乌鸦喝水

ContestHunter Beta Round #9

[320]

杂题选讲
Stilwell
Problem A
Problem B
Problem C
Problem D
Problem E
Problem F
Problem G
Problem H
Problem I
Problem J
Problem K

题目描述

- 给一个长度为n的数组$\{w_i\}$，从左往右遍历m次。
- 遍历时，若看到$w_i \le x$，则进行一次"操作"，每次"操作"会将所有w_i修改为$w_i + a_i$，其中$\{a_i\}$是另一个长度为n的数组。
- 问最后总共进行了多少次"操作"。

数据范围

$n, m \le 10^5$，$x, w_i \le 10^9$，$a_i \le 200$。 不需要 a_i 的性质

$a_i > 0$

长度为n 数组 w　　x 给定值

a_i:　1　1　1　1　1　　$x = 3$

$(n=5)$　　$m=2$

w:　0　1　2　3　4

3次操作

$i=1$:　1　2　3　4　5

$i=2$:　2　3　4　5　6

$i=1$:　3　4　5　6　7

排序 "每个位置可以承受的操作数量"

目的：知道哪个位置先坏掉

$O(n+m) \times O(\log n)$

模拟整个过程 { 现在走到 u 轮 / 遍历到了 v 这个位置

Case #1：这一轮中，从 $v \to n$ 没有新位置坏掉

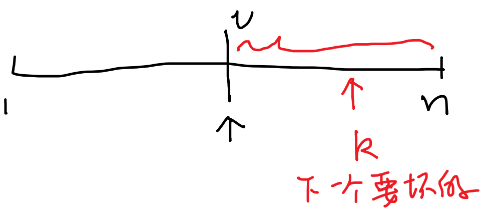
$(u \le m)$　$u \leftarrow u+1$

$O(n+m)$次

Case #2：遍历到 n 之前，有新位置坏了

$\le n$　总共只有 n 个位置

BIT / 线段树



Heaps from Trees

XVII Open Cup named after E.V. Pankratiev. Grand Prix of America - D

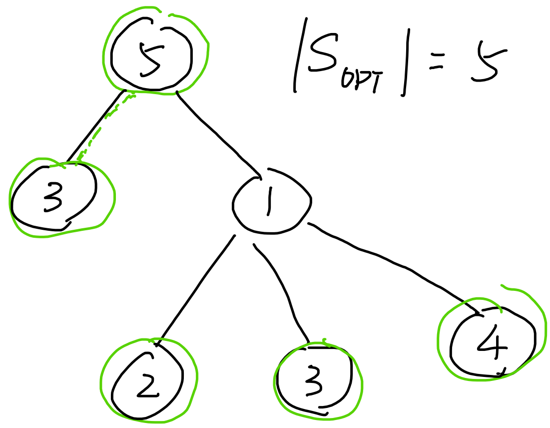
杂题选讲
Stilwell
Problem A
Problem B
Problem C
Problem D
Problem E
Problem F
Problem G
Problem H
Problem I
Problem J
Problem K

题目描述

- 给一棵n个点的有根树，节点标号$1 \sim n$，其中1号点为根，每个点有一个权值v_i。
- 选出一个最大的点集S，满足对于任何$i, j \in S$，若i在树上是j的祖先，那么$v_i > v_j$。（不一定要连通）
- 求最大可选的点集大小$|S_{OPT}|$。

数据范围

$1 \le n \le 2 \times 10^5$，$0 \le v_i \le 10^9$。



$|S_{OPT}| = 5$

① 不妨先离散化　　V_i只关心相对大小

$|V_i| \le n$

② Tree DP　$O(n^2)$　设 $f[i][j]$ 表示 { i号子树 / 所有选了的点权值 $< j$

{ 所有选了的点权值 $\le j$

Case #1: $i \in S$

v_i 是一个关键的点

$$f[i][v_i] = 1 + \sum_{son} f[son][v_i - 1]$$

Case #2: $i \notin S$

直接相加

$\forall j$, $$f[i][j] = \sum_{son} f[son][j]$$

如果不差分

线段树合并

"加标记"

③ 考虑用数据结构优化

线段树合并

使用差分来维护 f

$$g[i][j] = f[i][j] - f[i][j-1]$$

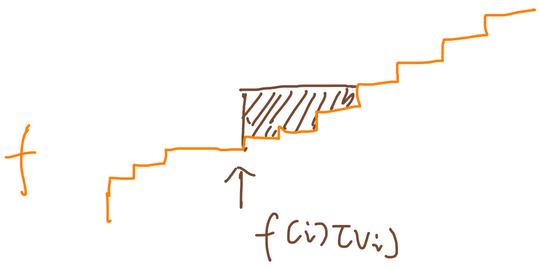
Case #2: 把所有的 g 都加起来

Case #1: 修改若干个位置 { v_i 这个位置
v_i 后面的非零位

g: 0 0 +1 +1 0 +2 0 0 0 +1 +2 ...

