Le package tnslog : rédiger de la logique simple

 ${\bf Code\ source\ disponible\ sur\ https://github.com/typensee-latex/tnslog.git.}$

Version ${\tt 0.0.0\text{-}beta}$ développée et testée sur $\operatorname{Mac}\operatorname{OS}\operatorname{X}.$

Christophe BAL

2020-07-10

Table des matières

1. Introduction										
2.	Espace après la négation logique									
3.	Différents types de comparaisons « standard »	Différents types de comparaisons « standard »								
	a. Définir quelque chose				Ş					
	b. Indiquer une identité				Ş					
	c. Une égalité à vérifier ou non, une hypothèse, une condition				Ş					
	d. Une égalité indiquant le choix d'une valeur ou l'application d'une relation				4					
	e. Une égalité indiquant l'équation d'une courbe				4					
	f. Différents types d'inéquations				4					
	g. Des formes négatives aussi pour les inéquations				4					
	h. Une table récapitulative				4					
	i. Textes utilisés				5					
4.	Équivalences et implications				Ę					
	a. Des symboles logiques supplémentaires									
	b. Une table récapitulative				5					
	c. Équivalences et implications verticales									
	d. Tables des décorations possibles des opérateurs				6					
5.	Des versions alternatives du quantificateur existentiel				6					
	a. Quantifier l'existence				6					
	b. Versions négatives				7					
6.	Détailler un raisonnement simple				7					
	a. Version pour le lycée et après				7					
	b. Version pour les collégiens									
	c. De courts commentaires									
	d. Un mini hack très utile pour des « étapes alignées »									

	e.	Un conseil de mise en forme	15
7.	Déta		16
	a.	Un tableau pour le post-bac	16
	b.	Un tableau sur plusieurs pages	18
	c.	Un tableau pour le collège et le lycée	18
	d.	Un tableau sur plusieurs pages	19
8.	Hist	corique	21
9.	Tou	tes les fiches techniques	22
	a.	Espace après la négation logique	22
	b.	Différents types de comparaisons « standard »	
		i. Opérateurs décorés – Les textes	
		ii. Opérateurs de comparaison supplémentaires	22
	c.	Équivalences et implications	23
		i. Des symboles logiques supplémentaires	23
		ii. Équivalences et implications verticales	23
	d.		24
	e.	Détailler un raisonnement simple	24
		i. Détailler un raisonnement simple	
			25
	f.	1	25
	1.		25
			26
		1. Detailed an writing randomentelle via an earlead Texaes defined	20

1. Introduction

Le package tnslog facilite la rédaction de preuves formelles basiques via un codage sémantique simple.

2. Espace après la négation logique

\neg a été redéfinie pour ajouter un peu d'espace après le symbole. Le comportement par défaut se retrouve en utilisant la macro \stdneg. Voici un exemple.

3. Différents types de comparaisons « standard »

D'un point de vue pédagogique, il peut être intéressant de disposer de différentes façon d'écrire une égalité, une non égalité ou une inégalité. Bien entendu on tord les règles de typographie avec ce type de pratique mais c'est pour le bien de la communauté éducative.

a. Définir quelque chose

L'exemple suivant montre deux façons de rédiger une égalité signifiant une définition (la section i. explique comment est défini le texte « déf »).

\$f(x) \eqdef x^3 + 1\$
$$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} x^3 + 1$$
 \$f(x) \eqdef* x^3 + 1\$
$$f(x) \coloneqq x^3 + 1$$

b. Indiquer une identité

L'exemple suivant montre deux façons de rédiger des identités avec une notation symbolique non standard (la section i. explique comment est défini le texte « id »).

\$(a + b)^2 \eqid a^2 + b^2 + 2 a b\$
$$(a + b)^2 \stackrel{\text{id}}{=} a^2 + b^2 + 2ab$$
 \$(a + b)^2 \eqid* a^2 + b^2 + 2ab
$$(a + b)^2 \rightleftharpoons a^2 + b^2 + 2ab$$

c. Une égalité à vérifier ou non, une hypothèse, une condition

Se reporter à la section i. pour savoir comment sont définis les textes « cons » , « cond » et « hyp ».

```
$\(a + b)^3 \eqtest a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \neqid a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 + 3 a b$$
$\(a + b)^3 \cdot a^3 + b^3 +
```

d. Une égalité indiquant le choix d'une valeur ou l'application d'une relation

La section i. permet de savoir comment les textes « choix » et « appli » sont définis.

```
$x \geqcond 4$ implique $x^2 \geqcons 16$. x \ge 4 \text{ implique } x^2 \ge 16. Donc $x \eqchoice 123$ donne Donc x \stackrel{\text{choix}}{=} 123 \text{ donne } 123^2 \ge 16. $123^2 \geqappli 16$.
```

e. Une égalité indiquant l'équation d'une courbe

La section i. permet de savoir comment les texte « graph » est défini.

```
$M \in C: y \eqplot x^2 + 3$ donne  M \in C: y \stackrel{\text{graph}}{=} x^2 + 3 \text{ donne } y_M \stackrel{\text{appli}}{=} x_M^2 + 3.
```

f. Différents types d'inéquations

Le principe reste le même pour les symboles d'équations excepté qu'il n'y a ici aucune écriture purement symbolique. Voici un code « fourre-tout » montrant quelques exemples.

