

Le package `tnsana` : de l'analyse élémentaire

Code source disponible sur <https://github.com/typensee-latex/tnsana.git>.

Version 0.2.0-beta développée et testée sur Mac OS X.

Christophe BAL

2020-07-15

Table des matières

1	Introduction	3
2	Constantes et paramètres	3
2.1	Constantes classiques	3
2.2	Constantes latines personnelles	3
3	Une variable « symbolique »	3
4	La fonction valeur absolue	3
5	Fonctions nommées spéciales	4
5.1	Sans paramètre	4
5.2	Avec un paramètre	4
5.3	Toutes les fonctions nommées en plus	4
6	Calcul différentiel	4
6.1	Les opérateurs ∂ et d	4
6.2	Dérivations totales d'une fonction – Version longue mais polymorphe	4
6.3	Dérivations totales d'une fonction – Version courte pour les écritures standard	6
6.4	L'opérateur de dérivation totale	6
6.5	Dérivations partielles	6
6.6	L'opérateur de dérivation partielle	7
7	Tableaux de variation et de signe	7
7.1	Les bases de <code>tkz-tab</code>	7
7.2	Décorer facilement un tableau	14

8	Calcul intégral	18
8.1	Intégrales multiples	18
8.2	Un opérateur d'intégration clés en main	18
8.3	L'opérateur crochet	19
9	Historique	20
10	Toutes les fiches techniques	21
10.1	Introduction	21
10.2	Constantes et paramètres	21
10.2.1	Constantes classiques	21
10.2.2	Constantes latines personnelles	21
10.3	Une variable « symbolique »	21
10.3.1	Symbole pour les opérateurs fonctionnels	21
10.4	La fonction valeur absolue	21
10.4.1	Valeur absolue	21
10.5	Fonctions nommées spéciales	21
10.5.1	Fonctions nommées sans paramètre	21
10.5.2	Fonctions nommées avec un paramètre	22
10.6	Calcul différentiel	22
10.6.1	Calcul différentiel	22
10.6.2	Dérivation totale	22
10.6.3	Dérivation totale – Opérateur fonctionnel	23
10.6.4	Dérivation partielle	23
10.6.5	Dérivation partielle - Opérateur fonctionnel	23
10.6.6	Tableaux de signes – Commentaires et graphiques explicatifs	23
10.7	Calcul intégral	24
10.7.1	Intégration – Le symbole standard	24
10.7.2	Intégration – Fonctionnelle d'intégration	24
10.7.3	Intégration – L'opérateur crochet	24

1 Introduction

Le package `tnsana` propose des macros pour écrire de l'analyse mathématique basique via un codage sémantique simple.

Remarque. Ce package s'appuie sur `tnscom` disponible sur <https://github.com/typensee-latex/tnscom.git>.

2 Constantes et paramètres

2.1 Constantes classiques

La liste complète

<code>\ggamma\$, \$\ppi\$, \$\tttau\$, \$\ee\$, \$\ii\$, \$\jj\$ et \$\kk\$ où \$\tttau = 2 \ppi\$</code>	$\gamma, \pi, \tau, e, i, j$ et k où $\tau = 2\pi$
--	--

Remarque. Faites attention car `\Large $\ppi \neq \pi$` produit $\pi \neq \pi$. Comme vous le constatez, les symboles ne sont pas identiques. Ceci est vraie pour toutes les constantes grecques.

2.2 Constantes latines personnelles

La macro `\param` est surtout là pour une utilisation pédagogique.

<code>\param{a} x^2 + \param{b} x + \param{c}\$ ou \$a x^2 + b x + c\$</code>	$ax^2 + bx + c$ ou $ax^2 + bx + c$
---	------------------------------------

3 Une variable « symbolique »

Le package `tnscom` propose les macros `\symvar` et `\symvar*` qui produisent les symboles \bullet et \blacksquare . Le nom utilisé vient de `symvar` pour `symb-olic var-iable` soit « *variable symbolique* » en anglais. Ces symboles sont utiles pour indiquer un argument symboliquement sans faire référence précisément à une ou des variables nommées.

4 La fonction valeur absolue

Exemple

<code>\abs{2}\$, \$\abs {\dfrac{3}{5}}\$ ou \$\abs*{\dfrac{3}{5}}\$</code>	$ 2 , \left \frac{3}{5}\right $ ou $\left \frac{3}{5}\right $
---	---

Remarque. Le code L^AT_EX vient directement de ce poste : <https://tex.stackexchange.com/a/43009/6880>.

5 Fonctions nommées spéciales

5.1 Sans paramètre

Quelques fonctions nommées supplémentaires où le **f** dans **fch** est pour **f**-rench soit « *français* » en anglais (*ce choix a été fait pour éviter des incompatibilités avec quelques autres packages*). La liste complète des fonctions nommées est donnée un peu plus bas dans la section 5.3.

```
\fch x = \cosh x$ ou  
\lg x$
```

$\operatorname{ch} x = \cosh x$ ou $\operatorname{lg} x$

5.2 Avec un paramètre

Pour le moment il y a juste deux fonctions avec un paramètre. Les voici.

```
\logb{2} x = \lg x$ ou  
\expb{6} y = 6^y$
```

$\log_2 x = \lg x$ ou $\exp_6 y = 6^y$

5.3 Toutes les fonctions nommées en plus

<code>acos : acos...</code>	<code>fch : ch...</code>
<code>asin : asin...</code>	<code>fsh : sh...</code>
<code>atan : atan...</code>	<code>fth : th...</code>
<code>arccosh : arccosh...</code>	<code>afch : ach...</code>
<code>arcsinh : arcsinh...</code>	<code>afsh : ash...</code>
<code>arctanh : arctanh...</code>	<code>afth : ath...</code>
<code>acosh : acosh...</code>	<code>expb{p} : exp_p...</code>
<code>asinh : asinh...</code>	<code>logb{p} : log_p...</code>
<code>atanh : atanh...</code>	

