Le package tnssets : théorie générale des ensembles et des applications

 ${\rm Code\ source\ disponible\ sur\ https://github.com/typensee-latex/tnssets.git.}$

Version 0.3.0-beta développée et testée sur $\operatorname{Mac}\operatorname{OS}\operatorname{X}$.

Christophe BAL

2020-08-05

Table des matières

I.	. Introduction							
II.	II. Beta-dépendance							
II	I.Pac	kages utilisés	3					
$\mathbf{I} \mathbf{V}$.Ens	embles	3					
	1. 2. 3. 4. 5.	Ensembles versus accolades	3 4 4 4 4					
\mathbf{V}	. Inte	ervalles	6					
	1. 2. 3.	Intervalles réels - Notation française (?)						
\mathbf{V}	I.Uni	ons et intersections en mode ligne	6					
V	IDes	applications très spéciales Fonction identité	7					
	2.	Fonction caractéristique	8					

VIIA.p	ications	8						
1.	Cardinal, image et compagnie	8						
2.	2. Application totale, partielle, injective, surjective et/ou bijective							
3.								
4.	Composition	10						
IX.His	orique	12						
X. To	es les fiches techniques	13						
1.	Ensembles	13						
	i. Ensembles versus accolades	13						
	ii. Ensembles pour la géométrie	13						
	iii. Ensembles probabilistes	13						
	iv. Ensembles pour l'algèbre générale	13						
	v. Ensembles classiques en mathématiques et en informatique théorique	14						
	vi. Ensembles classiques en mathématiques et en informatique théorique	14						
2.	Intervalles	14						
	i. Intervalles réels - Notation française (?)	14						
	ii. Intervalles réels – Notation américaine	15						
	iii. Intervalles discrets d'entiers	15						
3.	Unions et intersections en mode ligne	16						
4.	Des applications très spéciales	16						
	i. Fonction identité	16						
	ii. Fonction caractéristique	16						
5.	Applications	16						
	i. Cardinal, image et compagnie	16						
	ii. Application totale, partielle, injective, surjective et/ou bijective	17						
	iii. Définition explicite d'une fonction	17						
	iv. Composition	17						

I. Introduction

Le package tnssets propose des macros utiles pour la rédaction de texte sur la théorie basique et générale des ensembles et des applications via un codage sémantique simple.

II. Beta-dépendance

tnscom qui est disponible sur https://github.com/typensee-latex/tnscom.git est un package utilisé en coulisse.

III. Packages utilisés

La roue ayant déjà été inventée, le package tnssets réutilise les packages suivants sans aucun scrupule.

- amssymb
- mathrsfs
- stackengine
- yhmath

- dsfontforloop
- ullet mathtools
- relsize
- stmaryrdxstring

Ensembles

1. Ensembles versus accolades

Exemple 1

IV.

```
$\setgene{1; 3; 5}$. {1; 3; 5}.
```

Exemple 2

Dans l'exemple suivant on utilise l'option sb pour s-mall b-races soit « petites accolades » en anglais.

2. Ensembles pour la géométrie

Exemple 1

```
$\setgeo{C}$ ,
$\setgeo{D}$ ou
$\setgeo{d}$
```

Remarque. Pour le moment, il n'est pas possible de taper \$\setgeo{ABC}\$ avec plusieurs lettres.

Exemple 2 – Avec des indices

3. Ensembles probabilistes

Exemple 1

<pre>\$\setproba{E}\$ ou \$\setproba{G}\$</pre>	${\mathcal E}$ ou ${\mathcal G}$
---	----------------------------------

Remarque. Pour le moment, il n'est pas possible de taper \$\setproba{ABC}\$ avec plusieurs lettres.

Exemple 2 – Avec des indices

<pre>\$\setproba*{E}{1}\$ ou \$\setproba*{E}{2}\$</pre>	\mathcal{E}_1 ou \mathcal{E}_2
---	------------------------------------

4. Ensembles pour l'algèbre générale

Exemple 1

<pre>\$\setalge{A}\$, \$\setalge{K}\$, \$\setalge{h}\$ ou \$\setalge{k}\$</pre>	\mathbb{A} , \mathbb{K} , \mathbb{h} ou \mathbb{k}
---	--

Remarque. Pour le moment, il n'est pas possible de taper \$\setalge{ABC}\$ avec plusieurs lettres.