g. Des formes négatives aussi pour les inéquations

Tous les opérateurs de comparaison ont une forme négative qui s'obtient en préfixant le nom de l'opérateur par n. Voici quelques exemples d'utilisation.

h. Une table récapitulative

La table 1 page 6 fournit toutes les associations autorisées entre opérateurs de comparaison et décorations.

i. Textes utilisés

Voici les macros définissant les textes utilisés qui tiennent compte de l'utilisation ou non de l'option french de babel. Nous ne donnons que les versions françaises.

```
\textopappli{} donne « appli » \textopchoice{} donne « choix »
\textopcond{} donne « cond » \textopcons{} donne « cons »
\textopdef{} donne « déf » \textophyp{} donne « hyp »
\textopid{} donne « id » \textopplot{} donne « graph »
\textoptest{} donne « ? »
```

4. Équivalences et implications

a. Des symboles logiques supplémentaires

Exemple 1 – Implication réciproque

En plus des opérateurs \iff et \implies proposés par LATEX, il a été ajouté l'opérateur \liesimp, où l'on a inversé les groupes syllabiques de \implies, un opérateur pour pour obtenir \iff \frac{1}{2}, ainsi que des versions négatives. Voici un exemple d'utilisation.

Exemple 2 – Des opérateurs décorés

Tout comme pour les comparaisons, il existe des versions décorées de type test, hypothèse, condition ... Elles sont toutes présentes dans l'exemple suivant.

```
$A \iffappli B \niffchoice C$ A \iff B \iff C $A \impliescond B \nimpliescons C$ A \iff B \iff C $A \liesimphyp B \nliesimptest C$ A \iff B \iff C
```

b. Une table récapitulative

La table 1 page suivante montre toutes les associations autorisées entre opérateurs logiques et décorations.

c. Équivalences et implications verticales

À quoi cela sert-il?

Les sections a. et b. présentent deux environnements pour détailler les étapes d'un raisonnement. Avec ces outils il devient utile d'avoir des versions verticales non décorées des symboles d'équivalence

^{1.} Penser aussi aux preuves d'équivalence par double implication.

et d'implication. Voici comment les obtenir (tous les cas possibles ont été indiqués). Bien entendu le préfixe v est pour v-ertical.

```
\begin{tabular}{ccccc}
    $A$
                      & $B$
  & $C$
                      & $D$
  & $E$
                      & $F$
                                                              A B
                                                                       C D E
    $\viff$
                      & $\vimplies$
                                                              \uparrow \quad \downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow \quad \downarrow
  & $\vliesimp$ & $\nviff$
                                                                                       1
  & $\nvimplies$ & $\nvliesimp$
                                                              A \quad B \quad C \quad D \quad E
    $A$
                      & $B$
                      & $D$
  & $C$
                      & $F$
  & $E$
\end{tabular}
```

d. Tables des décorations possibles des opérateurs

La table 1 de la présente page donne toutes les associations autorisées entre opérateurs et décorations. Il faut retenir que les versions étoilées produisent des écritures symboliques.

Préfixe	appli	choice	cond	cons	def	def*	hyp	id	id*	plot	test
\eq	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×
\neq	×	×	×	×			×	×		×	×
\less \nless \leq \nleq \gtr \ngtr \geq	×	×	×	×			×			×	×
\ngeq \iff \niff \implies \nimplies \liesimp \nliesimp	×	×	×	×			×				×

Table 1 – Décorations

5. Des versions alternatives du quantificateur existentiel

a. Quantifier l'existence

Voici deux versions, l'une classique, et l'autre beaucoup moins, permettant de préciser le quantificateur \exists .

b. Versions négatives

6. Détailler un raisonnement simple

a. Version pour le lycée et après

Exemple 1 – Avec les réglages par défaut

L'environnement explain permet de détailler les étapes principales d'un calcul ou d'un raisonnement simple en s'appuyant sur la macro \explnext dont le nom vient de « expl-ain next step » soit « expliquer la prochaine étape » en anglais ². On dispose aussi de \explnext* pour des explications descendantes et/ou montantes ³.

Ci-dessous se trouve un exemple, très farfelu vers la fin, où l'on utilise les réglages par défaut. Notons au passage que ce type de présentation n'est sûrement pas bien adaptée à un jeune public pour lequel une 2^e façon de détailler des calculs et/ou un raisonnement simple est proposée plus bas dans la section b..

^{2.} Cet environnement utilise aussi le package witharrows qui est très sympathique pour expliquer des étapes de calcul.