6 Calcul différentiel

6.1 Les opérateurs ∂ et d

Voici deux opérateurs utiles aussi bien pour du calcul différentiel que du calcul intégral.

```
\dd{t} = \dd[1]{t}$ ou $\dd[n]{x}$  
\pp{t} = \pp[1]{t}$ ou $\pp[n]{x}$
```

$dt = d^1t$ ou d^nx
 $\partial t = \partial^1t$ ou ∂^nx

6.2 Dérivations totales d'une fonction – Version longue mais polymorphe

Exemple 1 – Différentes écritures possibles

La macro `\der` est stricte du point de vue sémantique car on doit lui fournir la fonction, l'ordre de dérivation et la variable de dérivation (*voir la section 6.3 qui présente la macro `\sder` permettant une rédaction efficace pour obtenir $f^{(1)}$ ou f'*). Voici plusieurs mises en forme faciles à taper via l'option de `\der`. Attention bien entendu à n'utiliser l'option par défaut `u` ou l'option `d` qu'avec un ordre de dérivation de valeur naturelle connue !

```

 $\backslash\mathrm{der}\quad\{f\}^{\{3\}}\{x\}$ 
 $=\backslash\mathrm{der}[e]\{f\}^{\{3\}}\{x\}$ 
 $=\backslash\mathrm{der}[d]\{f\}^{\{3\}}\{x\}$ 

 $\backslash\mathrm{der}[i]\{u\}^{\{k\}}\{x\}$ 
 $=\backslash\mathrm{der}[f]\{u\}^{\{k\}}\{x\}$ 
 $=\backslash\mathrm{der}[sf]\{u\}^{\{k\}}\{x\}$ 

```

$$f''' = f^{(3)} = \ddot{f}$$

$$\mathrm{d}_x^k u = \frac{\mathrm{d}^k u}{\mathrm{d}x^k} = \frac{\mathrm{d}^k u}{\mathrm{d}x^k}$$

On peut aussi ajouter autour de la fonction des parenthèses extensibles ou non sauf pour le mode **d** (*voir juste après*). Ci-dessous on montre au passage une écriture du type « *opérateur fonctionnel* ».

```

 $\backslash\mathrm{der}[\mathrm{osf},\mathrm{sp}]\{\frac{1}{2}\ uv\}^{\{k\}}\{x\}$ 
 $=\backslash\mathrm{der}[\mathrm{of},\mathrm{p}]\{\mathrm{dfrac{1}{2}\ uv}\}^{\{k\}}\{x\}$ 

```

$$\frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}x^k}(\frac{1}{2}uv) = \frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}x^k}\left(\frac{1}{2}uv\right)$$

Avec l'option **d** les parenthèses étant sans utilité on obtient une autre mise en forme. En voici un exemple. Notez au passage qu'ici **sp** n'apporte rien de nouveau.

```

 $\backslash\mathrm{der}[d,\mathrm{p}]\{\frac{1}{2}\ uv\}^{\{2\}}\{x\}$ 
 $=\backslash\mathrm{der}[d,\mathrm{sp}]\{\mathrm{dfrac{1}{2}\ uv}\}^{\{2\}}\{x\}$ 

```

$$\overline{\overline{\frac{1}{2}uv}} = \overline{\overline{\frac{1}{2}uv}}$$

Remarque. Expliquons les valeurs des options.

1. **u**, la valeur par défaut, est pour u-suel soit l'écriture avec les primes. Cette option ne marchera pas avec un nombre symbolique de dérivations.
2. **e** est pour e-xposant.
3. **d** est pour d-ot soit « *point* » en anglais.
4. **i** est pour i-ndice.
5. **f** est pour f-raction avec aussi **sf** pour une écriture réduite où **s** est pour s-mall soit « *petit* » en anglais.
6. **of** et **osf** utilisent le préfixe **o** pour o-pérateur.
7. **p** est pour p-arenthèse : dans ce cas les parenthèses seront extensibles. Le fonctionnement est différent avec l'option **d** comme nous l'avons vu avant.
8. **sp** est pour des parenthèses non extensibles. Là aussi le fonctionnement est différent avec l'option **d**.

Exemple 2 – Pas de uns inutiles

```

 $\backslash\mathrm{der}[i]\{u\}^{\{1\}}\{x\}$ 
 $=\backslash\mathrm{der}[f]\{u\}^{\{1\}}\{x\}$ 
 $=\backslash\mathrm{der}[sf]\{u\}^{\{1\}}\{x\}$ 
 $=\backslash\mathrm{der}[\mathrm{of}]\{u\}^{\{1\}}\{x\}$ 

```

$$\mathrm{d}_x u = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}u$$

Remarque. Voici comment forcer les exposants 1 si besoin. Fonctionnel mais un peu moche...

```

 $\backslash\mathrm{der}[i]\{u\}^{\{\backslash,\backslash!1\}}\{x\}$ 
 $=\backslash\mathrm{der}[f]\{u\}^{\{\backslash,\backslash!1\}}\{x\}$ 
 $=\backslash\mathrm{der}[sf]\{u\}^{\{\backslash,\backslash!1\}}\{x\}$ 
 $=\backslash\mathrm{der}[\mathrm{of}]\{u\}^{\{\backslash,\backslash!1\}}\{x\}$ 

```

$$\mathrm{d}_x^1 u = \frac{\mathrm{d}^1 u}{\mathrm{d}x^1} = \frac{\mathrm{d}^1 u}{\mathrm{d}x^1} = \frac{\mathrm{d}^1}{\mathrm{d}x^1}u$$

6.3 Dérivations totales d'une fonction – Version courte pour les écritures standard

Dans l'exemple suivant le code manque de sémantique car on n'indique pas la variable de dérivation. Ceci étant dit à l'usage la macro `\sder` rend de grands services. Ici le préfixe **s** est pour **s**-imple voire **s**-impliste... Voici des exemples où de nouveau l'option par défaut **u** et l'option **d** ne seront fonctionnelles qu'avec un ordre de dérivation de valeur naturelle connue !

