

1 Calcul différentiel

1.1 Les opérateurs ∂ et d

Voici deux opérateurs utiles aussi bien pour du calcul différentiel que du calcul intégral.

$\$dd\{t\} = dd[1]\{t\}$ ou $\$dd[n]\{x\}$	$dt = d^1t$ ou d^nx
$\$pp\{t\} = pp[1]\{t\}$ ou $\$pp[n]\{x\}$	$\partial t = \partial^1t$ ou ∂^nx

1.2 Fiches techniques

`\dd <macro> [1 Option] (1 Argument)`

`\pp <macro> [1 Option] (1 Argument)`

— **Option**: utilisée, cette option sera mise en exposant du symbole ∂ ou d .

— **Argument**: la variable de différentiation à droite du symbole ∂ ou d .

1.3 Dérivations totales d'une fonction – Version longue avec une variable

Exemple 1 – Différentes écritures possibles

La macro `\der` est stricte du point de vue sémantique car on doit lui fournir la fonction, l'ordre de dérivation et la variable de dérivation (*voir la section 1.5 qui présente la macro `\sder` permettant une rédaction efficace pour obtenir $f^{(1)}$ ou f'*). Voici plusieurs mises en forme faciles à taper via l'option de `\der`. Attention bien entendu à n'utiliser l'option par défaut `u` ou l'option `d` qu'avec un ordre de dérivation de valeur naturelle connue !

$\$der \{f\}{x}\{3\}$ = $\$der[e]\{f\}{x}\{3\}$ = $\$der[d]\{f\}{x}\{3\}$	$f''' = f^{(3)} = \ddot{f}$
$\$der[i] \{u\}{x}\{k\}$ = $\$der[f] \{u\}{x}\{k\}$ = $\$der[sf]\{u\}{x}\{k\}$	$d_x^k u = \frac{d^k u}{dx^k} = \frac{d^k u}{dx^k}$

On peut aussi ajouter autour de la fonction des parenthèses extensibles ou non sauf même si cela n'est pas utile pour le mode `d` (*voir juste après le mode `bd`*). Ci-dessous on montre au passage une écriture du type « *opérateur fonctionnel* » : voir la section 1.7 page 3 à ce sujet.

$\$der[osf,sp]\{\frac{1}{2} uv\}{x}\{k\}$ = $\$der[of,p] \{dfrac{1}{2} uv\}{x}\{k\}$	$\frac{d^k}{dx^k}(\frac{1}{2}uv) = \frac{d^k}{dx^k} \left(\frac{1}{2}uv \right)$
---	---

Avec l'option `d` les parenthèses seules sont sans utilité car on peut obtenir des choses non souhaitées comme $(u + v)$. À la place on utilisera l'option `bd` où le `b` est pour **b**-racket soit « *crochet* » en anglais. Notez au passage que `p` et `sp` restent utilisables.

$\$der[bd] \{\frac{1}{2} uv\}{x}\{2\}$ = $\$der[bd,p] \{\frac{1}{2} uv\}{x}\{2\}$ = $\$der[bd,sp]\{dfrac{1}{2} uv\}{x}\{2\}$	$\overline{\overline{\frac{1}{2}uv}} = \overline{\overline{\left(\frac{1}{2}uv\right)}} = \overline{\overline{\left(\frac{1}{2}uv\right)}}$
--	---

Remarque. Expliquons les valeurs des options.

1. `u`, la valeur par défaut, est pour `u`-suel soit l'écriture avec les primes. Cette option ne marchera pas avec un nombre symbolique de dérivations.
2. `e` est pour `e`-xposant.
3. `i` est pour `i`-ndice.
4. `d` est pour `d`-ot soit « *point* » en anglais.
5. `bd` est pour `b`-racket `d`-ot où « *bracket* » est pour « *crochet* » en anglais.
6. `f` est pour `f`-raction avec aussi `sf` pour une écriture réduite où `s` est pour `s`-mall soit « *petit* » en anglais.
7. `of` et `osf` utilisent le préfixe `o` pour `o`-pérateur.
8. `p` est pour `p`-arenthèse : dans ce cas les parenthèses seront extensibles. Le fonctionnement est différent avec l'option `d` comme nous l'avons vu avant.
9. `sp` est pour des parenthèses non extensibles. Là aussi le fonctionnement est différent avec l'option `d`.