抹除

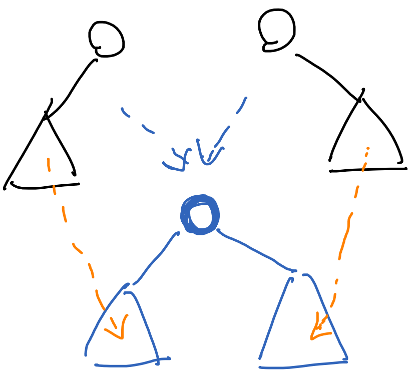
+2 0 0 0 +1 ...



线段树合并

① 用类似可持久化的技巧来存这棵树
(用指针存)

② 暴力合并 , 当两边都有点的时候



均摊
$O(n \log n)$

每次暴力合并两点时
"总点数" 都会减一

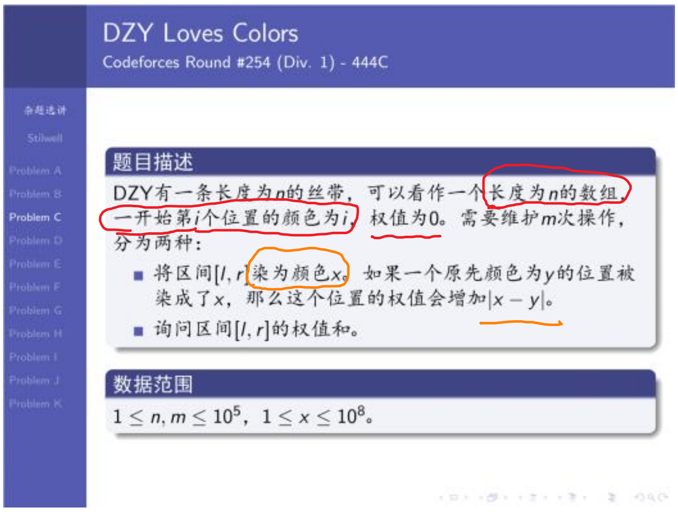
Case#2：只有合并操作 (均摊) → $O(\log n)$

$O(n\log n)$

Case#1：存在拆除 $O(\log n)$

多加一个点 → v_i　$O(\log n)$

平衡树启发式合并 $O(n\log^2 n)$



两个值：(1) 颜色
(2) 权值

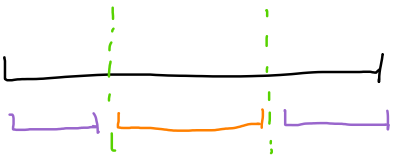
主要难点：增加的权值与老颜色相关

均摊　不同颜色的段数　$\Phi = |平衡树|$

平衡树 → 每段"同色区间"建一个点　$\Phi_0 = n$

一次操作：染成 y　　暴力合并中间的部分

特殊情况：



(1) 每暴力删掉一段 $\Phi = \Phi - 1$

(2) 合并完之后 $\Phi = \Phi + 1$

每次 Φ 增加的量都是 $O(1)$ 的 (均摊)

