

Le package `tnsarith` : un peu d'arithmétique élémentaire

Code source disponible sur <https://github.com/typensee-latex/tnsarith.git>.

Version 0.2.0-beta développée et testée sur Mac OS X.

Christophe BAL

2020-08-26

Table des matières

I.	Introduction	2
II.	Beta-dépendance	2
III.	Packages utilisés	2
IV.	Ensembles classiques	2
V.	Opérateurs de base	2
VI.	Fonctions nommées spéciales	2
VII.	Fractions continuées	3
	1. Fractions continuées standard	3
	2. Fractions continuées généralisées	3
	3. Comme une fraction continuée isolée	4
	4. L'opérateur \mathcal{K}	4
VIII.	Historique	6
IX.	Toutes les fiches techniques	7
	1. Opérateurs de base	7
	2. Fonctions nommées spéciales	7
	3. Fractions continuées	7
	i. Fractions continuées standard	7
	ii. Fractions continuées généralisées	7
	iii. Comme une fraction continuée isolée	7
	iv. L'opérateur \mathcal{K}	7

I. Introduction

Le package `tnsarith` propose quelques macros pour rédiger un peu d'arithmétique via un codage sémantique simple.

II. Beta-dépendance

`tnscom` qui est disponible sur <https://github.com/typensee-latex/tnscom.git> est un package utilisé en coulisse.

III. Packages utilisés

La roue ayant déjà été inventée, le package `tnsarith` réutilise les packages suivants sans aucun scrupule.

- `amssymb`
- `centernot`
- `ifmtarg`
- `mathtools`

IV. Ensembles classiques

Le package `tnssets` propose les macros `\NN`, `\ZZ`, `\QQ` ainsi que `\PP` pour indiquer l'ensemble des naturels, celui des entiers relatifs, celui des fractions rationnelles et enfin celui des nombres premiers. Se rendre sur <https://github.com/typensee-latex/tnssets.git> si cela vous intéresse.

V. Opérateurs de base

Pour des raisons d'expressivité des codes L^AT_EX, les opérateurs binaires `\divides`, `\ndivides` et `\modulo` ont été ajoutés comme alias respectifs de `\mid`, `\nmid` et `\bmod` qui sont proposés par le package `amssymb`. Un opérateur `\nequiv` a été aussi ajouté.

```
$10 \divides 150$ au lieu de  
$10 \mid 150$
```

```
$10 \ndivides 154$ au lieu de  
$10 \not\mid 154$
```

```
$a \nequiv b \modulo p  
\iff  
p \ndivides (a - b)$.
```

$10 \mid 150$ au lieu de $10|150$
 $10 \nmid 154$ au lieu de $10 \not|154$
 $a \neq b \bmod p \iff p \nmid (a - b).$

VI. Fonctions nommées spéciales

Deux fonctions nommées `\pgcd` et `\ppcm` utiles au francophone ont été ajoutées ainsi que la fonction `\lcm` pour les anglophones car cette dernière n'est pas disponible par défaut.

```
$\pgcd x = \gcd x$ et $\ppcm x = \lcm x$
```

$\text{pgcd } x = \gcd x$ et $\text{ppcm } x = \text{lcm } x$

VII. Fractions continuées

1. Fractions continuées standard

Exemple 1 – Version longue

Dans l'exemple suivant, la notation en ligne semble être due à Alfred Pringsheim. La notation à gauche utilise toujours le maximum d'espace pour améliorer la lisibilité.

<pre style="margin: 0;">\$\contfrac {u_0 u_1 u_2 \dots u_n}\$ = \contfrac*{u_0 u_1 u_2 \dots u_n}\$</pre>
<hr style="border-top: 1px dashed #ccc;"/> $u_0 + \frac{1}{u_1 + \frac{1}{u_2 + \frac{1}{\dots + \frac{1}{u_n}}}} = u_0 + \cfrac{1}{u_1} + \cfrac{1}{u_2} + \cfrac{1}{\dots} + \cfrac{1}{u_n}$

Exemple 2 – Version Courte

Les macros `\scontfrac` et `\scontfrac*` donnent directement la fraction. Le **s** est pour **s**-hort soit « *court* » en anglais.

<pre style="margin: 0;">\$\scontfrac {u_0 u_1 u_2 \dots u_n}\$ = \scontfrac*{u_0 u_1 u_2 \dots u_n}\$</pre>
<hr style="border-top: 1px dashed #ccc;"/> $\cfrac{1}{u_0 + \cfrac{1}{u_1 + \cfrac{1}{u_2 + \cfrac{1}{\dots + \cfrac{1}{u_n}}}}} = \cfrac{1}{u_0} + \cfrac{1}{u_1} + \cfrac{1}{u_2} + \cfrac{1}{\dots} + \cfrac{1}{u_n}$

2. Fractions continuées généralisées

Exemple 1 – Version longue

Voici comment écrire une fraction continuée généralisée.