Exemple 2 – Avec des indices

\$\setalge*{k}{1}\$ ou \$\setalge*{k}{2}\$	${ m k}_1$ ou ${ m k}_2$
--	--------------------------

5. Ensembles classiques en mathématiques et en informatique théorique

i. La liste complète

Dans l'exemple suivant, \mathbb{P} désigne l'ensemble des nombres premiers, \mathbb{H} celui des quaternions, \mathbb{O} celui des octonions et \mathbb{F} un ensemble de nombres flottants (notation à préciser suivant le contexte).

```
$\nullset$

$\NN$ , $\ZZ$ , $\PP$

\text{N} \text{N} \text{Z} \text{N} \text{P} \text{N} \text{Z} \text{P} \text{D} \text{Q} \text{RR$ , $\CC$} \text{D} \text{Q} \text{R} \text{C} \text{H} \text{O} \text{FF$}
```

ii. Ensembles classiques suffixés

L'ensemble \mathbb{R} nous permet de voir tous les cas possibles.

```
\ , $\RRp$ , $\RRp$ , $\RRs$ 
 $\RRsn$ , $\RRsp$
```

Nous avons utilisé les suffixes n pour n-égatif, p pour p-ositif et s pour s-tar soit « étoile » en anglais. Il y a aussi les suffixes composites sn et sp.

Notez qu'il est interdit d'utiliser \C pour \mathbb{C}_- car l'ensemble \mathbb{C} ne possède pas de structure ordonnée standard. Jetez un oeil à la section suivante pour apprendre à taper \mathbb{C}_- si vous en avez besoin. L'interdiction est ici purement sémantique!

Remarque. La table 1 de la présente page montre les associations autorisées entre ensembles classiques et suffixes.

n р S sn sp \NN \times \PP \ZZ \DD \times \times \times \QQ \RR \CC /HH X /00 \FF

Table 1 – Suffixes

iii. Des suffixes à la carte

Dans l'exemple suivant, il faut savoir que le 2^e argument ne peut prendre que les valeurs n, p, s, sn ou sp.

```
 $\setspecial{\CC}_n$ , $ \setspecial{\HH}_{sp}$ ou $ C_-, \mathbb{H}_+^* ou \mathcal{P}_{\leq 0} $ \setspecial*{\setproba}_{P}_{n}$
```

V. Intervalles

1. Intervalles réels - Notation française (?)

Exemple 1

Dans cet exemple, la syntaxe fait référence à 0-pened et C-losed pour « ouvert et fermé » en anglais. Nous verrons que CC et 00 sont contractés en C et 0. Notez au passage que la macro utilisée résout un problème d'espacement vis à vis du signe = .

$$I = a; b = \int \int a \cdot b = \int I = a \cdot b =$$

Exemple 2

Les crochets s'étendent verticalement automatiquement. Pour empêcher cela, il suffit d'utiliser la version étoilée de la macro. Dans ce cas, les crochets restent tout de même un peu plus grands que des crochets utilisés directement. Voici un exemple.

2. Intervalles réels – Notation américaine

Dans l'exemple suivant la syntaxe fait référence à P-arenthèse. Cette notation est utilisée aux États Unis.

3. Intervalles discrets d'entiers

Dans l'exemple suivant la syntaxe fait référence à Z l'ensemble des entiers relatifs.

VI. Unions et intersections en mode ligne

L^ATEX permet d'afficher sans souci $\bigcup_{k=1}^n$ mais ne propose pas $\bigcup_{k=1}^n$. Les macros \dcap, \dcup et \dsqcup donnent accès à ce type de fonctionnalité pour \cap , \cup et \sqcup respectivement. Voici des exemples d'utilisation.

Exemple 1 – Les symboles « seuls »

```
$A \dcap B = C \cap D$ A \cap B = C \cap D A \cup B = C \cup D
```

Exemple 2 – Des intersections indicées

Ci-dessous est utilisée la macro \bigcap proposée par le package amssymb.

Exemple 3 – Des unions indicées

Ci-dessous est utilisée la macro \bigcup proposée par le package amssymb.

Exemple 4 – Des unions disjointes indicées

Ci-dessous sont utilisées les macros \sqcup et \bigsqcup proposée par le package amssymb.