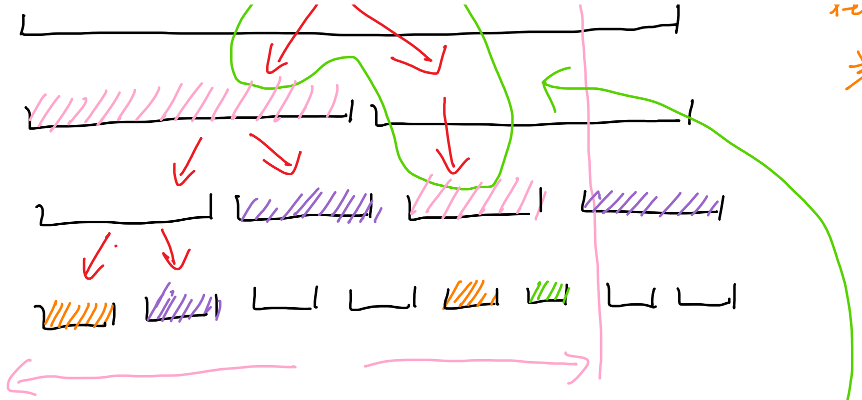
$O((m+n)\log n)$

也可以用线段树维护

若是
在线段树上
暴力覆盖的话

暴力覆盖的复杂度

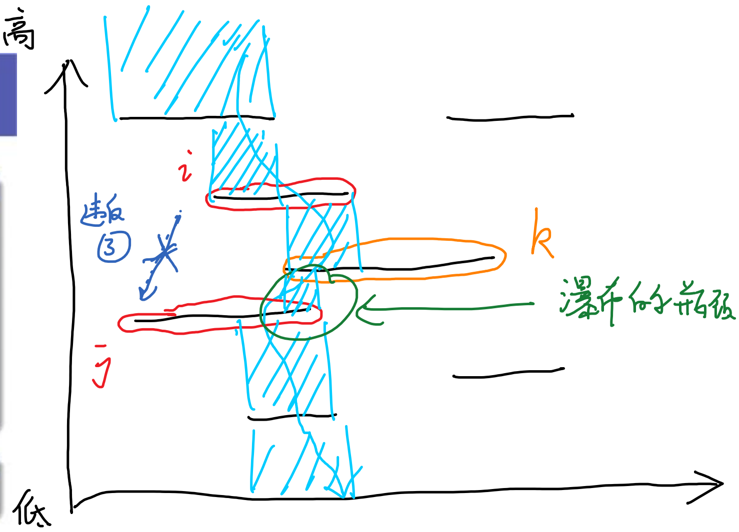
暴力递归有颜色的线段



均摊在哪里？ ϕ = 线段树中的染色线段数量

什么时候染色点会增加？ $O(\log n)$

$O(n\log n)$



Maximum Waterfall

Codeforces Round #165 (Div. 1) - 269D

杂题选讲

Stilwell

Problem A
Problem B
Problem C
Problem D
Problem E
Problem F
Problem G
Problem H
Problem I
Problem J
Problem K

题目描述

在一个二维坐标系上有n条平行于x轴的线段$(l_i, y_i)-(r_i, y_i)$，保证它们不相交。最上方和最下方各有一条无限长的线段。
一条线段i可以走到另一条线段j需要满足三个条件：

1. 它们在x上有交，即$\max(l_i, l_j) < \min(r_i, r_j)$；
2. 线段i在线段j上方，即$y_i > y_j$；
3. 不存在第三条线段k对i, j都满足前两条性质。

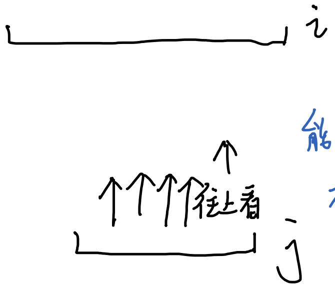
从线段i走到线段j的权值定义为$\min(r_i, r_j) - \max(l_i, l_j)$。找一条从最上方到最下方的路径，使得经过的最小权值最大。

数据范围

$1 \le n \le 10^5$，$|l_i|, |r_i|, |y_i| \le 10^9$。

是不是能建个图？ 图上的边会不会很少？ $O(n)$ 边数

“能从 i 流到 j” 的必要条件



能看到 i

不被别的挡住

维护“同色线段”

从高往低覆盖处理

边数 $O(n)$

检查它们真实交上的区间 ③

是不是纯色的？

建图的复杂度 $O(n\log n)$

Gangsters of Treeland

Codechef NOV 13 MONOPLOY

SDOI 2017

想要暴力！ 暴力为什么有保证？

Gangsters of Treeland
Codechef NOV 13 MONOPLOY

SDOI 2017

杂题选讲 · Stilwell · Problem A · Problem B · Problem C · Problem D · Problem E · Problem F · Problem G · Problem H · Problem I · Problem J · Problem K

题目描述

给出一棵N个点的有根树，根为1。每个点有一个权值，一开始每个点的权值都是不同的。
需要维护Q次操作，操作有两种：

- $O\ u$，将点u到根路径上的所有点的权值赋为一个没有出现过的新权值。
- $q\ u$，询问点u子树所有点到根路径上不同权值种数的平均值。

数据范围

$1 \le N, Q \le 10^5$。

想要暴力！ 暴力为什么有保证？

LCT 的 access 操作

$O((n+Q)\log n)$

接水问题
BZOJ NOI2016 模拟赛

杂题选讲 · Stilwell · Problem A · Problem B · Problem C · Problem D · Problem E · Problem F · Problem G · Problem H · Problem I · Problem J · Problem K