^{3.} Les explications données ne doivent pas être trop longues car ce serait contre-productif.

```
\begin{explain}
     (a + b)^2
          \ensuremath{\mbox{explnext}\{0n\ \mbox{utilise}\ \mbox{$x^2 = x \cdot}\ x\$.}
     (a + b) (a + b)
         \explnext*{Double développement depuis la parenthèse gauche.}%
                      {Double factorisation pas facile.}
     a^2 + a b + b a + b^2
          \explnext*{}%
                      {Commutativité du produit.}
     a^2 + 2 a b + b^2
          \explnext*{Commutativité de l'addition.}%
     a^2 + b^2 + 2 a b
\end{explain}
(a + b)^2
      \{ On \ utilise \ x^2 = x \cdot x. \}
(a+b)(a+b)
       \downarrow Double développement depuis la parenthèse gauche. \downarrow
            Double factorisation pas facile.
a^2 + ab + ba + b^2
     \{\uparrow Commutativit\'e du produit. \uparrow\}
a^2 + 2ab + b^2
= \{ \downarrow Commutativit\'e de l'addition. \downarrow \}
a^2 + b^2 + 2ab
```

Remarque. Il faut savoir que la mise en forme est celle d'une formule ce qui peut rendre service comme dans l'exemple suivant.

Avec un retour à la ligne, il faudra donc si besoin gérer l'espacement vertical.

```
Mon calcul pas trop proche.  \begin{emulation} \mbox{Mon calcul pas trop proche.} \\ \mbox{Mon calcul pas trop proche.} \\ \mbox{($a+b$)^2$} \\ \mbox{($a+b$)^2$} \\ \mbox{($a+b$)^2$} \\ \mbox{($a+b$)^2$} \\ \mbox{($explain$)} \\ \mbox{$a^2+b^2+2ab$} \\ \mbox{end{explain}} \end{emulation}
```

Remarque. Voici des petites choses à connaître sur les macros \explnext et \explnext*.

- 1. \expltxt est utilisée par \explnext pour mettre en forme le texte d'explication.
- 2. \expltxtup et \expltxtdown sont utilisées par \explnext* décorer les textes d'explication juste avant leur mise en forme finale via \expltxtupdown.
- 3. \explnext et \explnext* utilisent la macro constante \expltxtspacein pour l'espacement entre le symbole et la courte explication. Par défaut, cette macro vaut 2em.

Exemple 2 – Utiliser un autre symbole globalement

L'environnement explain possède plusieurs options dont l'une est ope qui vaut {=} par défaut. Ceci permet de faire ce qui suit sans effort.

Exemple 3 – Juste utiliser des symboles

Si l'argument obligatoire de la macro \explnext est vide alors seul le symbole est affiché (ne pas oublier les accolades vides). Voici un court exemple de ceci.

```
\begin{explain} [ope = \viff] \\ a^2 = b^2 \\ \\ explnext{} \\ a = \pm b \\ \\ end{explain} \\ \end{explain}
```

Exemple 4 – Utiliser un autre symbole localement

La macro \explnext possède un argument optionnel qui utilise par défaut celui de l'environment. En utilisant cette option, on choisit alors localement le symbole à employer. Voici un exemple d'utilisation complètement farfelu bien que correct.

```
\begin{explain}[ope = \viff]
                                                        0 \le a < b
    0 \leq a \leq b
         \explnext[\vimplies] %
                                                         \downarrow \qquad \{ Croissance de x^2 sur R_+. \}
                    {Croissance de $x^2$
                                                         a^2 < b^2
                     sur $R_{+}$.}
                                                         \uparrow
    a^2 < b^2
                                                         a^2 - b^2 < 0
         \explnext{}
    a^2 - b^2 < 0
                                                         \ { Identité remarquable. }
         \explnext{Identité remarquable.}
                                                         (a-b)(a+b) < 0
    (a - b)(a + b) < 0
                                                         \downarrow \downarrow
         \explnext[\vimplies]{}
    a \neq b
                                                         a \neq b
\end{explain}
```

Exemple 5 – Choisir la mise en forme des explications

Pour la mise en forme des explications à double sens, la macro \explext fait appel à la macro \explext. Par défaut, le package utilise la définition suivante.

```
\newcommand\expltxt[1]{%
   \text{\color{blue}\footnotesize \{\,{\itshape #1}\,\} }%
}
```

Pour la mise en forme des explications à sens unique, la macro \explext* fait appel aux macros \expltxtup, \expltxtdown et \expltxtupdown. Par défaut le package utilise les définitions suivantes.

```
\newcommand\expltxtup[1]{%
    $\uparrow$ #1 $\uparrow$%
}
\newcommand\expltxtdown[1]{%
    $\downarrow$ #1 $\downarrow$%
}
\newcommand\expltxtupdown[2]{{%
    \displaystyle\footnotesize\color{blue}%
    \left\{ \right\} 
        \genfrac{}{}{0pt}{}{%
            \text{\itshape\expltxtdown{\samesizeas{#1}{#2}}}%
        }{%
            \text{\itshape\expltxtup{\samesizeas{#2}{#1}}}%
        }%
    \, \right. 
}}
```

Nous allons expliquer comment obtenir l'affreux exemple ci-dessous montrant que l'on peut adapter si besoin la mise en forme.

