightarrow $+\infty$

Le rendu précédent a été obtenu via le code suivant.

```
\begin{tikzpicture}
   / 0.75 ,
      \frac{1}{x} / 1.25,
                 / 1.75
      $\ln$
   }{
            $0$
                          , $+\infty$
   \tkzTabLine{d
   \t TabVar {D- / $-\infty$ , + / $+\infty$}
   \tkzTabVal{1}{2}{0.35} % Position entre les 1re et 2e valeurs puis en proportion.
                  % x_{1} et f(x_{1})
           {1}{0}
   \tkzTabVal{1}{2}{0.65} % Position entre les 1re et 2e valeurs puis en proportion.
           {\$ e} {x_2 et f(x_2)}
\end{tikzpicture}
```

Voici un autre exemple pour comprendre comment utiliser \tkzTabVal avec en plus l'option draw qui peut rendre service.

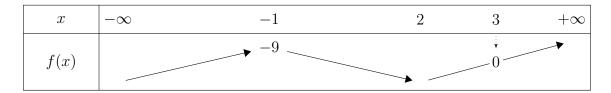
x	0	1	e	\mathbf{e}^2	$+\infty$
f'(x)		+	0	<u>:</u>	
f(x)	$-\infty$	$\frac{1}{e}$	e	1	0

Le rendu précédent a été obtenu via le code suivant.

```
\begin{tikzpicture}
   \tkzTabInit[espcl = 4]{
       $x$
               / 0.75 ,
       f'(x) / 1
       f(x) / 1.5
   }{
                                              , +\infty
               $0$
                                  , $\ee$
   \tkzTabLine{d
   \tkzTabVar {D- / $-\infty$
                              , + / $\ee$ , - / $0$ }
   \t TabVal[draw]{1}{2}{0.5} \% Position entre les 1re et 2e valeurs au milieu.
                   {$1$}{$\frac{1}{\ee}$}
   \tkzTabVal[draw]{2}{3}{0.5} % Position entre les 2e et 3e valeurs au milieu.
                   {$\ee^2$}{$1$}
\end{tikzpicture}
```

Exemple 6 – Signe à partir des variations (un peu de pédagogie...)

Il est assez facile de produire des choses très utiles pédagogiquement comme ce qui suit en se salissant un peu les mains avec du code TikZ.

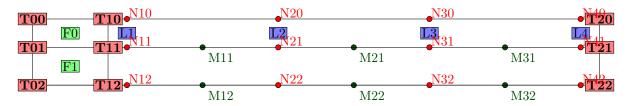


On déduit du tableau précédent le signe de la fonction f.

x	$-\infty$ 3	1		$+\infty$
f(x)	- 0	l	+	

Voici le code du 1^{er} tableau où le placement de la valeur 3 au milieu entre 2 et $+\infty$ va nous simplifier le travail pour le 2^e tableau.

Pour produire le code du 2^e tableau il a fallu utiliser au préalable ce qui suit en activant l'option help qui demande à tkz-tab d'afficher les noms de noeuds au sens TikZ qui ont été créés. Ceci permet alors d'utiliser ces noeuds pour des dessins TikZ faits maison ³.



Le rendu précédent a été obtenu via le code suivant.

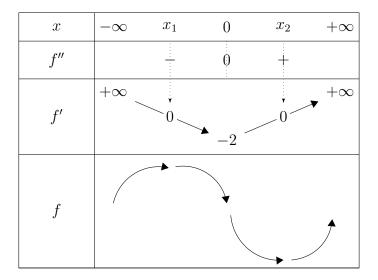
Maintenant que les noms des noeuds sont connus, il devient facile de produire le code ci-après. Bien noter l'usage de valeurs utiles « vides » de x ainsi que les mystiques \node at ((A)!0.5!(B)) permettant de placer un noeud au milieu entre les deux noeuds A et B.