A_i 降序

题目描述

求解以下经典问题的前k优解：

- 给出N个数A_i。
- 求一个$1 \sim N$的排列P，最小化$\sum_{i=1}^{N} A_i P_i$。

数据范围

$N, k \le 10^5$，$k \le N!$，$0 \le A_i \le 10^8$。

$O((N+k)\log N)$

前k优解 通用解决方案

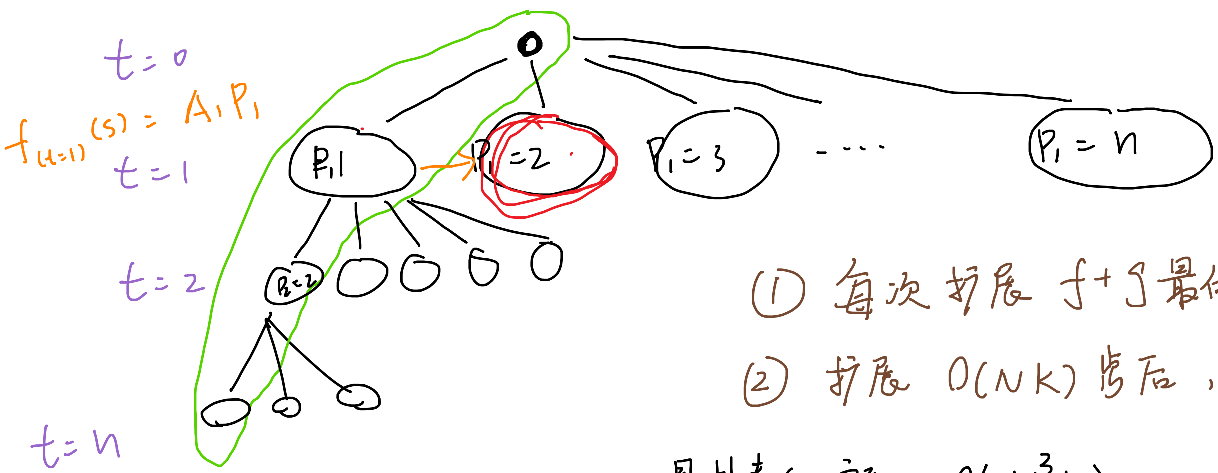
—— A^* 类似物

$A^* \to f(s) + g(s)$

当前价值　　估计价值

S: state 状态 —— 排列 P 决定了前 t 项

一开始的状态： ~~$f(s)=0$~~ + $g(s)=$ 贪心 把剩下的P排序升序



① 每次扩展 f+g 最优的点

② 扩展 $O(NK)$ 步后，有前k优解了

最朴素的实现 $O(N^3K)$

1. P的初值是一个 $1 \to N$ 的排列　　　t是已固定位数

2. 扩展方法　　选一个二元组 (u, v)　　$u-v>t$　　$v \ge 1$

将 P_{u-v} 修改为 P_u，剩下的对应右移

将 t 设成 $u-v$

P 1 2 3 4 5 ...... n

1 2 3 7 4 5 6 8 10 9 11

① 每个状态都会是不同的解，扩展 $k-1$ 步之后，就能得到前 k 优

② $g^+(u,v)$ 估价函数在执行 (u,v) 之后增加的量

$$g^+(u,v) \le g^+(u, v+1)$$

如果在这个地方选择开始写暴力 $O(NK)$

使用数据结构维护 可持久化线段树

① 还有哪些 P 的值没有被用过 (A)

② v 的情况 (每个 u 的 v 现在是多少)

③ $g^+(u,v)$ 的值

④ 扩展了新节点之后，g^+ 数组的初始化

$O((n+k)\log n)$

秘密武器

ContestHunter Round #15

杂题选讲

Stilwell

Problem A
Problem B
Problem C
Problem D
Problem E
Problem F
Problem G
Problem H
Problem I
Problem J
Problem K

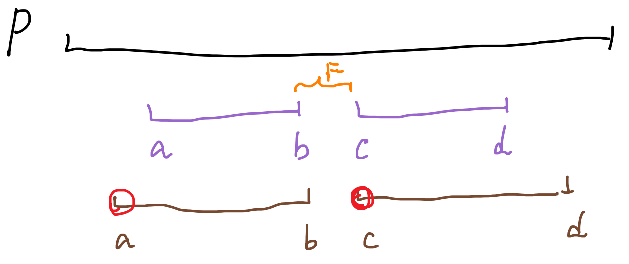
题目描述

给定一个长度为n的数列P，求有多少对不同的正整数四元组(a,b,c,d)，满足下列条件：

- $1 \le a \le b < c \le d \le n$ 开序
- $b - a = d - c$
- $c - b - 1 = F$其中F为某个给定的正整数$(F > 0)$
- $\forall 0 \le i \le b - a$满足$P_{a+i} = P_{c+i}$