<pre style="margin: 0;">\$\displaystyle \contfracgene {a b c d e f \dots y z} = \contfracgene*{a b c d e f \dots y z}\$</pre>
<hr style="border-top: 1px dashed #ccc;"/> $a + \frac{b}{c + \frac{d}{e + \frac{f}{\dots + \frac{y}{z}}}} = a + \cfrac{b}{c} + \cfrac{d}{e} + \cfrac{f}{\dots} + \cfrac{y}{z}$

Exemple 2 – Version courte

Les macros `\scontfracgene` et `\scontfracgene*` donnent directement la fraction. Le `s` est de nouveau pour `s`-hort.

```
\displaystyle
\scontfracgene {a | b | c | d | e | \dots | y | z}
= \scontfracgene*{a | b | c | d | e | \dots | y | z}
```

$$\frac{a}{b + \frac{c}{d + \frac{e}{\dots + \frac{y}{z}}}} = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{\dots} + \frac{y}{z}$$

3. Comme une fraction continuée isolée

La raison d'être de la macro ci-dessous vient juste de son usage en interne.

```
\singlecontfrac{a}{b}  
pour les fous \dots :-)
```

$$\frac{a}{b} \text{ pour les fous... :-)}$$

4. L'opérateur \mathcal{K}

Exemple 1

La notation suivante est proche de celle qu'utilisait Carl Friedrich Gauss.

```
\displaystyle
\contfracope_{k=1}^{n} (b_k:c_k)
= \scontfracgene{b_1 | c_1 | b_2 | c_2 | b_3 | \dots | b_n | c_n}
```

$$\mathcal{K}_{k=1}^n(b_k : c_k) = \frac{b_1}{c_1 + \frac{b_2}{c_2 + \frac{b_3}{\dots + \frac{b_n}{c_n}}}}$$

Remarque. La lettre \mathcal{K} vient de "kettenbruch" qui signifie "fraction continuée" en allemand.

Exemple 2

```
\displaystyle
u_0 + \contfracope_{k=1}^{n} (1:u_k)
= \contfrac{u_0 | u_1 | u_2 | \dots | u_n}
```

$$u_0 + \mathcal{K}_{k=1}^n(1 : u_k) = u_0 + \frac{1}{u_1 + \frac{1}{u_2 + \frac{1}{\dots + \frac{1}{u_n}}}}$$

VIII. Historique

Nous ne donnons ici qu'un très bref historique récent ¹ de `tnsarith` à destination de l'utilisateur principalement. Tous les changements sont disponibles uniquement en anglais dans le dossier `change-log` : voir le code source de `tnsarith` sur `github`.

2020-08-26 Nouvelle version mineure `0.2.0-beta`.

- **FRACTIONS CONTINUÉES** : ajout de `\scontfrac`, `\scontfrac*`, `\scontfracgene` et `\scontfracgene*` qui donnent juste la partie fractionnaire.
-

2020-07-12 Nouvelle version mineure `0.1.0-beta`.

- **FONCTIONS NOMMÉES** : ajout de `\pgcd`, `\ppcm` et `\lcm`.
-

2020-07-10 Première version `0.0.0-beta`.

1. On ne va pas au-delà de un an depuis la dernière version.

IX. Toutes les fiches techniques

1. Opérateurs de base

`\divides`
`\ndivides`
`\nequiv`
`\modulo`

2. Fonctions nommées spéciales

`\pgcd`
`\ppcm`

`\lcm`

3. Fractions continuées

i. Fractions continuées standard

`\contfrac {#1}`
`\contfrac* {#1}`
`\scontfrac {#1}`
`\scontfrac*{#1}`

— Argument: tous les éléments de la fraction continuée « courte » séparés par des |.

ii. Fractions continuées généralisées

`\contfracgene {#1}`
`\contfracgene* {#1}`
`\scontfracgene {#1}`
`\scontfracgene*{#1}`

— Argument: tous les éléments de la fraction continuée généralisée séparés par des |.

iii. Comme une fraction continuée isolée

`\singlecontfrac{#1..#2}`

— Argument 1: le pseudo numérateur.

— Argument 2: le pseudo dénominateur.

iv. L'opérateur \mathcal{K}

La macro suivante sans argument se comporte comme \sum vis à vis des mises en index et en exposant.

`\contfracope`