^{3.} C'est grâce à ce mécanisme que tnsana peut proposer des outils explicatifs des tableaux de signe : voir la section suivante.

```
\begin{tikzpicture}
    \tkzTabInit[
        espcl = 4,
%
                     % <-- Pour voir les noms des noeuds.
         help
    ]{
        $x$
               / 0.75 ,
        f(x) / 1
    }{
        -\inf , , , -\inf , attention ! Ne pas oublier de virgules.
    }
    %
    \node at (\$(N31)!0.5!(N40)\$)\{\$3\$\};
    \node at (\$(M31)!0.5!(M32)\$)\{\$0\$\};
    \node at (\$(M31)!0.5!(N42)\$)\{\$+\$\};
    \node at (\$(N11)!0.5!(M32)\$)\{\$-\$\};
\end{tikzpicture}
```

Exemple 7 – Convexité et concavité symbolisées dans les variations

Voici un autre exemple s'utilisant la machinerie TikZ afin d'indiquer dans les variations la convexité et la concavité via des flèches incurvées (cette convention est proposée dans la sous-section « Exemple utilisant l'option \help » de la section « Gallerie » de la documentation de tkz-tab).



Le code utilisé est le suivant.

```
\begin{tikzpicture}
   \tkzTabInit[
       espcl = 3,
%
        help % <-- Pour voir les noms des noeuds.
   ]{
       $x$ / 0.75,
       $f''\$ / 1
       $f'$ / 2
       $f$ / 3
   }{
               $-\infty$
, $0$
, $+\infty$
   \tkzTabVar {+ / $+\infty$ , - , z , + , } \tkzTabVar {+ / $+\infty$ , - / $-2$ , + / $+\infty$}
   \tkzTabLine{
   \t \TabVal[draw]{1}{2}{.5}{$x_1$}{$0$}
   \tkzTabVal[draw]{2}{3}{.5}{$x_2$}{$0$}
   \begin{scope}[->, > = triangle 60]
       \coordinate (Middle1) at ($(N13)!0.5!(N14)$);
       \coordinate (Middle2) at ($(N23)!0.5!(N24)$);
       \coordinate (Middle3) at ($(N33)!0.5!(N34)$);
       \draw ([above=6pt]Middle1)
             to [bend left=45] ([left=1pt]N);
       \draw ([right=3pt]N)
             to [bend left=45] ([above=6pt]Middle2);
       \draw ([below right=3pt]Middle2)
             to [bend left=-45] ([above=6pt]M24);
       \draw ([above right=6pt]M24)
             to [bend right=40] ([below left=6pt]Middle3);
   \end{scope}
\end{tikzpicture}
```

b. Décorer facilement un tableau

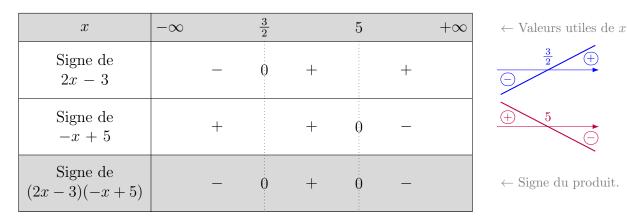
i. Motivation

Considérons le tableau suivant et imaginons que nous voulions l'expliquer à un débutant.

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		5		$+\infty$
Signe de $2x - 3$		_	0	+		+	
Signe de $-x + 5$		+		+	0	_	
Signe de $(2x-3)(-x+5)$		_	0	+	0	_	

Deux options s'offrent à nous pour justifier comment a été rempli le tableau.

- 1. Classiquement on résout par exemple juste les deux inéquations 2x 3 > 0 et -x + 5 > 0 puis on complète les deux premières lignes ⁴ pour en déduire la dernière via la règle des signes d'un produit.
- 2. On peut proposer une méthode moins sujette à la critique qui s'appuie sur la représentation graphique d'une fonction affine en produisant le tableau suivant.



Pour produire le 2^e tableau, en plus du code tkz-tab pour le tableau de signe ⁵, il a fallu ajouter les lignes données ci-dessous où sont utilisées les macros \backLine, \graphSign et \comLine proposées par tnsana (la syntaxe simple à suivre sera expliquée dans les trois sections suivantes). Indiquons que les lignes pour les signes doivent utiliser un coefficient minimal de 1.5 pour la hauteur afin d'éviter la superposition des graphiques.

Remarque. Il est aussi possible de décorer une ligne de variation comme cela sera montré dans l'exemple 3 page 20.