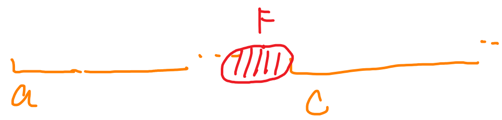
数据范围

$n, F \le 10^5$，$|P_i| \le 10^9$。



$P[a \cdots b] = P[c \cdots d]$

LCP



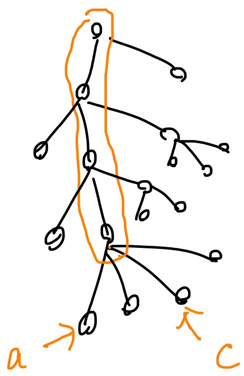
$a + LCP + F \ge c$

启发式合并

SAM 后缀树

$O(n \log n)$

$O(n \log^2 n)$



秘密武器

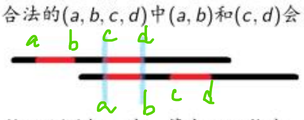
ContestHunter Round #15

杂题选讲

Stilwell

Problem A
Problem B
Problem C
Problem D
Problem E
Problem F
Problem G
Problem H
Problem I
Problem J
Problem K

枚举$b - a + 1$的值，设为len。
当len固定时，把串右移$len + F$位。
合法的(a,b,c,d)中(a,b)和(c,d)会匹配上。



所以$O(n)$扫一遍，算出匹配长度，就可以得出固定len下的合法四元组数量。
由于有$2len + F \le n$的限制，所以可以通过$n \le 10^4$的数据。

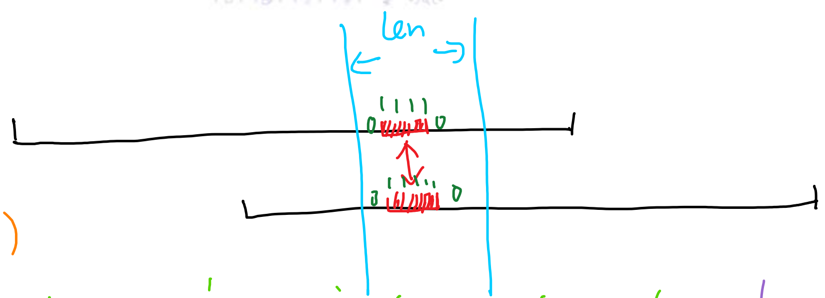
考虑暴力

for $len = 1 \cdots n$

1 配上了

0 没配上

连续的 1 $\ge len$



LCS LCP

LCS/LCP 二分 + Hash $O(\log n)$

后缀数组 + ST表 $O(1)$

$O(n \log n)$

调和级数

$$\sum_{len=1}^{n} \left\lfloor \frac{n-k-len}{len} \right\rfloor \le \sum_{len=1}^{len} \frac{n}{len} = n\left(\sum_{len=1}^{n} \frac{1}{len}\right)$$

$O(n \log n)$

$= O(n \ln n)$

Reverse Suffix Array

2017-2018 ACM/ICPC Asia Regional Beijing Online B

杂题选讲

Stilwell

Problem A
Problem B
Problem C
Problem D
Problem E
Problem F
Problem G
Problem H
Problem I
Problem J
Problem K

26 $O(26^n)$ ×

题目描述

给出一个后缀数组A，求有多少小写字符组成的字符串的后缀数组为A。

数据范围

$|A| \le 10^5$，不取模

高精度 （长度？）

CTSC2016 某个题的 40分暴力

Reverse Suffix Array

2017-2018 ACM/ICPC Asia Regional Beijing Online B

杂题选讲

Stilwell

Problem A
Problem B
Problem C
Problem D
Problem E
Problem F
Problem G
Problem H
Problem I
Problem J
Problem K

$\le \binom{n+25}{25}$ $O(25 \log n)$

排序后后缀的首字母单调上升，考虑计算在哪些位置上升了。

求出$rank$数组$rank[A_i] = i$，设$u = A_i, v = A_{i+1}$

- 若$rank[u+1] > rank[v+1]$，u的字符必小于v。
- 其他情况u和v的字符可以相等。

用组合数分配剩下的上升次数。

时间复杂度$O(|A|)$

$S_u \stackrel{?}{=} S_v$

$S_u + S[u+1 \cdots n]$

$S_v + S[v+1 \cdots n]$