Exemple 1

<pre><code>\sder{f}{1} = \der{f}{1}{x}\$</code></pre> <pre><code>\sder{f}{1}</code></pre> <pre><code>= \sder[e]{f}{1}</code></pre> <pre><code>= \sder[d]{f}{1}\$</code></pre>	$f' = f'$ $f' = f^{(1)} = \dot{f}$
---	------------------------------------

Exemple 2

<pre><code>\sder[sp]{\dfrac{1}{2} uv}{2}</code></pre> <pre><code>= \sder[e,p]{\dfrac{1}{2} uv}{2}</code></pre> <pre><code>= \sder[d,p]{\dfrac{1}{2} uv}{2}\$</code></pre>	$\left(\frac{1}{2}uv\right)'' = \left(\frac{1}{2}uv\right)^{(2)} = \overline{\frac{1}{2}}'' uv$
---	---

Remarque. Ici les seules options disponibles sont **u**, **e**, **p** et **sp**.

6.4 L'opérateur de dérivation totale

Ce qui suit peut rendre service au niveau universitaire. Les options possibles sont **f**, valeur par défaut, **sf** et **i** avec les mêmes significations que pour la macro `\der`.

<pre><code>\derope {k}{x}</code></pre> <pre><code>= \derope[sf]{k}{x}</code></pre> <pre><code>= \derope[i] {k}{x}\$</code></pre>	$\frac{d^k}{dx^k} = \frac{d^k}{dx^k} = d_x^k$
--	---

Ici non plus il n'y a pas de uns inutiles.

<pre><code>\derope {1}{x}</code></pre> <pre><code>= \derope[sf]{1}{x}</code></pre> <pre><code>= \derope[i] {1}{x}\$</code></pre>	$\frac{d}{dx} = \frac{d}{dx} = d_x$
--	-------------------------------------

6.5 Dérivations partielles

Exemple 1 – Différentes écritures possibles

La macro `\pder`¹ avec **p** pour **p**-artielle permet de rédiger des dérivées partielles en utilisant facilement plusieurs mises en forme via une option qui vaut **f** par défaut. Cette macro attend une fonction, les dérivées partielles effectuées et l'ordre total de dérivation. Voici les deux types de mise en forme où vous noterez comment **x** | **y**² est interprété.

1. `\partial` existe déjà pour obtenir ∂ .

```

 $\pder{f}{x}{y^2}{3}$ 
=  $\pder[sf]{f}{x}{y^2}{3}$ 
ou
 $\pder[i]{f}{x}{y^2}{3}$ 

```

$$\frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y^2} = \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y^2} \text{ ou } \partial_{x,y(2)}^3 f$$

On peut aussi ajouter autour de la fonction des parenthèses extensibles ou non. Ci-dessous on montre aussi une écriture du type « *opérateur fonctionnel* ».

```

 $\pder[of]{f}{x}{y^2}{}$ 
=  $\pder[osf]{f}{x}{y^2}{}$ 
ou
 $\pder[i,sp]{u + v}{x}{y^2}{}$ 

```

$$\frac{\partial}{\partial x \partial y^2} f = \frac{\partial}{\partial x \partial y^2} f \text{ ou } \partial_{x,y(2)}(u + v)$$

Remarque. Les options disponibles sont **f**, **sf**, **of**, **osf**, **i**, **p** et **sp** avec des significations similaires à celles pour la macro `\der`.

Exemple 2 – Pas de uns inutiles

```

 $\pder{u}{x}{1}$ 
=  $\pder[sf]{u}{x}{1}$ 
=  $\pder[i]{u}{x}{1}$ 

```

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} = \partial_x u$$

6.6 L'opérateur de dérivation partielle

Ce qui suit peut rendre service au niveau universitaire. Les options possibles sont **f**, valeur par défaut, **sf** et **i** avec les mêmes significations que pour la macro `\pder`.

```

 $\pderope{x}{y^2}{3}$ 
=  $\pderope[sf]{x}{y^2}{3}$ 
=  $\pderope[i]{x}{y^2}{3}$ 

```

$$\frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} = \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} = \partial_{x,y(2)}^3$$

7 Tableaux de variation et de signe

7.1 Les bases de tkz-tab

Comment ça marche ?

Pour les tableaux de variation et de signe non décorés, tout le boulot est fait par le package **tkz-tab**. Ce package est utilisé via le réglage `\tkzTabSetup[arrowstyle = triangle 60]` afin d'obtenir des pointes de flèche plus visibles.

Nous donnons quelques exemples classiques d'utilisation proches ou identiques de certains proposés dans la documentation de **tkz-tab** (*les codes ont été mis en forme pour faciliter la compréhension de la syntaxe à suivre*). Reportez vous à la documentation de **tkz-tab** pour des compléments d'information : vous y trouverez des réglages très fins.

Exemple 1 – Avec des signes

```
\begin{tikzpicture}
  \tkzTabInit{
    $x$ / 0.75 , % Facteur d'échelle de 0.75 pour la hauteur de la 1er ligne.
    $\cos(x)$ / 1 % Facteur d'échelle de 1 pour la hauteur de la 2e ligne.
  }{
    $0$ , $\frac{\pi}{2}$ , $\pi$ % Valeurs utiles de x.
  }
  \tkzTabLine{ , + , z , - , } % Signes et zéro.
\end{tikzpicture}
```

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(x)$	+	0	−

Exemple 2 – Avec des variations (sans cadre)

```
\begin{tikzpicture}
  \tkzTabInit[nocadre]{
    $x$ / 0.75 ,
    $f(x)$ / 1.5
  }{
    $-\infty$ , $p$ , $+\infty$
  }
  \tkzTabVar{+ / , - / $f(p)$ , + / } % Variations via position / valeur.
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$	p	$+\infty$
$f(x)$		$f(p)$	

Exemple 3 – Variations via une dérivée (sans cadre)

```
\begin{tikzpicture}
  \tkzTabInit[nocadre]{
    $x$ / 0.75 ,
    $\cos(x)$ / 1 ,
    $\sin(x)$ / 1.5
  }{
    $0$ , $\frac{\pi}{2}$ , $\pi$
  }
  \tkzTabLine{ , + , z , - , }
  \tkzTabVar {- / 0 , + / 1 , - / 0}
\end{tikzpicture}
```

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(x)$		0	
$\sin(x)$	0	1	0

Exemple 4 – Une image intermédiaire avec une seule flèche