^{4.} Notons que cette approche est un peu scandaleuse car il faudrait en toute rigueur aussi résoudre 2x-3<0, -x+5<0, 2x-3=0 et -x+5=0. Personne ne le fait car l'on pense aux variations d'une fonction affine. Dans ce cas pourquoi ne pas juste utiliser ce dernier argument? C'est ce que propose la $2^{\rm e}$ méthode.

^{5.} Nous avons utilisé les réglages optionnels lgt = 3.5 et espcl = 2.5 de \tkzTabInit pour avoir de la place dans la 1^{re} colonne pour le dernier produit et aussi réduire la largeur des colonnes pour les signes.

ii. Ajouter une couleur de fond à une ligne

La modification de la couleur de fond d'une ligne se fait via la macro \backLine 6 pour back-ground of the line soit « fond de la ligne » en anglais. Cette macro possède un argument optionnel et un obligatoire.

- L'argument optionnel : choix de la couleur de fond.

 Ci-dessus nous avons utilisé la couleur par défaut qui est gray!30.
- L'argument obligatoire : les numéros de ligne séparés par des virgules.

 La numérotation des lignes commence à 0 comme en informatique. Ainsi \backLine{0,3} ajoute une couleur de fond à la ligne des valeurs utiles de x et à la 3^e ligne de signes, ou moins intuitivement à la (3+1)^e ligne du tableau.

iii. Commenter une ligne

L'ajout de commentaires courts se fait via la macro \comLine pour com-ment a line soit « commenter une ligne » en anglais. Cette macro possède un argument optionnel et deux obligatoires.

- L'argument optionnel : choix de la couleur du texte.

 Ci-dessus nous avons utilisé \comLine[gray]{0}{...} pour avoir un texte en gris.
- Le 1^{er} argument : le numéro de ligne (comme pour \backLine).
- ullet Le 2^e argument : texte du commentaire.

Par défaut aucun retour à la ligne n'est possible. Si besoin se reporter à l'exemple 3, page 20 section v., où est montré comment écrire sur plusieurs lignes.

iv. Graphiques pour expliquer des signes

Pour le moment, la macro \graphSign propose différents types de graphiques de fonctions dites de référence. Avant de voir ce qui est proposé rappelons que la convention est de prendre 0 pour numéro de la toute 1^{re} ligne contenant les valeurs utiles de la variable.

1. Fonctions affines non constantes avec une contrainte.

Pour les fonctions du type f(x) = ax + b avec $a \neq 0$, nous devons connaître le signe de a et la racine r de f. Le codage est simple : considérons par exemple \graphSign{2}{ax+b, an}{\$5\$}.

- 1^{er} argument 2.
 - Ceci indique d'ajouter le graphique dans la 2^e ligne de signes.
- ax+b dans le 2^e argument.
 - Ce code sans espace indique une fonction affine.
- an dans le 2^e argument.
 - Ce code venant de a négatif ajoute la condition a < 0.
- 3^e argument 5.
 - Ceci donne la racine.

Donc pour ajouter dans la 4^e ligne de signe le graphique de f(x) = 3x, on utilisera dans ce cas $\graphSign{4}{ax+b}$, ap}{\$0\$} où ap pour a positif code la condition a > 0.

^{6.} L'auteur de tnsana n'est absolument pas un fan de la casse en bosses de chameau mais par souci de cohérence avec ce que propose tkz-tab le nom \backLine a été proposé à la place de \backline.

2. Fonctions trinômiales du 2^e degré avec deux contraintes.

Pour les fonctions du type $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$, en plus du signe de a nous devons connaître celui du discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$, ce dernier pouvant être nul, sans oublier les racines réelles éventuelles. Voyons comment coder ce genre de chose via par exemple $\graphSign{5}{ax2+bx+c}$, an, dp}{\$r_1\$}{\$r_2\$}.

• 1^{er} argument 5.

On indique la 5^e ligne de signes.

• ax2+bx+c dans le 2^e argument.

Ce code sans espace indique un trinôme du 2^e degré.

- an dans le 2^e argument (comme avant).
- dp dans le 2^e argument.

Ce code venant de discriminant positif ajoute la condition $\Delta > 0$. En plus de dn et dp il y a aussi dz pour discriminant zéro.