VII. Des applications très spéciales

1. Fonction identité

```
\alpha \ vérifie par définition \beta \ IdA vérifie par définition \forall x \in A, \ Id(x) = x.
```

2. Fonction caractéristique

Exemple 1 – Version très utilisée

Exemple 2 – Version alternative

<pre>\$\caractone_A = \caract_A\$</pre>	$\mathbb{1}_A = \chi_A$
	11 /011

VIII. Applications

1. Cardinal, image et compagnie

Exemple 1 - Cardinal

<pre>\$\card* E = \card E\$</pre>	$\#E = \operatorname{card} E$
	I .

Exemple 2 – Image et compagnie

Ci-dessous se trouve la macro \ker proposée par amsmath qui est importé par tnssets.

```
\ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \ , \
```

2. Application totale, partielle, injective, surjective et/ou bijective

Voici des symboles qui, bien que très techniques, facilitent la rédaction de documents à propos des applications totales ou partielles ¹ (on parle aussi d'applications, sans qualificatif, et de fonctions).

^{1.} $a: E \to F$ est une application totale si $\forall x \in E, \exists ! y \in F$ tel que y = a(x). Plus généralement, $f: E \to F$ est une application partielle si $\forall x \in E, \exists_{\leq 1} y \in F$ tel que y = f(x), autrement dit soit f(x) existe dans F, soit f n'est pas définie en x.

Exemple 1 – Applications totales

```
$f: A \to B$ est une application totale, c'est à dire définie sur $A$ tout entier.

$i: C \onetoone D$ est une application totale injective.

$s: E \onto F$ est une application totale surjective.

$b: G \biject H$ est une application totale bijective.

f: A \to B \text{ est une application totale, c'est à dire définie sur } A \text{ tout entier.}
i: C \rightarrowtail D \text{ est une application totale injective.}
s: E \twoheadrightarrow F \text{ est une application totale surjective.}
b: G \rightarrowtail H \text{ est une application totale bijective.}
```

Exemple 2 – Applications partielles

```
$f: A \pto B$ est une application partielle, c'est à dire définie sur
un sous-ensemble de $A$.

$i: C \ponetoone D$ est une application partielle injective.

$s: E \ponto F$ est une application partielle surjective.

$b: G \pbiject H$ est une application partielle bijective.

$f: A → B est une application partielle, c'est à dire définie sur un sous-ensemble de A.
$i: C → D est une application partielle injective.

$s: E → F est une application partielle surjective.

$b: G → H est une application partielle bijective.
```

3. Définition explicite d'une fonction

Exemple 1 – Écriture par défaut



Remarque. Même si cela est peu utile, vous pouvez utiliser la mise en forme dans du texte pour obtenir $f: \begin{vmatrix} I \to J \\ x \mapsto x^2 \end{vmatrix}$ mais c'est un peu affreux.

Exemple 2 – Écriture alternative

On peut cacher le trait vertical via l'option s pour s-hort soit « court » en anglais.

Exemple 3 – Écriture en ligne

Pour avoir tout sur une ligne, ce qui est l'idéal pour une insertion dans du texte, il suffit d'utiliser l'option h pour h-orizontal.

```
Soit \frac{f}{x}{x^2} Soit f: x \in I \mapsto x^2 \in J ...
```

Exemple 4 – Écriture en ligne incomplète

En mode horizontal, les ensembles peuvent être de valeur vide pour ne pas les indiquer.

Exemple 5 – Écriture textuelle

On peut enfin obtenir une version « textuelle » via la macro \txtfuncdef où txt est pour texte. Cette macro ne s'utilise pas en mode mathématique et elle accepte l'omission des ensembles.

4. Composition

Exemple 1 – Opérateur

La macro \compo est juste une version un peu plus petite de \circ.

```
$f \compo g$ et non  f \circ g \text{ et non } f \circ g
```

Exemple 2 – Compositions successives

La macro \multicompo sert à indiquer la composition d'une application plusieurs fois de suite par elle-même². Voici toutes les mises en forme disponibles où l'option exp nécessite que le nombre d'applications composées soit un naturel non nul connu. Vous noterez que l'écriture par défaut, qui n'est pas standard, n'est pas $f^{(p)}$ car cette notation est traditionnellement utilisée pour indiquer la dérivée pe d'une application.

^{2.} Une telle fonction f doit vérifier im $f \subseteq \text{dom } f$.