```
\begin{tikzpicture}
  \tkzTabInit{
    $x$ / 0.75 ,
    $3x^2$ / 1 ,
    $x^3$ / 1.5
  }{
    $-\infty$ , $0$ , $+\infty$
  }
  \tkzTabLine{ , + , 0 , + , }
  \tkzTabVar {- / $-\infty$ , R , + / $+\infty$}
  %
  \tkzTabIma{1}{3}{2} % Position entre les 1re et 3e valeurs puis rang relatif.
  {$0$} % Valeur de l'image.
\end{tikzpicture}
```

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$3x^2$	+	0	+
x^3	$-\infty$	0	$+\infty$

Exemple 5 – Valeurs interdites et valeurs supplémentaires

```
\begin{tikzpicture}
  \tkzTabInit[espc1 = 6]{      % Largeur entre les valeurs du tableau.
    $x$                / 0.75 ,
    $\frac{1}{x}$      / 1.25 ,
    $\ln$              / 1.75
  }{
    $0$                , $+\infty$
  }
  \tkzTabLine{d          , + ,          }
  \tkzTabVar {D- / $-\infty$      , + / $+\infty$}
  %
  \tkzTabVal{1}{2}{0.35} % Position entre les 1re et 2e valeurs puis en proportion.
    {1}{0}              %  $x_1$  et  $f(x_1)$ 
  \tkzTabVal{1}{2}{0.65} % Position entre les 1re et 2e valeurs puis en proportion.
    {$\infty$}{1}       %  $x_2$  et  $f(x_2)$ 
\end{tikzpicture}
```

x	0	1	e	$+\infty$
$\frac{1}{x}$			+	
ln				

Voici un autre exemple pour comprendre comment utiliser `\tkzTabVal` avec en plus l'option `draw` qui peut rendre service.

```

\begin{tikzpicture}
  \tkzTabInit[espcl = 4]{
    $x$ / 0.75 ,
    $f'(x)$ / 1 ,
    $f(x)$ / 1.5
  }{
    $0$ , $\ee$ , $+\infty$
  }
  \tkzTabLine{d , + , 0 , - , }
  \tkzTabVar {D- / $-\infty$ , + / $\ee$ , - / $0$ }
  %
  \tkzTabVal[draw]{1}{2}{0.5} % Position entre les 1re et 2e valeurs au milieu.
    {$1$}{$\frac{1}{\ee}$}
  \tkzTabVal[draw]{2}{3}{0.5} % Position entre les 2e et 3e valeurs au milieu.
    {$\ee^2$}{$1$}
\end{tikzpicture}

```

x	0	1	e	e^2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$		$\frac{1}{e}$	e	1	0

Exemple 6 – Signe à partir des variations (un peu de pédagogie...)

Il est assez facile de produire des choses très utiles pédagogiquement comme ce qui suit en se salissant un peu les mains avec du code TikZ.

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$
$f(x)$		-9		0	

On déduit du tableau précédent le signe de la fonction f .

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

Voici le code du 1^{er} tableau où le placement de la valeur 3 au milieu entre 2 et $+\infty$ va nous simplifier le travail pour le 2^e tableau.

```

\begin{tikzpicture}
  \tkzTabInit[espc1 = 4]{
    $x$      / 0.75 ,
    $f(x)$   / 1.5
  }{
    $-\infty$ , $-1$ , $2$ , $+\infty$
  }
  \tkzTabVar{- / , + / $-9$ , - / , + / }
  %
  \tkzTabVal[draw]{3}{4}{0.5} % Position entre les 3e et 4e valeurs au milieu.
    {$3$}{$0$}
\end{tikzpicture}

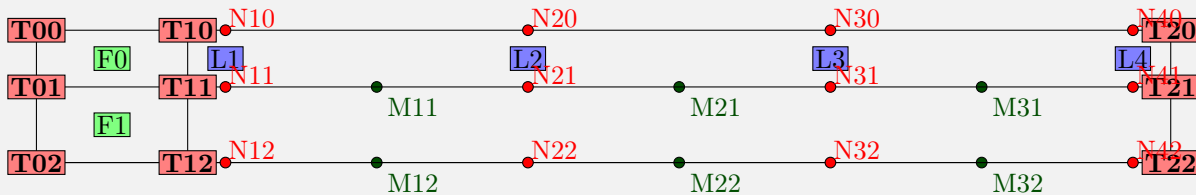
```

Pour produire le code du 2^e tableau il a fallu utiliser au préalable ce qui suit en activant l'option `help` qui demande à `tkz-tab` d'afficher les noms de noeuds au sens TikZ qui ont été créés. Ceci permet alors d'utiliser ces noeuds pour des dessins TikZ faits maison ².

```

\begin{tikzpicture}
  \tkzTabInit[
    espc1 = 4,
    help      % <-- Pour voir les noms des noeuds.
  ]{
    $x$      / 0.75 ,
    $f(x)$   / 1
  }{
    $-\infty$ , $-1$ , $2$ , $+\infty$
  }
\end{tikzpicture}

```



Maintenant que les noms des noeuds sont connus, il devient facile de produire le code ci-après. Bien noter l'usage de valeurs utiles « vides » de x ainsi que les mystiques `\node at ($(A)!0.5!(B)$)` permettant de placer un noeud au milieu entre les deux noeuds A et B.

². C'est grâce à ce mécanisme que `tnsana` peut proposer des outils explicatifs des tableaux de signe : voir la section suivante.