• 3^e et 4^e arguments r_1 et r_2 .

Ceci donne les deux racines réelles avec obligatoirement $r_1 < r_2$.

Ainsi pour indiquer dans la 3^e ligne de signe la courbe relative à $f(x) = -4x^2$, on utilisera \graphSign{3}{ax2+bx+c, an, dz}{\$0\$}.

Enfin le graphique associé au trinôme $f(x) = 7x^2 + 3$, qui est sans racine réelle, s'obtiendra dans la 4^e ligne de signe via \graphSign{4}{ax2+bx+c, ap, dn}.

3. Fonctions sans contrainte.

Voici ce qui est disponible via \graphSign{noligne}{codefonc} où les valeurs possibles de codefonc sont les suivantes.

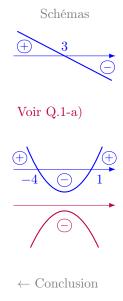
codefonc	x2	sqrt	1/x	abs	exp	ln
f(x)	x^2	\sqrt{x}	$\frac{1}{x}$	x	$\exp x$	$\ln x$

v. Quelques exemples

Exemple 1 – Avec une parabole

Il devient très facile de proposer un tableau décoré comme le suivant.

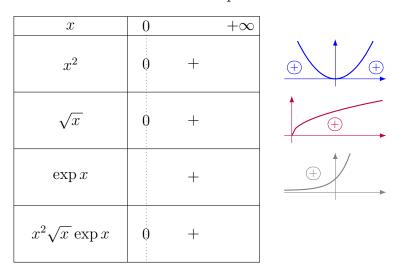
x	$-\infty$	-4		1		3	$+\infty$
Signe de $-x + 3$	_	F	+		+	0	_
Signe de $f(x)$	_	- 0	+	0	+	0	_
Signe de $x^2 + 3x - 4$	_	⊢ 0	_	0	+		+
Signe de $-x^2 + x - 4$	_	-	_		_		_
Signe du produit	-	⊢ 0	+	0	_	0	_



En plus des deux exemples de schémas de paraboles, il faut noter dans le code supplémentaire ajouté l'utilisation de \kern1.75em dans \comLine[gray]{0}{\kern1.75em Schémas} afin de mettre un espace horizontal précis pour centrer à la main le texte « Schémas » (un peu sâle mais ça marche).

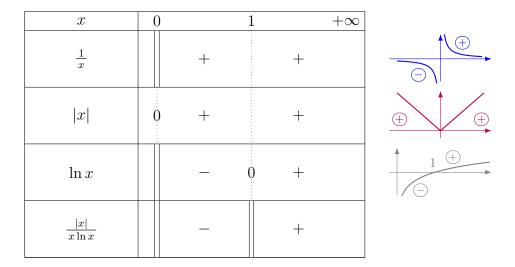
Exemple 2 – Avec des fonctions sans paramètre

Voici un 1^{er} tableau avec certaines des fonctions sans paramètre.



Le code correspondant est le suivant.

Voici un 2^e tableau avec les fonctions sans paramètre manquantes ci-dessus.



Le code correspondant est le suivant.

Exemple 3 – Commenter des variations

Pour finir, indiquons que les outils de décoration marchent aussi pour les tableaux de variation. Voici un exemple possible d'utilisation où les retours à la ligne ont été obtenus affreusement, ou pas, via \parbox{11.5em}{...}.

x	0	e +∞
f'(x)		+ 0 -
f(x)		$-\infty$ e 0

Sur un intervalle le signe de f'(x) implique les variations de f(x).

Les limites sont hors programme pour cette année.

10. Calcul intégral

a. Le symbole standard revisité

Commençons par un point important : le package réduit les espacements entres des symboles \int successifs. Voici un exemple.

```
 \begin{array}{lll} & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ &
```

Remarque. Par défaut, LATEX affiche $\int \int \int F(x;y;z) dx dy dz$ et $\int_a^b \int_c^d \int_e^f F(x;y;z) dx dy dz$. Nous avons obtenu ce résultat en utilisant \stdint qui est l'opérateur proposé de façon standard par LATEX.

b. Un opérateur d'intégration clés en main

Exemple $1 - \dot{A}$ quoi bon?