La mise en forme a été obtenue en utilisant le code L^ATEX suivant où la macro \samesizeas{#1}{#2} rend le texte #1 aussi large que #2 en ajoutant des espaces supplémentaires tout en centrant le résultat final si besoin (ne pas oublier de passer en mode texte via \text).

```
\newcommand\myexpltxt[2]{%
    \text{\color{#1} \footnotesize \itshape \bfseries #2}%
}
\renewcommand\expltxt[1]{%
    \myexpltxt{gray}{$\Downarrow$ #1 $\Uparrow$}%
}
\renewcommand\expltxtup[1]{%
    \myexpltxt{orange}{$\Uparrow$ #1 $\Uparrow$}%
}
\renewcommand\expltxtdown[1]{%
    \myexpltxt{red}{$\Downarrow$ #1 $\Downarrow$}%
}
\renewcommand\expltxtupdown[2]{%
    \displaystyle\color{blue!20!black!30!green}%
    \genfrac{\langle}{\rangle}{1pt}{}{%
        \expltxtdown{\samesizeas{#1}{#2}}%
    }{%
        \expltxtup{\samesizeas{#2}{#1}}%
    7%
```

b. Version pour les collégiens

L'environnement explain avec l'option style = ar ⁴ utilise des flèches pour indiquer les explications (ar est pour ar-row soit « flèche » en anglais). Dans ce cas d'utilisation, la macro \explnext* permet d'avoir une flèche unidirectionnelle, vers le haut ou le bas au choix, ou bien d'écrire deux indications dont l'une est montante et l'autre descendante.

Il existe aussi l'option style = sar lorsque la toute 1^{re} étape n'est pas expliquée (s est pour s-hort soit « court » en anglais). Attention car forcément ceci nécessite au tout début de l'environnement l'usage de la macro \explnext sans aucun contenu!

Exemple 1 – Des flèches à double sens

```
\begin{explain}[style = ar] \\ (a + b)^2 \\ begin{explain}[c] & (a + b)^2 \\ begin{explain}[c]
```

Exemple 2 – Des flèches unidirectionnelles

Ce qui suit est juste là comme démo. car les explications y sont un peu farfelues.

^{4.} Cet environnement utilise aussi le package witharrows.

```
\begin{explain}[style = ar]
    (a + b)^2
         \explnext*{Via $P^2 = P \cdot P$.}
                      {Via P \rightarrow P^2.}
    (a + b) (a + b)
         \explnext*{Double développement.}%
                      {Double factorisation (pas simple).}
    a^2 + a b + b a + b^2
         \explnext*{Commutativité du produit.}%
    a^2 + 2 a b + b^2
         \explnext*{}%
                      {Commutativité de l'addition.}
    a^2 + b^2 + 2 a b
\end{explain}
(a+b)^{2}
= (a+b)(a+b)
= a^{2} + ab + ba + b^{2}
Via P^{2} = P \cdot P. \quad Via P \cdot P = P^{2}.
Double développement. \quad Double factorisation (pas simple).
                        ) Commutativité du produit.
= a^2 + 2ab + b^2
                        Commutativité de l'addition.
= a^2 + b^2 + 2ab
```

Exemple 3 – Ne pas expliquer le tout début

L'environnement étoilé explain avec l'option style = sar débute différemment la mise en forme. Bien entendu ici le tout premier \explnext doit avoir un argument vide!

```
\begin{explain} [style = sar]

(a + b) (a + b)
\text{explnext}{}
(a + b)^2
\text{explnext}{Identit\'e remarquable.}}
a^2 + b^2 + 2ab
\begin{explain}

(a + b)(a + b) = (a + b)^2
= a^2 + b^2 + 2ab
\begin{explain}

Identit\'e remarquable.
```

Exemple 4 – Choisir son symbole

Voici comment faire où l'implication finale est juste là pour la démonstration (on notera une petite bidouille un peu sale à faire pour avoir un alignement à peu près correct).

```
\begin{explain}[style = ar, ope = \iff] \\ a^2 + 2 \ ab + b^2 = 0 \\ \explnext{} \\ (a + b)^2 = 0 \\ \explnext[\:\implies]\% \\ \explain} \\ a + b = 0 \\ \end{explain}  \begin{explain}[style = ar, ope = \iff] \\ a^2 + 2ab + b^2 = 0 \\ \explain +
```

Avec la version courte, on obtient ce qui suit.

```
\label{eq:continuous_problem} $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $$ \left( \frac{1}{2} + 2ab + b^2 = 0 \right) $
```

c. De courts commentaires

Exemple 1 – Sans alignement

Il est possible d'ajouter de petits commentaires via \comthis où comthis est pour com-ment this soit « commenter ceci » en anglais.

Remarque. La mise en forme du texte des commentaires est fait via la macro personnalisable \explcom. Quant à l'espacement ajouté entre le texte et son commentaire il est défini par la macro \expltxtspacein qui est égale à 2em par défaut.

Exemple 2 – Tout aligner

Il peut être utile d'aligner tous les commentaires. Ceci s'obtient via l'option com = al où al est pour al-igné (par défaut com = nal avec le préfixe n pour n-on).