```

\begin{tikzpicture}
  \tkzTabInit[
    espcl = 4,
    %      help      % <-- Pour voir les noms des noeuds.
  ]{
    $x$      / 0.75 ,
    $f(x)$ / 1
  }{
    $-\infty$ , , , $+\infty$ % ATTENTION ! Ne pas oublier de virgules.
  }
  %
  \node at ($(N31)!0.5!(N40)$){$3$};
  \node at ($(M31)!0.5!(M32)$){$0$};
  \node at ($(M31)!0.5!(N42)$){$+$};
  \node at ($(N11)!0.5!(M32)$){$-$};
\end{tikzpicture}

```

Exemple 7 – Convexité et concavité symbolisées dans les variations

Voici un autre exemple s'utilisant la machinerie TikZ afin d'indiquer dans les variations la convexité et la concavité via des flèches incurvées (*cette convention est proposée dans la sous-section « Exemple utilisant l'option `\help` » de la section « Galerie » de la documentation de `tkz-tab`*).

x	$-\infty$	x_1	0	x_2	$+\infty$
f''		$-$	0	$+$	
f'	$+\infty$	0	-2	0	$+\infty$
f					

Le code utilisé est le suivant.

```

\begin{tikzpicture}
  \tkzTabInit[
    espc1 = 3,
    % help % <-- Pour voir les noms des noeuds.
  ]{
    $x$ / 0.75 ,
    $f'$ / 1 ,
    $f'$ / 2 ,
    $f$ / 3
  }{
    $-\infty$ , $0$ , $+\infty$
  }
  \tkzTabLine{ , - , z , + , }
  \tkzTabVar {+ / $+\infty$ , - / $-2$ , + / $+\infty$}

  \tkzTabVal[draw]{1}{2}{.5}{$x_1$}{$0$}
  \tkzTabVal[draw]{2}{3}{.5}{$x_2$}{$0$}

  \begin{scope}[->, > = triangle 60]
    \coordinate (Middle1) at ($(N13)!0.5!(N14)$);
    \coordinate (Middle2) at ($(N23)!0.5!(N24)$);
    \coordinate (Middle3) at ($(N33)!0.5!(N34)$);
    \path (N13) -- (N23) node[midway,below=6pt](N){};
    %
    \draw ([above=6pt]Middle1)
      to [bend left=45] ([left=1pt]N);
    \draw ([right=3pt]N)
      to [bend left=45] ([above=6pt]Middle2) ;
    \draw ([below right=3pt]Middle2)
      to [bend left=-45] ([above=6pt]M24) ;
    \draw ([above right=6pt]M24)
      to [bend right=40] ([below left=6pt]Middle3);
  \end{scope}
\end{tikzpicture}

```

7.2 Décorer facilement un tableau

Motivation

Considérons le tableau suivant et imaginons que nous voulions l'expliquer à un débutant.

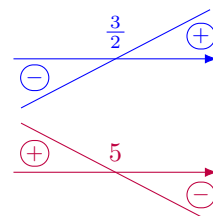
x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	5	$+\infty$	
Signe de $2x - 3$	$-$	0	$+$	$+$	
Signe de $-x + 5$	$+$	$+$	0	$-$	
Signe de $(2x - 3)(-x + 5)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Deux options s'offrent à nous pour justifier comment a été rempli le tableau.

1. Classiquement on résout par exemple juste les deux inéquations $2x - 3 > 0$ et $-x + 5 > 0$ puis on complète les deux premières lignes³ pour en déduire la dernière via la règle des signes d'un produit.
2. On peut proposer une méthode moins sujette à la critique qui s'appuie sur la représentation graphique d'une fonction affine en produisant le tableau suivant.

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	5	$+\infty$
Signe de $2x - 3$	-	0	+	+
Signe de $-x + 5$	+	+	0	-
Signe de $(2x - 3)(-x + 5)$	-	0	+	-

← Valeurs utiles de x



← Signe d'un produit.

Pour produire le 2^e tableau, en plus du code `tkz-tab` pour le tableau de signe qui utilise les réglages optionnels `lgt = 3.5` et `espc1 = 2.5` de `\tkzTabInit`⁴, il a fallu ajouter les lignes données ci-dessous où sont utilisées les macros `\graphSign` et `\comLine` proposées par `tnsana` (la syntaxe simple à suivre sera expliquée dans la section suivante)⁵.

```
\begin{tikzpicture}
% ----- %
% -- Code tkz-tab pour les signes non reproduit ici -- %
% ----- %
\comLine[gray]{0}{\leftarrow Valeurs utiles de $x$}