Remarque. La convention retenue est analogue à ce que l'on fait avec les puissances de nombres réels. En particulier, $f^{\langle 1 \rangle} = f$ et $f^{\langle 0 \rangle} = \operatorname{Id}_{\operatorname{dom} f}$.

IX. Historique

Nous ne donnons ici qu'un très bref historique récent ³ de tnssets à destination de l'utilisateur principalement. Tous les changements sont disponibles uniquement en anglais dans le dossier change-log : voir le code source de tnssets sur github.

2020-08-05 Nouvelle version mineure 0.3.0-beta.

- **DÉFINITION EXPLICITE D'UNE FONCTION :** intégration de deux macros proposées avant par tnsana disponible sur https://github.com/typensee-latex/tnsana.git.
 - \funcdef peut produire trois versions symboliques.
 - \txtfuncdef produit une version textuelle courte.
- FONCTIONS SPÉCIALES.
 - Ajout de \id pour la fonction identité.
 - Ajout de \caract et \caractone pour deux versions de la fonction caratéristque d'un ensemble.

2020-07-30 Nouvelle version mineure 0.2.0-beta.

- Composition d'applications.
 - \compo est un opérateur de composition de deux applications.
 - \multicomp permet d'indiquer des compositions successives d'une application par elle-même.

2020-07-10 Première version 0.0.0-beta.

^{3.} On ne va pas au-delà de un an depuis la dernière version.

X. Toutes les fiches techniques

1. Ensembles

i. Ensembles versus accolades

\setgene[#opt]{#1}

- Option: la valeur par défaut est b. Voici les différentes valeurs possibles.
 - 1. b : on utilise des accolades extensibles.
 - 2. sb: on utilise des accolades non extensibles.
- Argument: la définition de l'ensemble.
- Argument: la définition de l'ensemble.

ii. Ensembles pour la géométrie

\setgeo{#1}

— Argument: un seul caractère ASCII indiquant un ensemble géométrique.

\setgeo*{#1..#2}

- Argument 1: un seul caractère ASCII indiquant \mathscr{U} dans le nom \mathscr{U}_d d'un ensemble géométrique.
- Argument 2: un texte donnant d dans le nom \mathcal{U}_d d'un ensemble géométrique.

iii. Ensembles probabilistes

\setproba{#1}

— Argument: un seul caractère ASCII majuscule indiquant un ensemble probabiliste.

\setproba*{#1..#2}

- Argument 1: un seul caractère ASCII majuscule indiquant \mathcal{U} dans le nom \mathcal{U}_d d'un ensemble probabiliste.
- Argument 2: un texte donnant d dans le nom \mathcal{U}_d d'un ensemble probabiliste.

iv. Ensembles pour l'algèbre générale

\setalge{#1}

— Argument: soit l'une des lettres h et k, soit un seul caractère ASCII majuscule indiquant un ensemble de type anneau ou corps.

\setalge*{#1..#2}

- Argument 1: un seul caractère ASCII indiquant \mathbb{U} dans le nom \mathbb{U}_d d'un ensemble de type anneau ou corps.
- Argument 2: un texte donnant d dans le nom \mathbb{U}_d d'un ensemble de type anneau ou corps.

Ensembles classiques en mathématiques et en informatique théorique

Ensembles classiques suffixés

\NN	\NNs						
\PP							
\ZZ	\ZZn	\ZZp	\ZZs	\ZZsn	\ZZsp		
\DD	\DDn	\DDp	\DDs	\DDsn	\DDsp		
\QQ	\QQn	\QQp	\QQs	\QQsn	\QQsp		
\RR	\RRn	\RRp	\RRs	\RRsn	\RRsp		
\CC	\CCs						
\HH	\HHs						
\00	\00s						

Ensembles classiques en mathématiques et en informatique théorique

Des suffixes à la carte

```
\setspecial {#1..#2}
\setspecial*{#1..#2}
```

- Argument 1: l'ensemble à "suffixer".
- Argument 2: l'un des suffixes n, p, s, sn ou sp.

2. Intervalles

Intervalles réels - Notation française (?)

