

Timo Kötzing, Tyron Franzke

Sommer 2024

Knobelaufgaben Tag 7

Eine Übersicht über unsere Themen findest du hier:

https://hpi.de/friedrich/docs/scripts/24_Vorkurs/index.html

Es lohnt sich, diese Seite beim Bearbeiten der Aufgaben offen zu haben. Für unsere Freunde das analogen Aufgabenblattes gibt es am Ende noch einen QR-Code.

Prolog

Heute schippern wir durch ruhigeres, bekanntes Gewässer: Differentialrechnung! Ableiten, Extremstellen – in diesen Meeren gibt es alles, was das salzige Herz eines Mathematikers begehrt. Also, alle Mann an Deck, hisst die Segel!

Aufgabe 1: Funktionen ableiten - 1

Berechne die Ableitung der gegebenen Funktion.

(1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 2x^2 + 4x^3 + x - 3$

(2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 2\sqrt{x}$

(3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, y \mapsto 2y^2 + 3$

Aufgabe 2: Term berechnen - 1

Berechne den gegebenen Term.

(1) $\frac{d}{dx}x^2 \cdot y$

(2) $\frac{d}{dy}x^2 \cdot y$

(3) $\frac{d}{dz}x^2 \cdot y$

(4) $\frac{d}{dx}\exp(y) + x^2 + y$

Aufgabe 3: Extremstellen bestimmen - 1

Bestimme alle Extremstellen der gegebenen Funktion.

- (1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 2x + 3$
- (2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2 + 1$
- (3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto e^x + e^{-x}$

Aufgabe 4: Term berechnen - 2

Berechne den gegebenen Term. Hinweis: $\exp(x) = e^x$

- (1) $\frac{d}{d\sigma} x \cdot e^{(\sigma^2)}$
- (2) $\frac{d}{da} abc$
- (3) $\frac{d}{dx} \frac{d}{dy} \exp(y) + x^2 + yx$

Aufgabe 5: Funktionen ableiten - 2

Berechne die Ableitung der hier gegebenen Funktion.

- (1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt[3]{x} + 1$
- (2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, y \mapsto e^{\sqrt{2x+3}}$
- (3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \ln(1 + x^2)$

Aufgabe 6

Du möchtest in einer Gensequenz mit n Basenpaaren genau ein konkretes Verändern, um eine Krankheit zu heilen; alle anderen sollen intakt bleiben. Dies kannst du jetzt erreichen, indem du die Zellen bestrahlst; durch geschicktes Dosieren der Strahlung kannst du jeden beliebigen Parameter p erzielen, welcher die Wahrscheinlichkeit angibt, mit der unabhängig jedes der Basenpaare verändert wird.

Sollte nicht genau nur das eine Zielbasenpaar verändert werden, repariert der Körper die Veränderung und alles bleibt beim Alten. Sollte genau das eine Zielbasenpaar verändert werden, ist die Krankheit geheilt.

Wie sollte p eingestellt werden, um die Chance auf Heilung zu maximieren?

Aufgabe 7: Extremstellen bestimmen - 2

Bestimme alle Extremstellen der hier gegebenen Funktion.

(1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto -2x^3 - 12x^2 + 30x + 12$

(2) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{2x}{1+x^2}$

(3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto e^x - 1 - x$

Aufgabe 8: Term berechnen - 3

Berechne den hier gegebenen Term.

(1) $\frac{d}{d\sigma} \frac{d}{d\sigma} x \cdot e^{(\sigma^2)}$

(2) $\frac{d}{db} \left(\frac{d}{da} abc \right)$

(3) $\frac{d}{dx_1} \prod_{i=1}^n x_i$

(4) $\frac{d}{dx_1} \sum_{i=1}^n (n-i) \cdot x_i$

Aufgabe 9

Zeige, dass für alle $y \in \mathbb{R}$ gilt, dass $\frac{2y}{1+y^2}$ ein Wert in $[-1, 1]$ ist.

Rätselzeit

Geschafft! Frage deine Tutorin oder deinen Tutor, ob er dir ein Rätsel auftischen kann.



Skript - Ableiten