\graphSign      {1}{ax+b, ap}{\frac{3}{2}}
\graphSign[purple]{2}{ax+b, an}{5}

\comLine[gray]{3}{\leftarrow Signe d'un produit.}
\end{tikzpicture}
```

Remarque. Il est aussi possible de décorer une ligne de variation comme cela sera montré dans l'exemple 2 page 17.

Commenter une ligne

L'ajout de commentaires courts se fait via la macro `\comLine` pour `com`-ment a line soit « *commenter une ligne* » en anglais⁶. Cette macro possède un argument optionnel et deux obligatoires.

3. Notons que cette approche est un peu scandaleuse car il faudrait en toute rigueur aussi résoudre $2x - 3 < 0$, $-x + 5 < 0$, $2x - 3 = 0$ et $-x + 5 = 0$. Personne ne le fait car l'on pense aux variations d'une fonction affine. Dans ce cas pourquoi ne pas juste utiliser ce dernier argument ? C'est ce que propose la 2^e méthode.

4. Ceci permet d'avoir de la place dans la 1^{re} colonne pour le dernier produit et de réduire la largeur des colonnes pour les signes.

5. Les lignes pour les signes doivent utiliser un coefficient minimal de 1.5 pour la hauteur afin d'éviter que la superposition des graphiques.

6. L'auteur de `tnsana` n'est absolument pas un fan de la casse en bosses de chameau mais par souci de cohérence avec ce que propose `tkz-tab`, le nom `\comLine` a été proposé à la place de `\comline`.

1. *L'argument optionnel : choix de la couleur du texte.*

Ci-dessus, nous avons utilisé `\comLine[gray]{0}{...}` pour avoir un texte en gris.

2. *Le 1^{er} argument : numéro de ligne.*

Par convention 0 est le numéro de la toute 1^{re} ligne contenant les valeurs utiles de la variable. `\comLine{3}{...}` correspond donc à la 3^e ligne de signes ou moins intuitivement à la $(3+1)^e$ ligne pour un humain non codeur.

3. *Le 2^e argument : texte du commentaire.*

Par défaut aucun retour à la ligne n'est possible. Si besoin se reporter à la page 17 où est montré comment écrire sur plusieurs lignes (*voir le tout dernier exemple de cette section*).

Graphiques pour expliquer des signes

Pour le moment, la macro `\graphSign` propose deux types de graphiques⁷. Rappelons au passage que la convention est de prendre 0 pour numéro de la toute 1^{re} ligne contenant les valeurs utiles de la variable.

1. *Fonctions affines non constantes.*

Pour les fonctions du type $f(x) = ax + b$ avec $a \neq 0$, nous devons connaître le signe de a et la racine r de f .

Le codage est assez simple. Par exemple, `\graphSign{2}{ax+b, an}{5$}` indique pour la 2^e ligne d'ajouter le graphique d'une fonction affine, ce qu'indique le code `ax+b` sans espace, sous la condition $a < 0$ via `an` pour **a négatif** et enfin avec 5 pour racine.

Donc si l'on veut ajouter pour la 4^e ligne de signe le graphique de $f(x) = 3x$, on utilisera dans ce cas `\graphSign{4}{ax+b, ap}{0$}` où `ap` pour **a positif** code la condition $a > 0$.

2. *Fonctions trinômiales du 2^e degré.*

Pour les fonctions du type $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$, nous devons connaître le signe de a , celui du discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$, ce dernier pouvant être nul, et les racines réelles éventuelles du trinôme f .

Voici comment coder ceci. Par exemple `\graphSign{5}{ax2+bx+c, an, dp}{r_1}{r_2}` indique d'ajouter dans la 5^e ligne de signe le graphique d'un trinôme du 2^e degré via le code `ax2+bx+c` sans espace, sous les conditions $a < 0$ et $\Delta > 0$ via `an` et `dp`, le trinôme ayant r_1 et r_2 pour racines réelles.

En plus de `dn` et `dp`, il y a `dz` pour **discriminant zéro**. Ainsi pour indiquer dans la 3^e ligne de signe la courbe relative à $f(x) = -4x^2$, on utilisera `\graphSign{3}{ax2+bx+c, an, dz}{0$}`.

Enfin le graphique associé au trinôme $f(x) = 7x^2 + 3$, qui est sans racine réelle, s'obtiendra dans la 4^e ligne de signe via `\graphSign{4}{ax2+bx+c, ap, dn}`.

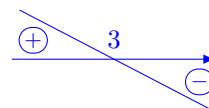
Exemple 1 – Un exemple avec une parabole

Il devient très facile de proposer un tableau décoré comme le suivant.

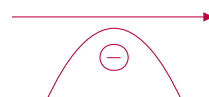
7. Le choix de la casse en bosses de chameau a été expliqué pour la macro `\comLine`.

x	$-\infty$	-4	1	3	$+\infty$		
Signe de $-x + 3$	$+$	$+$	$+$	0	$-$		
Signe de $f(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$
Signe de $x^2 + 3x - 4$	$-$	0	$+$	0	$-$	$-$	
Signe de $-x^2 + x - 4$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$		
Signe du produit	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$

Schémas



Voir Q.1-a)



← Conclusion

En plus des deux exemples de schémas de paraboles, il faut noter dans le code supplémentaire ajouté l'utilisation de `\kern1.75em` dans `\comLine[gray]{0}{\kern1.75em Schémas}` afin de mettre un espace horizontal précis pour centrer à la main le texte « *Schémas* » (un peu sâle mais ça marche).

```
\begin{tikzpicture}
% ----- %
% -- Code tkz-tab pour les signes non reproduit ici -- %
% ----- %
\comLine[gray]{0}{\kern1.75em Schémas}

\graphSign      {1}{ax+b, an}{\$3\$}
\comLine[purple]{2}{Voir Q.1-a)}
\graphSign      {3}{ax2+bx+c, ap, dp}{\$-4\$}{\$1\$} % Deux racines réelles.
\graphSign[purple]{4}{ax2+bx+c, an, dn} % Aucune racine réelle.

\comLine[gray]{5}{\$ \leftarrow Conclusion}
\end{tikzpicture}
```

Exemple 2 – Commenter des variations

Pour finir, indiquons que les outils de décoration marchent aussi pour les tableaux de variation. Voici un exemple possible d'utilisation où le retour à la ligne a été obtenue affreusement, ou pas, via `\parbox{11.5em}{Les limites sont hors programme pour cette année.}`.

x	0	e	$+\infty$
$f'(x)$		+	0 -
$f(x)$		e	0

Les limites sont hors programme pour cette année.

8 Calcul intégral

8.1 Intégrales multiples

Commençons par un point important : le package réduit les espacements entres des symboles \int successifs. Voici un exemple.

```
\displaystyle
\int \int \int
F(x;y;z) \dd{x} \dd{y} \dd{z}
```

```
\displaystyle
\int_{a}^{b} \int_{c}^{d} \int_{e}^{f}
F(x;y;z) \dd{x} \dd{y} \dd{z}
```

$$\int \int \int F(x;y;z) dx dy dz$$
$$\int_a^b \int_c^d \int_e^f F(x;y;z) dx dy dz$$

Remarque. Par défaut, L^AT_EX affiche $\int \int \int F(x;y;z) dx dy dz$ et $\int_a^b \int_c^d \int_e^f F(x;y;z) dx dy dz$. Nous avons obtenu ce résultat en utilisant `\stdint` qui est l'opérateur proposé de façon standard par L^AT_EX.

8.2 Un opérateur d'intégration clés en main

Exemple 1 – À quoi bon ?

Le 1^{er} exemple qui suit semblera être une hérésie pour les habitués de L^AT_EX mais rappelons que le but de **tnsana** est de rendre les documents facilement modifiables globalement ou localement comme le montre le 2^e exemple.