Pour toutes les macros ci-dessous, la version non étoilée produit des délimiteurs qui s'étirent si besoin verticalement, tandis que la version étoilée ne le fait pas.

```
\intervalCO {#1..#2}
\intervalC0*{#1..#2}
— Argument 1: borne inférieure a de l'intervalle [a;b].
```

- Argument 2: borne supérieure b de l'intervalle [a;b].

```
\intervalC {#1..#2}
\intervalC*{#1..#2}

— Argument 1: borne inférieure a de l'intervalle [a; b].

— Argument 2: borne supérieure b de l'intervalle [a; b].

\intervalO {#1..#2}
\intervalO*{#1..#2}

— Argument 1: borne inférieure a de l'intervalle ]a; b[.

— Argument 2: borne supérieure b de l'intervalle ]a; b[.

\intervalOC {#1..#2}
\intervalOC*{#1..#2}

— Argument 1: borne inférieure a de l'intervalle ]a; b].

— Argument 2: borne supérieure b de l'intervalle ]a; b].
```

ii. Intervalles réels – Notation américaine

Pour toutes les macros ci-dessous, la version non étoilée produit des délimiteurs qui s'étirent si besoin verticalement, tandis que la version étoilée ne le fait pas.

```
\intervalCP \{\#1..\#2\}
\intervalCP*\{\#1..\#2\}

— Argument 1: borne inférieure a de l'intervalle [a;b).

— Argument 2: borne supérieure b de l'intervalle [a;b).

\intervalP \{\#1..\#2\}
\intervalP*\{\#1..\#2\}

— Argument 2: borne inférieure a de l'intervalle (a;b).

— Argument 2: borne supérieure b de l'intervalle (a;b).

\intervalPC \{\#1..\#2\}
\intervalPC*\{\#1..\#2\}

— Argument 1: borne inférieure a de l'intervalle (a;b).

— Argument 2: borne supérieure b de l'intervalle (a;b).
```

iii. Intervalles discrets d'entiers

Pour toutes les macros ci-dessous, la version non étoilée produit des délimiteurs qui s'étirent si besoin verticalement, tandis que la version étoilée ne le fait pas.

```
\ZintervalCO {#1..#2}
```

```
\ZintervalCO*{#1..#2}
— Argument 1: borne inférieure a de l'intervalle [a;b].
— Argument 2: borne supérieure b de l'intervalle [a; b].
\ZintervalC {#1..#2}
\ZintervalC*{#1..#2}
— Argument 1: borne inférieure a de l'intervalle [a;b].
— Argument 2: borne supérieure b de l'intervalle [a;b].
\Zinterval0 {#1..#2}
\Zinterval0*{#1..#2}
— Argument 1: borne inférieure a de l'intervalle [a;b[.
— Argument 2: borne supérieure b de l'intervalle a; b.
\ZintervalOC {#1..#2}
\ZintervalOC*{#1..#2}
— Argument 1: borne inférieure a de l'intervalle [a;b].
— Argument 2: borne supérieure b de l'intervalle [a;b].
3.
     Unions et intersections en mode ligne
\dcap
\dcup
\dsqcup
     Des applications très spéciales
4.
   Fonction identité
\id
ii.
    Fonction caractéristique
\caract
\caractone
5.
     Applications
   Cardinal, image et compagnie
\card
\card*
\dom
\codom
```

\im

ii.	Application	totale,	partielle,	injective,	surjective et	/ou	bijective
-----	-------------	---------	------------	------------	---------------	-----	-----------

\to	\pto
\onetoone	\ponetoone
\onto	\ponto
\biject	\pbiject

iii. Définition explicite d'une fonction

\funcdef [#opt] {#1..#5}

- Option: la valeur par défaut u.
 - 1. u : écriture empilée avec un trait vertical.
 - 2. s : écriture empilée sans trait vertical.
 - 3. h : écriture horizontale en ligne.
- Argument 1: la fonction.
- Argument 2: la variable.
- Argument 3: la formule explicite de définition.
- Argument 4: l'ensemble de départ. Cet argument peut être vide si le mode h est activé
- Argument 5: l'ensemble d'arrivée.

\txtfuncdef{#1..#5}

— Arguments 1..5: voir les explications données ci-dessus pour la macro \funcdef.

iv. Composition

 \compo = compo-sition

\multicompo [#opt] {#1..#2}

- Option: la valeur par défaut est r. Voici les différentes valeurs possibles.
 - 1. r : écriture utilisant des chevrons.

r = r-after.

2. exp : écriture développée.

exp = exp-and.

- 3. dot : écriture faussement développée utilisant des points de suspension.
- Argument 1: l'application.
- Argument 2: le nombre d'applications composées.