Exemple 2 – Pas de uns inutiles

```
\der[i]{u}{x}{1}
= \der[f]{u}{x}{1}
= \der[sf]{u}{x}{1}
= \der[of]{u}{x}{1}$
```

$$d_x u = \frac{du}{dx} = \frac{d}{dx} u$$

Remarque. Voici comment forcer les exposants 1 si besoin. Fonctionnel mais très moche...

```
\der[i]{u}{x}{\,,\!1}
= \der[f]{u}{x}{\,,\!1}
= \der[sf]{u}{x}{\,,\!1}
= \der[of]{u}{x}{\,,\!1}$
```

$$d_x^1 u = \frac{d^1 u}{dx^1} = \frac{d^1}{dx^1} u$$

1.4 Fiches techniques

`\der <macro> [1 Option] (3 Arguments)`

— **Option**: la valeur par défaut est `u`.

1. `u` : écriture usuelle avec des primes (*ceci nécessite d'avoir une valeur entière naturelle connue du nombre de dérivations successives*).
2. `e` : écriture via un exposant entre des parenthèses.
3. `i` : écriture via un indice.
4. `d` : écriture pointée à la physicienne (*cf. la dérivation par rapport au temps*).
5. `bd` : écriture pointée avec un crochet entre les points et la fonction.
6. `f` : écriture via une fraction en mode display.
7. `sf` : écriture via une fraction en mode non display.
8. `of` : écriture via une fraction en mode display sous la forme d'un opérateur (*la fonction est à côté de la fraction*).
9. `osf` : écriture via une fraction en mode non display sous la forme d'un opérateur (*la fonction est à côté de la fraction*).
10. `p` : ajout de parenthèses extensibles autour de la fonction.
11. `sp` : ajout de parenthèses non extensibles autour de la fonction.

- Argument 1 : la fonction à dériver.
- Argument 2 : la variable de dérivation.
- Argument 3 : l'ordre de dérivation.

1.5 Dérivations totales d'une fonction – Version courte sans variable

Dans l'exemple suivant le code manque de sémantique car on n'indique pas la variable de dérivation. Ceci étant dit à l'usage la macro `\sder` rend de grands services. Ici le préfixe **s** est pour **s**-imple voire **s**-impliste... Voici des exemples où de nouveau l'option par défaut **u** et l'option **d** ne seront fonctionnelles qu'avec un ordre de dérivation de valeur naturelle connue !

Exemple 1

<pre><code>\sder{f}{1} = \der{f}{x}{1}\$</code></pre> <pre><code>\sder {f}{3}</code> <code>= \sder[e]{f}{3}</code> <code>= \sder[d]{f}{3}\$</code></pre>	$f' = f'$ $f''' = f^{(3)} = \ddot{f}$
--	---------------------------------------

Exemple 2

<pre><code>\sder[sp] {\dfrac{1}{2} uv}{2}</code> <code>= \sder[e,p]{\dfrac{1}{2} uv}{2}</code> <code>= \sder[bd] {\dfrac{1}{2} uv}{2}\$</code></pre>	$\left(\frac{1}{2}uv\right)'' = \left(\frac{1}{2}uv\right)^{(2)} = \overline{\frac{1}{2}}'' uv$
--	---

Remarque. Ici les seules options disponibles sont **u**, **e**, **b**, **bd**, **p** et **sp**.

1.6 Fiches techniques

`\sder <macro> [1 Option] (2 Arguments)` où **s** = **s**-imple

— Option : la valeur par défaut est **u**. Les options disponibles sont **u**, **e**, **d**, **bd**, **p** et **sp** : voir la fiche technique de `\sder` ci-dessus.

— Argument 1 : la fonction à dériver.

— Argument 2 : l'ordre de dérivation.

1.7 L'opérateur de dérivation totale

Ce qui suit peut rendre service au niveau universitaire. Les options possibles sont **f**, valeur par défaut, **sf** et **i** avec les mêmes significations que pour la macro `\der`.

<pre><code>\derope {x}{k}</code> <code>= \derope[sf]{x}{k}</code> <code>= \derope[i] {x}{k}\$</code></pre>	$\frac{d^k}{dx^k} = \frac{d^k}{dx^k} = d_x^k$
--	---

Ici non plus il n'y a pas de uns inutiles mais l'astuce `\, \! 1` reste utilisable.

```

 $\derope$  {x}{1}
=  $\derope[sf]{x}{1}$ 
=  $\derope[i]{x}{1}$ $

```

$$\frac{d}{dx} = \frac{d}{dx} = d_x$$

1.8 Fiches techniques

\derope <macro> [1 Option] (2 Arguments) où ope = ope-rator

— Option: la valeur par défaut est f. Les options disponibles sont f, sf et i : voir la fiche technique de \der donnée un peu plus haut.

— Argument 1: la fonction à dériver.

— Argument 2: l'ordre de dérivation.