```
\displaystyle
\integrate{a}{b}{f(x)}{x}
= \int_{x=a}^{x=b} f(x) \dd{x}
```

```
\displaystyle
\integrate*{a}{b}{f(x)}{x}
= \integrate{a}{b}{f(x)}{x}
```

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x) dx = \int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$$
$$\int_a^b f(x) dx = \int_{x=a}^{x=b} f(x) dx$$

Exemple 2 – Le mode `displaystyle`

La macro `\dintegrate*` présentée ci-dessous possède aussi une version non étoilée `\dintegrate`.

```
\dintegrate*{a}{b}{f(x)}{x}
= \integrate*{a}{b}{f(x)}{x}
```

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

8.3 L'opérateur crochet

Exemple 1

`\hook{a}{b}{F(x)}{x}`
`= F(b) - F(a)`

`\dintegrate*{a}{b}{f(x)}{x}`
`= \hook*{a}{b}{F(x)}{x}`

$$\left[F(x) \right]_{x=a}^{x=b} = F(b) - F(a)$$

$$\int_a^b f(x) dx = \left[F(x) \right]_a^b$$

Remarque. Il faut savoir que `\hook` signifie « *crochet* » en anglais mais la bonne traduction du terme mathématique est en fait « *square bracket* ». Ceci étant dit l'auteur de **tnsana** trouve plus efficace d'utiliser `\hook` comme nom de macro.

Exemple 2 – Des crochets non extensibles

Dans l'exemple suivant, on utilise l'option `sb` pour **s**-mall **b**-rackets soit « *petits crochets* » en anglais. Les options sont disponibles à la fois pour `\hook` et `\hook*`.

`\hook*{a}{b}%`
`\dfrac{x - 1}{5 + x^2}{x}`
`= \hook*[sb]%`
`{a}{b}%`
`\dfrac{x - 1}{5 + x^2}{x}`

$$\left[\frac{x - 1}{5 + x^2} \right]_a^b = \left[\frac{x - 1}{5 + x^2} \right]_a^b$$

Exemple 3 – Un trait vertical épuré

Via les options `r` et `sr` pour **s**-mall et **r**-ull soit « *petit* » et « *trait* » en anglais, on obtient ce qui suit.

`\hook[r] {a}{b}%`
`\dfrac{x - 1}{5 + x^2}{x}`
`= \hook*[sr]{a}{b}%`
`\dfrac{x - 1}{5 + x^2}{x}`

$$\frac{x - 1}{5 + x^2} \Big|_{x=a}^{x=b} = \frac{x - 1}{5 + x^2} \Big|_a^b$$

9 Historique

Nous ne donnons ici qu'un très bref historique récent⁸ de **tnsana** à destination de l'utilisateur principalement. Tous les changements sont disponibles uniquement en anglais dans le dossier **change-log** : voir le code source de **tnsana** sur **github**.

2020-07-15 Nouvelle version mineure **0.2.0-beta**.

- **SYMBOLES** : les nouvelles macros `\symvar` et `\symvar*` produisent un disque plein et un carré plein permettant par exemple d'indiquer symboliquement une ou des variables.
-

2020-07-12 Nouvelle version mineure **0.1.0-beta**.

- **FONCTIONS NOMMÉES** : `\ppcm` et `\pgcd` ont été déplacées dans **tnsarith** disponible sur <https://github.com/typensee-latex/tnsarith.git>.
-

2020-07-10 Première version **0.0.0-beta**.

8. On ne va pas au-delà de un an depuis la dernière version.

10 Toutes les fiches techniques

10.1 Introduction

10.2 Constantes et paramètres

10.2.1 Constantes classiques

<code>\ggamma <macro> (Sans argument)</code>	<code>\ii <macro> (Sans argument)</code>
<code>\ppi <macro> (Sans argument)</code>	<code>\jj <macro> (Sans argument)</code>
<code>\ttau <macro> (Sans argument)</code>	<code>\kk <macro> (Sans argument)</code>
<code>\ee <macro> (Sans argument)</code>	

10.2.2 Constantes latines personnelles

`\param <macro> (1 Argument)`

— Argument : un texte utilisant l'alphabet latin.

10.3 Une variable « symbolique »

10.3.1 Symbole pour les opérateurs fonctionnels

`\symvar <macro> (Sans argument)`
`\symvar* <macro> (Sans argument)`

10.4 La fonction valeur absolue

10.4.1 Valeur absolue

`\abs <macro> (1 Argument)`
`\abs* <macro> (1 Argument)`

— Argument : l'expression sur laquelle appliquer la fonction valeur absolue.

10.5 Fonctions nommées spéciales

10.5.1 Fonctions nommées sans paramètre

`\acos <macro> (Sans argument)`
`\asin <macro> (Sans argument)`
`\atan <macro> (Sans argument)`

`\arccosh <macro> (Sans argument)`
`\arcsinh <macro> (Sans argument)`
`\arctanh <macro> (Sans argument)`

`\acosh <macro> (Sans argument)`
`\asinh <macro> (Sans argument)`
`\atanh <macro> (Sans argument)`

`\fch <macro>` (Sans argument) où $f = f\text{-rench}$
`\fsh <macro>` (Sans argument) où $f = f\text{-rench}$
`\fth <macro>` (Sans argument) où $f = f\text{-rench}$

`\afch <macro>` (Sans argument)
`\afsh <macro>` (Sans argument)
`\afth <macro>` (Sans argument)

10.5.2 Fonctions nommées avec un paramètre

`\expb <macro>` (1 Argument)

— Argument: la base de l'exponentielle

`\logb <macro>` (1 Argument)

— Argument: la base du logarithme

10.6 Calcul différentiel

10.6.1 Calcul différentiel

`\dd <macro>` [1 Option] (1 Argument)

`\pp <macro>` [1 Option] (1 Argument)

— Option: utilisée, cette option sera mise en exposant du symbole ∂ ou d .

— Argument: la variable de différentiation à droite du symbole ∂ ou d .

10.6.2 Dérivation totale

`\der <macro>` [1 Option] (3 Arguments)

— Option: la valeur par défaut est `u`.

1. `u` : écriture usuelle avec des primes (*ceci nécessite d'avoir une valeur entière naturelle connue du nombre de dérivations successives*).
2. `e` : écriture via un exposant entre des parenthèses.
3. `i` : écriture via un indice.
4. `f` : écriture via une fraction en mode display.
5. `sf` : écriture via une fraction en mode non display.
6. `of` : écriture via une fraction en mode display sous la forme d'un opérateur (*la fonction est à côté de la fraction*).