Exemple 3 – Le meilleur des deux mondes

Dans d'autres situations, utilisez les deux types d'alignement peut faire sens. Ceci s'obtient via l'option com = al et l'emploi de la macro étoilée \comthis* à chaque fois que l'on souhaite "coller" un commentaire le plus à gauche possible.

```
\begin{explain}[com = al]
     (a + b) (a + b)
                                                                     (a+b)(a+b)
                                                                                                               [ Forme facto. ]
           \comthis{Forme facto.}
           \ensuremath{\mbox{Via $x^2 = x \cdot x$.}}
                                                                     = \{ Via \ x^2 = x \cdot x. \}
     (a + b)^2
           \comthis*{Au passage...}
                                                                    = \left\{ \begin{array}{l} \downarrow \quad Id.Rq - D\acute{e}v. \quad \downarrow \\ \uparrow \quad Id.Rq - Facto. \uparrow \end{array} \right\}
           \explnext*{Id.Rq - Dév.}%
                          {Id.Rq - Facto.}
     a^2 + 2 a b + b^2
                                                                                                               [ Forme dév. ]
           \comthis{Forme dév.}
\end{explain}
```

Remarque. Si l'alignement n'est pas activé, les macros \comthis* et \comthis auront toutes les deux le même effet.

Exemple 4 – Ceci marche aussi avec le style « fléché »

Voici ce que donne le mode mixte lorsque des flèches sont utilisées pour les explications. Il semble moins pertinent ici de mixer les modes « alignement » et « non alignement » mais chacun pris séparément peut avoir son utilité.

```
\label{eq:complex} $$ \left(a + b\right) (a + b) $$ (a + b) $$ (a + b)$ $$ \left(a + b\right)^2$ $$ \left(a + b\right)^
```

Remarque. Bien entendu il est impossible de commenter le tout début en mode fléché court.

d. Un mini hack très utile pour des « étapes alignées »

Vous pouvez écrire très facilement des calculs ou raisonnement simples alignés comme suit sans trop vous fatiguez.

On a accès à une autre mise en forme (ceci peut rendre aussi service).

Enfin dans le cadre de calculs à faire expliquer par des élèves, ce qui suit peut être utile.

```
Donner les justifications J1, J2 et J3.
                                                 Donner les justifications J1, J2 et J3.
\medskip
                                                 (a+b)(a+b)
\begin{explain}
                                                 = \{J1\}
    (a + b) (a + b)
                                                 (a+b)^{2}
        \explnext{J1}
    (a + b)^2
                                                 = \{J2\}
        \explnext{J2}
                                                 a^2 + b^2 + 2ab
    a^2 + b^2 + 2 a b
                                                 = \{J3\}
        \explnext{J3}
                                                 a^2 + 2ab + b^2
    a^2 + 2 a b + b^2
\end{explain}
```

e. Un conseil de mise en forme

Voici un style de codage que nous trouvons très facile à relire et maintenir.

```
\begin{explain}[com = al]
     (a + b) (a + b)
           \comthis{Forme facto.}
                                                                  (a+b)(a+b)
                                                                                                            [ Forme facto. ]
           \ensuremath{\mbox{Via $x^2 = x \cdot x$.}}
                                                                   = \{ Via \ x^2 = x \cdot x. \}
     (a + b)^2
                                                                   (a+b)^2 [Au passage...]
           \comthis*{Au passage...}
                                                                   = \left\{ \begin{array}{l} \downarrow \quad Id.Rq - D\acute{e}v. \quad \downarrow \\ \uparrow \quad Id.Rq - Facto. \uparrow \end{array} \right\}
           \explnext*{Id.Rq - Dév.}%
                         {Id.Rq - Facto.}
                                                                                                            [Forme dév.]
     a^2 + 2 a b + b^2
           \comthis{Forme dév.}
\end{explain}
```

7. Détailler un « vrai » raisonnement

a. Un tableau pour le post-bac

Exemple 1 – Le minimum avec les réglages par défaut

Prenons un exemple utile à la logique formelle en informatique théorique mais qui a complètement sa place en mathématiques plus classiques (voir la section c. pour un autre type de présentation plus adapté à un public de collège ou de lycée). Ci-dessous l'environnement demoexplain facilite la mise en page ⁵ et la macro étoilée \explref* permet d'indiquer une référence interne au raisonnement ⁶. Dans cet exemple en deux morceaux, pour montrer au passage comment continuer la numérotation là où elle s'était arrêtée, on utilise « m.p. » comme abréviation de « modus ponens ».

```
\begin{demoexplain}
    \demostep
         Hypothèse & $A$
    \demostep
         Axiome 1 & $A \implies B$
                                                                    Hypothèse
    \demostep
                                                                    Axiome 1
         m.p. sur
                                                                    m.p. sur \begin{vmatrix} 1 \end{vmatrix} et \begin{vmatrix} 2 \end{vmatrix} B
         \explref*{1} et \explref*{2}
                                                              3
       & $B$
                                                                    1 et 3
                                                                                            A \wedge B
    \demostep
         \explref*{1} et \explref*{3}
       & $A \wedge B$
\end{demoexplain}
```

Il est possible de couper sa démonstration en morceaux en indiquant à l'environnement la valeur du 1^{er} numéro de justification via la clé **start** : la valeur spéciale **last** indique de continuer la numérotation à la suite.

