作业3

2017022321 林宣耿

Problem 1.

(A). 设泵长度为 p. 构造 $s\in\{a^m b^n c^n : m,n\geq 1\}$, 令 $s=a^q b^p c^p$. 且 $q<p$.
因切割区间 $|xy|\leq p$. 故 x 和 y 的切割点在 $a^q b^p$ 中.
若对 s 进行多次 y^i 扩展, 则有可能 $a^q b^{p+i} c^p$ 的情况出现.
该串不属于 $\{a^m b^n c^n, m,n\geq 1\}$. 故(A)是非正则的.

(B). 该语言是正则的.

(C) 当 $n=0$ 时. 语言仅包含 a^*, 是正则的.

Problem 2.

(A) 考虑 $F'=F\cap ab^*c^*$. 若 F 是正则, 则因 $\cap$ 操作是封闭的. 故 F' 也应该是封闭的. 现用泵定理证明 F' 不是正则的.
设泵长度 $p>1$. 构造 $s=ab^pc^p$, 因 $|xy|\leq p$. 故存在这样一种划分. 使得 y, z 的分割点处于 b^p 中间, 实际上位于 b^{p-1} 位置. 对 y^i, 则有 $ab^{p+i}c^p\notin F'$. 故可证, F 不是正则的.

(B). 若直接对 F 用泵定理, 可分以下情形.

1). 若 $i=0$. $j=j$. $k=k$. 则有 $w=b^jc^k$. 令划分 $x=\varepsilon$. $y=b$.
则 $|xy|\leq 2$. 扩展 y. 有 $xy^nz=b^{j-1+n}c^k$, 仍属于 F. 且满足泵引理中的所有条件.

2). 令 $w=a^kb^ic^j$, $k\geq 1$ 且 $k\neq 2$. $x\neq\varepsilon$. $y=a$. $z=a^{k-1}b^ic^j$.
故 $|xy|\leq 2$ 满足条件. 扩展 y. 有 $xy^nz=a^{k-1+n}b^ic^j$.
这样. xy^nz 仍属于 F.

3) 令 $w=aab^ic^j$, 令 $x=\varepsilon$. $y=aa$. $z=b^ic^j$. 故 $|xy|\leq 2$ 仍成立.
扩展 y. 有 $xy^nz=(aa)^nb^ic^j$. 仍属 F.

综上. 直接对 F 使用泵引理. 会被误认为 F 为正则语言.