7. `osf` : écriture via une fraction en mode non display sous la forme d'un opérateur (*la fonction est à côté de la fraction*).
8. `p` : ajout de parenthèses extensibles autour de la fonction.
9. `sp` : ajout de parenthèses non extensibles autour de la fonction.

— Argument 1: la fonction à dériver.

— Argument 2: l'ordre de dérivation.

— Argument 3: la variable de dérivation.

`\sder <macro> [1 Option] (2 Arguments)` où `s` = s-imple

— **Option**: la valeur par défaut est `u`. Les options disponibles sont `u`, `e`, `p` et `sp` : voir la fiche technique de `\sder` ci-dessus.

— **Argument 1**: la fonction à dériver.

— **Argument 2**: l'ordre de dérivation.

10.6.3 Dérivation totale – Opérateur fonctionnel

`\derope <macro> [1 Option] (2 Arguments)` où `ope` = ope-rator

— **Option**: la valeur par défaut est `f`. Les options disponibles sont `f`, `sf` et `i` : voir la fiche technique de `\der` donnée un peu plus haut.

— **Argument 1**: la fonction à dériver.

— **Argument 2**: l'ordre de dérivation.

10.6.4 Dérivation partielle

`\pder <macro> [1 Option] (2 Arguments)` où `p` = p-artial

— **Option**: la valeur par défaut est `f`.

1. `f` : écriture via une fraction en mode display.
2. `sf` : écriture via une fraction en mode non display.
3. `of` : écriture via une fraction en mode display sous la forme d'un opérateur (*la fonction est à côté de la fraction*).
4. `osf` : écriture via une fraction en mode non display sous la forme d'un opérateur (*la fonction est à côté de la fraction*).
5. `i` : écriture via un indice.
6. `p` : ajout de parenthèses extensibles autour de la fonction.
7. `sp` : ajout de parenthèses non extensibles autour de la fonction.

— **Argument 1**: la fonction à dériver.

— **Argument 2**: les variables utilisées avec leur ordre de dérivation pour la dérivation partielle en utilisant une syntaxe du type `x | y^2 | ...` qui indique de dériver suivant x une fois, puis suivant y trois fois... etc.

— **Argument 3**: l'ordre total de dérivation.

10.6.5 Dérivation partielle - Opérateur fonctionnel

`\pderope <macro> [1 Option] (2 Arguments)` où `p` = p-artial et `ope` = ope-rator

— **Option**: la valeur par défaut est `f`. Les options disponibles sont `f`, `sf` et `i` : voir la fiche technique de `\pder` juste avant.

— **Argument 1**: les variables utilisées avec leur ordre de dérivation via la syntaxe indiquée ci-dessus.

— **Argument 2**: l'ordre total de dérivation.

10.6.6 Tableaux de signes – Commentaires et graphiques explicatifs

`\comLine <macro> [1 Option] (2 Arguments)` où `com` = com-ment

— **Option**: couleur au format TikZ.

- Argument 1: le numéro de ligne où placer le commentaire, 0 étant le 1^{er} numéro.
- Argument 2: le texte du commentaire.

`\graphSign <macro> [1 Option] (2..4 Arguments)`

- Option: couleur au format TikZ.
- Argument 1: le numéro de ligne où placer le graphique, 0 étant le 1^{er} numéro.
- Argument 2: le type de fonctions avec des contraintes en utilisant la virgule comme séparateur d'informations.
 1. $ax+b$ sans espace indique une fonction affine avec un unique paramètre a non nul à caractériser.
 2. ax^2+bx+c sans espace indique une fonction trinôme du 2^e degré avec une paramètre a non nul à caractériser ainsi que d pour son discriminant.
 3. ap et an indiquent respectivement les conditions $a > 0$ et $a < 0$.
 4. dp , dz et dn indiquent respectivement les conditions $d > 0$, $d = 0$ et $d < 0$.
- Argument supplémentaire pour $ax+b$: la racine de $ax + b$.
- Arguments supplémentaires pour ax^2+bx+c : si $ax^2 + bx + c$ admet une ou deux racines, on donnera toutes les racines de la plus petite à la plus grande⁹.

10.7 Calcul intégral

10.7.1 Intégration – Le symbole standard

`\stdint <macro> (Sans argument)`

10.7.2 Intégration – Fonctionnelle d'intégration

`\integrate <macro> (4 Arguments)`

`\integrate* <macro> (4 Arguments)`

`\dintegrate <macro> (4 Arguments)` où $d = d\text{-displaystyle}$

`\dintegrate* <macro> (4 Arguments)` où $d = d\text{-displaystyle}$

- Argument 1: ce qui est en bas du symbole \int_{\bullet} .
- Argument 2: ce qui est en haut du symbole \int^{\bullet} .
- Argument 3: la fonction intégrée.
- Argument 4: suivant quoi on intègre.

10.7.3 Intégration – L'opérateur crochet

`\hook <macro> [1 Option] (4 Arguments)`

`\hook* <macro> [1 Option] (4 Arguments)`

- Option: la valeur par défaut est b . Voici les différentes valeurs possibles.
 1. b : des crochets extensibles sont utilisés.
 2. sb : des crochets non extensibles sont utilisés.
 3. r : un unique trait vertical extensible est utilisé à droite.

9. Notant $\Delta = b^2 - 4ac$, si $\Delta < 0$ il n'y aura pas d'argument supplémentaire, si $\Delta = 0$ il y en aura un seul et enfin si $\Delta > 0$ il faudra en donner deux, le 1^{er} étant le plus petit.

4. **sr** : un unique trait vertical non extensible est utilisé à droite.
- **Argument 1** : ce qui est en bas du crochet fermant.
 - **Argument 2** : ce qui est en haut du crochet fermant.
 - **Argument 3** : la fonction sur laquelle effectuer le calcul.
 - **Argument 4** : la variable pour les calculs.