^{5.} En coulisse est utilisé l'environnement longtable du package éponyme.

^{6.} Les indications peuvent être numérotes jusqu'à 99 ce qui est bien au-delà des besoins pratiques.

```
\label{lem:continuous} $$ \begin{array}{lll} \textbf{begin} & \textbf{demostep} \\ \textbf{Axiome 3} \\ \textbf{\& $(A \wedge B) \implies C$} \\ \textbf{demostep} \\ \textbf{m.p. sur} \\ \textbf{explref*} & \textbf{4} & \textbf{et \explref*} & \textbf{5} \\ \textbf{\& $C$} \\ \textbf{end} & \textbf{demoexplain} \\ \end{array} $$ \begin{array}{lll} \textbf{Axiome 3} & \textbf{($A \land B$)} \implies C \\ \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \end{array} $$ \\ \textbf{end} & \textbf{demoexplain} & \textbf{6} & \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{et} & \textbf{5} & C \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} & \textbf{4} \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} \\ \hline \textbf{m.p. sur} & \textbf{4} & \textbf{4
```

Exemple 2 – Référencer une indication

L'argument optionnel de \demostep permet de définir un label qui ensuite facilitera le référencement d'une justification de façon pérenne via la macro non étoilée \explref.

```
\begin{demoexplain}
    \demostep[demo-my-hyp]
        Hypothèse & $A$
    \demostep[demo-use-axiom-1]
        Axiome 1 & $A \implies B$
                                                    1
                                                         Hypothèse
                                                                              A
    \demostep
                                                                              A \implies B
                                                    2
                                                         Axiome 1
       m.p. sur
        \explref{demo-my-hyp}
                                                         m.p. sur | 1 | et | 2
                                                    3
                                                                              В
        \explref{demo-use-axiom-1}
      & $B$
\end{demoexplain}
```

Remarque. Prendre bien garde au fait que ce mécanisme utilise les macros \label et \ref de L^ATEX. On travaille donc avec des références globalement au document compilé.

Exemple 3 – Indiquer ce que l'on cherche à faire

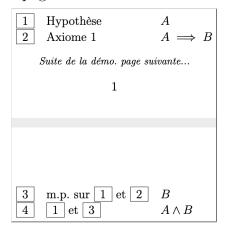
Les clés optionnelles hyps pour plusieurs hypothèses, hyp pour une seule hypothèse et ccl pour la conclusion permettent d'expliquer ce que l'on démontre et sous quel contexte.

```
\begin{demoexplain}[hyp = $A$, ccl = $B$]
    \demostep
                                                Démonstration sous l'hypothèse : A
       Hypothèse & $A$
    \demostep
                                                     1
                                                         Hypothèse
                                                                              A
       Axiome 1 & $A \implies B$
                                                     2
                                                         Axiome 1
                                                                              A \implies B
    \demostep
                                                         m.p. sur | 1 | et | 2 |
                                                                             B
       m.p. sur
        \explref*{1} et \explref*{2}
                                                Conclusion : B
     & $B$
\end{demoexplain}
```

Remarque. Aucune des clés hyps, hyp et ccl n'est obligatoire. Par contre il n'est pas possible d'utiliser à la fois les clés hyps et hyp.

b. Un tableau sur plusieurs pages

Un tableau devant utiliser plusieurs pages sera scindé comme ci-dessous sans perte d'information ⁷.



c. Un tableau pour le collège et le lycée

Exemple 1 – Avec les réglages par défaut

L'environnement étoilé demoexplain* est différent de l'environnement demoexplain puisqu'il sert à indiquer trois choses et non juste deux comme le montre l'exemple suivant ⁸. Par contre, la syntaxe est très similaire. Notez au passage la possibilité d'utiliser \newline pour forcer un retour à la ligne dans une cellule et aussi la nécessité d'écrire les accolades de la macro sans argument \demostep lorsque la 1^{re} case est vide (ceci est inutile lorsque l'argument optionnel est renseigné comme nous allons le vérifier dans l'exemple juste après).

```
\begin{demoexplain*}
    \demostep
        $ABC$ est un triangle \newline équilatéral
      & Définition d'un triangle \newline équilatéral.
      & AB = BC = AC
    \demostep{} % --> Ne pas oublier ici !
      & Voir l'énoncé.
      & AB = 10 \setminus, cm
    \demostep
        Voir les conséquences \newline \explref*{1} et \explref*{2} .
      & Simple calcul.
      & $ABC$ a pour périmètre $30 \, cm$.
\end{demoexplain*}
Réf.
       Je sais que...
                                     Propriété ou fait utilisé
                                                                    Conséquence
  1
       ABC est un triangle
                                     Définition d'un triangle
                                                                    AB = BC = AC
       équilatéral
                                     équilatéral.
                                                                    AB = 10 \, cm
  2
                                     Voir l'énoncé.
  3
       Voir les conséquences
                                     Simple calcul.
                                                                    ABC a pour périmètre 30 \, cm.
       1 et 2.
```

^{7.} Tout le travail est fait par l'environnement longtable du package éponyme.