Le 1^{er} exemple qui suit semblera être une hérésie pour les habitués de L^ATEX mais rappelons que le but de tnsana est de rendre les documents facilement modifiables globalement ou localement comme le montre le 2^e exemple.

Exemple 2 - Le mode displaystyle

La macro \dintegrate* présentée ci-dessous possède aussi une version non étoilée \dintegrate.

c. L'opérateur « crochet »

Exemple 1

Remarque. Il faut savoir que \hook signifie « crochet » en anglais mais la bonne traduction du terme mathématique est en fait « square bracket ». Ceci étant dit l'auteur de tnsana trouve plus efficace d'utiliser \hook comme nom de macro.

Exemple 2 – Des crochets non extensibles

Dans l'exemple suivant, on utilise l'option sb pour s-mall b-rackets soit « petits crochets » en anglais. Les options sont disponibles à la fois pour \hook et \hook*.

Exemple 3 – Un trait vertical épuré

Via les options r et sr pour s-mall et r-ull soit « petit » et « trait » en anglais, on obtient ce qui suit.

11. Historique

Nous ne donnons ici qu'un très bref historique récent ⁷ de tnsana à destination de l'utilisateur principalement. Tous les changements sont disponibles uniquement en anglais dans le dossier change-log : voir le code source de tnsana sur github.

2020-07-22 Nouvelle version mineure 0.5.0-beta.

- Définition explicite d'une fonction : ajout de $\footnote{\foot$

2020-07-21 Nouvelle version mineure 0.4.0-beta.

- LIMITE : ajout de \limit pour l'écriture de limites de fonctions à une seule variable.
- **DÉRIVATION**: par souci de cohérence, il faudra taper $\der{f}{x}{n}$ au lieu de l'ancien $\der{f}{n}{x}$.
- Integraton: par souci de cohérence, il faudra taper \integratof{f}{x}{a}{b} au lieu de l'ancien \integratof{a}{b}{f}{x}. Il en va de même pour \hook.

2020-07-17 Nouvelle version mineure 0.3.0-beta.

- · DÉRIVATION.
 - Dérivation pointée à la physicienne via d et bd deux nouvelles options de \der.
 - La dérivation partielle indexée du type u_{xxy} à la physicienne via ei une nouvelle option de \pder.
- Tableaux de signe et de variation.
 - Ajout de \backLine pour changer la couleur de fond d'une ou plusieurs lignes.
 - \graphSign propose des fonctions de référence (sans paramètre).

2020-07-15 Nouvelle version mineure 0.2.0-beta.

• SYMBOLES : les nouvelles macros \symvar et \symvar* produisent un disque plein et un carré plein permettant par exemple d'indiquer symboliquement une ou des variables.

2020-07-12 Nouvelle version mineure 0.1.0-beta.

• FONCTIONS NOMMÉES: \ppcm et \pgcd ont été déplacées dans tnsarith disponible sur https://github.com/typensee-latex/tnsarith.git.

2020-07-10 Première version 0.0.0-beta.

^{7.} On ne va pas au-delà de un an depuis la dernière version.

12. Toutes les fiches techniques

	ı	
a. Constantes et j	paramètres	
i. Constantes classiqu	ues ajoutées	
\ggamma \ppi \ttau \ee	\ii \jj \kk	
ii. Constantes latines	s personnelles	
\param{#1}		
— Argument: un texte u	tilisant l'alphabet latin.	
b. Une variable «	symbolique »	
\symvar {} \symvar*{}		
c. La fonction val	leur absolue	
\abs {#1} \abs*{#1}		
— Argument: l'expressio	n sur laquelle appliquer la fonction valeur absolue.	
d. Fonctions nom	mées spéciales	
i. Sans paramètre		
\acos \asin \atan		
\arccosh \arcsinh \arctanh		
\acosh \asinh \atanh		
\fch		= f-rench

\fsh

\fth

\afch

f = f-rench

f = f-rench

\afsh \afth

ii. Avec un paramètre

\expb{#1}

— Argument: la base de l'exponentielle

\logb{#1}

— Argument: la base du logarithme

e. Définition explicite d'une fonction

\funcdef [#opt] {#1..#5}

- Option: la valeur par défaut u.
 - 1. u : écriture empilée avec un trait vertical.
 - 2. s : écriture empilée sans trait vertical.
 - 3. h : écriture horizontale en ligne.
- Argument 1: la fonction.
- Argument 2: la variable.
- Argument 3: la formule de définition.
- Argument 4: ensemble de départ. Cet argument peut être vide si le mode h est activé
- Argument 5: ensemble d'arrivée.