^{8.} C'est pour cela qu'est proposé une version étoilée de l'environnement et non l'utilisation d'une option de l'environnement non étoilé.

Exemple 2 – Avec toutes les options

Le système de référence marche ici aussi. Par contre demoexplain* ne propose que start comme clé optionnelle avec le même fonctionnement que pour demoexplain.

```
\begin{demoexplain*}[start = last]
    \demostep[demo-first-geo-fact]
        $ABC$ est un triangle \newline équilatéral
      & Définition d'un triangle \newline équilatéral.
      & AB = BC = AC
    \demostep[known-data]
      & Voir l'énoncé.
      & AB = 10 \setminus, cm
    \demostep
        Voir les conséquences \newline
        \explref{demo-first-geo-fact} et \explref{known-data} .
      & Simple calcul.
      & $ABC$ a pour périmètre $30 \, cm$.
\end{demoexplain*}
 Réf.
                                     Propriété ou fait utilisé
                                                                   Conséquence
       Je sais que...
                                                                   AB = BC = AC
  4
       ABC est un triangle
                                     Définition d'un triangle
       équilatéral
                                     équilatéral.
  5
                                     Voir l'énoncé.
                                                                   AB = 10 \, cm
  6
       Voir les conséquences
                                     Simple calcul.
                                                                   ABC a pour périmètre 30\,cm.
       4 et 5.
```

d. Un tableau sur plusieurs pages

Un tableau devant utiliser plusieurs pages sera scindé comme ci-dessous sans perte d'information 9.

^{9.} Tout le travail est fait par l'environnement longtable du package éponyme.

Réf.	Je sais que	Propriété ou fait utilisé	Conséquence
1	ABC est un triangle équilatéral	Définition d'un triangle équilatéral.	AB = BC = AC
2		Voir l'énoncé.	AB = 10 cm
3	Voir les conséquences 1 et 2 .	Simple calcul.	ABC a pour périmètre $30cm$.

 $Suite\ de\ la\ d\'emo.\ page\ suivante...$

Réf.	Je sais que	Propriété ou fait utilisé	Conséquence
4	ABC est un triangle équilatéral	Définition d'un triangle équilatéral.	AB = BC = AC
5		Voir l'énoncé.	AB = 10 cm
6	Voir les conséquences $\boxed{4}$ et $\boxed{5}$.	Simple calcul.	ABC a pour périmètre $30cm$.

8. Historique

Nous ne donnons ici qu'un très bref historique récent ¹⁰ de tnslog à destination de l'utilisateur principalement. Tous les changements sont disponibles uniquement en anglais dans le dossier change-log : voir le code source de tnslog sur github.

2020-07-10 Première version 0.0.0-beta.

^{10.} On ne va pas au-delà de un an depuis la dernière version.

9. Toutes les fiches techniques

a. Espace après la négation logique

\neg \stdneg (pour retrouver le symbole par défaut)

b. Différents types de comparaisons « standard »

i. Opérateurs décorés – Les textes

	$\text{\textopcons}\{\}$	
	<pre>\textopdef {}</pre>	
$\text{textopcond}\{\}$		

ii. Opérateurs de comparaison supplémentaires

\eqdef \eqdef*	\eqid \eqid*	\eqplot \eqappli	\eqchoice \eqcond	\eqcons \eqhyp	s \eqtest
\neqid \neqplot	\neqappli \neqchoice	\neqcond \neqcons	\neqhyp \neqtest		
\lessplot \lessappli	\lesschoice \lesscond	\lesscons \lesshyp	\lesstest		
\nlessplot \nlessappli	\nlesschoice \nlesscond	\nlesscons \nlesshyp	\nlesstest		
\leqplot \leqappli	\leqchoice \leqcond	\leqcons \leqhyp	\leqtest		
\nleqplot \nleqappli	\nleqchoice \nleqcond	\nleqcons \nleqhyp	\nleqtest		