f. Limite

\limit[#opt] {#1..#3}

- Option: la valeur par défaut asit n'a pas vocation à être utilisée.
 - 1. asit : rien n'est appliqué sur la fonction qui reste donc tel quelle.
 - 2. p : ajout de parenthèses extensibles autour de la fonction.
 - 3. sp : ajout de parenthèses non extensibles autour de la fonction.
- Argument 1: la fonction dont on indique la limite.
- Argument 2: la variable qui va tendre vers quelque chose.
- Argument 3: la valeur limite suivie éventuellement de conditions en utilisant la barre verticale | pour séparer ces différentes informations.

g. Calcul différentiel

i. Les opérateurs ∂ et d

\dd [#opt] {#1} \pp [#opt] {#1}

- Option: utilisée, cette option sera mise en exposant du symbole ∂ ou d.
- Argument: la variable de différentiation à droite du symbole ∂ ou d.

ii. Dérivations totales d'une fonction – Version longue avec une variable

\der [#opt] {#1..#3}

- Option: la valeur par défaut est u.
 - 1. u : écriture usuelle avec des primes (ceci nécessite d'avoir une valeur entière naturelle connue du nombre de dérivations successives).
 - 2. e : écriture via un exposant entre des parenthèses.
 - 3. i : écriture via un indice.
 - 4. d : écriture pointée à la physicienne (cf. la dérivation par rapport au temps).
 - 5. bd : écriture pointée avec un crochet entre les points et la fonction.
 - 6. f : écriture via une fraction en mode display.
 - 7. sf : écriture via une fraction en mode non display.
 - 8. of : écriture via une fraction en mode display sous la forme d'un opérateur (la fonction est à côté de la fraction).
 - 9. osf : écriture via une fraction en mode non display sous la forme d'un opérateur (la fonction est à côté de la fraction).
 - 10. p : ajout de parenthèses extensibles autour de la fonction.
 - 11. sp : ajout de parenthèses non extensibles autour de la fonction.
- Argument 1: la fonction à dériver.
- Argument 2: la variable de dérivation.
- Argument 3: l'ordre de dérivation.

iii. Dérivations totales d'une fonction – Version courte sans variable

\sder[#opt] {#1..#2}

s = s-imple

- Option: la valeur par défaut est u. Les options disponibles sont u, e, d, bd, p et sp : voir la fiche technique de \sder ci-dessus.
- Argument 1: la fonction à dériver.
- Argument 2: l'ordre de dérivation.

iv. L'opérateur de dérivation totale

\derope [#opt] {#1..#2}

ope = ope-rator

- Option: la valeur par défaut est f. Les options disponibles sont f, sf et i : voir la fiche technique de \der donnée un peu plus haut.
- Argument 1: la fonction à dériver.
- Argument 2: l'ordre de dérivation.

v. Dérivations partielles

\pder[#opt] {#1..#2}

p = p-artial

- Option: la valeur par défaut est f.
 - 1. f : écriture via une fraction en mode display.
 - 2. sf : écriture via une fraction en mode non display.
 - 3. of : écriture via une fraction en mode display sous la forme d'un opérateur (la fonction est à côté de la fraction).

- 4. osf : écriture via une fraction en mode non display sous la forme d'un opérateur (la fonction est à côté de la fraction).
- 5. i : écriture via un indice.
- 6. ei : écriture via un indice mais en « développant ».
- 7. p : ajout de parenthèses extensibles autour de la fonction.
- 8. sp : ajout de parenthèses non extensibles autour de la fonction.
- Argument 1: la fonction à dériver.
- Argument 2: les variables utilisées avec leur ordre de dérivation pour la dérivation partielle en utilisant une syntaxe du type $x \mid y^2 \mid \dots$ qui indique de dériver suivant x une fois, puis suivant y deux fois... etc.
- Argument 3: l'ordre total de dérivation.

vi. L'opérateur de dérivation partielle

\pderope [#opt] {#1..#2}

p = p-artial et ope = ope-rator

- Option: la valeur par défaut est f. Les options disponibles sont f, sf et i : voir la fiche technique de \pder juste avant.
- Argument 1: les variables utilisées avec leur ordre de dérivation via la syntaxe indiquée ci-dessus.
- Argument 2: l'ordre total de dérivation.

h. Tableaux de variation et de signe

i. Coloriser le fond

\backLine [#opt] {#1}

back = back-ground

- Option: couleur au format TikZ. La valeur par défaut est gray!30.
- Argument 1: les numéros de ligne séparés par des virgules, 0 étant le 1^{er} numéro.

ii. Commentaires

\comLine[#opt] {#1..#2}

com = com-ment

- Option: couleur au format TikZ. La valeur par défaut est blue.
- Argument 1: le numéro de ligne, 0 étant le 1^{er} numéro.
- Argument 2: le texte du commentaire.

iii. Graphiques explicatifs

\graphSign [#opt] {#1..#4}

- Option: couleur au format TikZ. La valeur par défaut est blue.
- Argument 1: le numéro de ligne, 0 étant le 1^{er} numéro.
- Argument 2: le type de fonctions avec des contraintes éventuelles en utilisant la virgule comme séparateur d'informations.
 - 1. x2 sans espace indique $f(x) = x^2$.
 - 2. srqt sans espace indique $f(x) = \sqrt{x}$.

- 3. 1/x sans espace indique $f(x) = \frac{1}{x}$.
- 4. abs sans espace indique f(x) = |x|.
- 5. exp sans espace indique $f(x) = \exp x$.
- 6. ln sans espace indique $f(x) = \ln x$.
- 7. ax+b sans espace indique f(x) = ax + b avec $a \neq 0$ à caractériser.
- 8. ax2+bx+c sans espace indique $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ et le discriminant d à caractériser.
- 9. ap et an indiquent respectivement les conditions a > 0 et a < 0.
- 10. dp, dz et dn indiquent respectivement les conditions d > 0, d = 0 et d < 0.
- Argument 3 supplémentaire pour ax+b: la racine réelle de ax + b.
- Arguments supplémentaires éventuels pour ax2+bx+c: si $ax^2 + bx + c$ admet une ou deux racines réelles, on donnera toutes les racines de la plus petite à la plus grande ⁸.

i. Calcul intégral

i. Le symbole standard revisité

\stdint (pour retrouver le comportement par défaut)

ii. Un opérateur d'intégration clés en main

```
\integrate {#1..#4}
\integrate* {#1..#4}
```

\dintegrate {#1..#4}

d = d-isplaystyle

- \dintegrate*{#1..#4}
- Argument 1: la fonction intégrée.
- Argument 2: la variable d'intégration.
- Argument 3: valeur initiale d'intégration qui apparait en bas du symbole \int_{\bullet} .
- Argument 4: valeur finale d'intégration qui apparait en haut du symbole $\int_{-\infty}^{\infty}$.

iii. L'opérateur « crochet »

```
\hook [#opt] {#1..#4} \hook* [#opt] {#1..#4}
```

- Option: la valeur par défaut est b. Voici les différentes valeurs possibles.
 - 1. b : des crochets extensibles sont utilisés.
 - 2. sb: des crochets non extensibles sont utilisés.
 - 3. r : un unique trait vertical extensible est utilisé à droite.
 - 4. sr: un unique trait vertical non extensible est utilisé à droite.
- Argument 1: la fonction sur laquelle effectuer le calcul.
- Argument 2: la variable à affecter pour les calculs.
- Argument 3: valeur initiale à substituer qui apparait en bas du crochet fermant ou de la barre verticale.

^{8.} Notant $\Delta = b^2 - 4ac$, si $\Delta < 0$ il n'y aura pas d'argument supplémentaire, si $\Delta = 0$ il y en aura un seul et enfin si $\Delta > 0$ il faudra en donner deux, le 1^{er} étant le plus petit.

— Argument 4: verticale.	valeur	finale à	substitue	er qui a	apparait	en haut	du croch	net ferma	nt ou o	de la	barre