\gtrplot	\gtrchoice	\gtrcons	\gtrtest
\gtrappli	\gtrcond	\gtrhyp	

c. Équivalences et implications

i. Des symboles logiques supplémentaires

\iff \iffappli	\iffchoice \iffcond	\iffcons \iffhyp	\ifftest
\niff \niffappli	\niffchoice \niffcond	\niffcons \niffhyp	\nifftest
\implies	\implieschoice	\impliescons	\impliestest
\impliesappli	\impliescond	\implieshyp	
\nimplies	\nimplieschoice	\nimpliescons	\nimpliestest
\nimpliesappli	\nimpliescond	\nimplieshyp	
\liesimp	\liesimpchoice	\liesimpcons	\liesimptest
\liesimpappli	\liesimpcond	\liesimphyp	
\nliesimp	\nliesimpchoice	\nliesimpcons	\nliesimptest
\nliesimpappli	\nliesimpcond	\nliesimphyp	

ii. Équivalences et implications verticales

\viff	\vimplies	\vliesimp
\nyiff	nvimplies	\nvliesimp

d. Des versions alternatives du quantificateur existentiel

e. Détailler un raisonnement simple

i. Détailler un raisonnement simple

\begin{explain} [#opt]
 ...
\end{explain}

- Option: la valeur utilise une syntaxe de type clé-valeur. Voici les différentes clés disponibles.
 - 1. ope sert à définir l'opérateur utilisé dans tout l'environnement qui sera rédigé en mode mathématique. La valeur par défaut est {=} (et non juste =).
 - 2. style sert à définir le style de mise en forme. Voici les différentes valeurs possibles.
 - (a) u, la valeur par défaut, est pour u-niversity.
 - (b) ar est pour ar-row.
 - (c) sar est pour s-hort ar-row.
 - 3. com permet de demander l'alignement ou non des commentaires non étoilés entre eux.
 - (a) nal, la valeur par défaut, est pour n-ot al-igned.
 - (b) al est pour al-igned.

\explnext[#opt]{#1}

expl = expl-ain

- Option: le symbole à utiliser pour une explication, la valeur par défaut étant celle du symbole de l'environnement explain où \explnext est utilisé.
- Argument: le texte de l'explication qui peut être vide si aucune explication n'est à afficher.

ATTENTION! La macro \explinext est à utiliser sans argument ni option au tout début du contenu de l'environnement explain en cas d'utilisation du style sar.

\explnext*[#opt]{#1..#2}

- Option: le symbole à utiliser pour une explication, la valeur par défaut étant celle du symbole de l'environnement explain où \explnext est utilisé.
- Argument 1: le texte de l'explication pour la 1^{re} ligne. Ce texte peut être vide *(voir l'environnement aexplain pour la raison de ceci)*.
- Argument 2: le texte de l'explication pour la 2^e ligne. Ce texte peut être vide (voir l'environnement aexplain pour la raison de ceci).

\comthis {#1} \comthis*{#1}	com =	com-ment
— Argument: le texte d'un court commentaire.		
ii. Détailler un raisonnement simple – Mise en forme du texte		
Les macros suivantes sont juste utilisées par l'environnement explain.		
\expltxt{#1}		
— Argument: le texte de l'explication que l'on veut mettre en forme.		
\expltxtdown{#1}		
— Argument: le texte de l'explication du haut vers le bas que l'on veut me	ettre en forme.	
\expltxtup{#1}		
— Argument: le texte de l'explication du bas vers le haut que l'on veut me	ettre en forme.	
\expltxtupdown{#1#2}		
— Argument 1: le texte de l'explication du haut vers le bas que l'on veut r	nettre en forme	e.
— Argument 1: le texte de l'explication du bas vers le haut que l'on veut r	nettre en forme	e.
\explcom{#1}		
— Argument: le texte d'un court commentaire.		
f Détailler un « vrai » raisonnement		

Détailler un « vrai » raisonnement via un tableau

\begin{demoexplain} [#opts] \end{demoexplain}

- Clé "start": le début de la numérotation des identifiants des justifications. La valeur par défaut est 1 et la valeur spéciale last permet de reprendre la numérotation là où elle s'était arrêtée le dernier environnement demoexplain ou demoexplain* utilisé.
- Clé "hyps ": les hypothèses, au format texte, vérifiées au départ. Cet argument peut être vide et ne doit pas rentrer en conflit avec l'option hyp.
- Clé "hyp ": une unique hypothèse, au format texte, vérifiée au départ. Cet argument peut être vide et ne doit pas rentrer en conflit avec l'option hyps.
- Clé "ccl ": la conclusion, au format texte, du raisonnement détaillé. Cet argument peut être vide.

\begin{demoexplain*}	[#opt]	
\end{demoexplain*}		
est 1 et la valeur spéciale	ut de la numérotation des identifiants des justifications. last permet de reprendre la numérotation là où elle s'é ain ou demoexplain* utilisé.	
\demostep[#opt] — Option: un texte qui	sera utilisé comme label global référençant le numéro	d'une justification.
\explref{#1}		ref = ref-erence
— Argument: un numér indications.	ro de 1 ou 2 chiffres qui sera encadré comme le sont le	es numérotations des
\explref*{#1}		
— Argument: un texte o	correspondant à un label global référençant le numéro	d'une justification.
ii. Détailler un « vra	ai » raisonnement via un tableau - Textes utilis	és
		ID = ID-entifier

	<pre>ID = ID-entifier</pre>
<pre></pre>	
	PROP = PROP-osition
<pre></pre>	CONS = CONS-equence
<pre></pre>	<pre>HYPS = HYP-othesis (S-everal ones)</pre>
<pre></pre>	<pre>HYP = HYP-othesis (just one)</pre>
	CCL = C-on-CL-usion