

Timo Kötzing, Tyron Franzke

Sommer 2024

Knobelaufgaben Tag 4

Eine Übersicht über unsere Themen findest du hier:

https://hpi.de/friedrich/docs/scripts/24_Vorkurs/index.html

Es lohnt sich, diese Seite beim Bearbeiten der Aufgaben offen zu haben. Für unsere Freunde das analogen Aufgabenblattes gibt es am Ende noch einen QR-Code.

Prolog

Es ist Donnerstag! Fast ein knappes Drittel des Zimmers ist bereits entstaubt. Dies nehmen wir uns heute zum Anlass, ab und zu theatralisch in Erinnerungen an die letzten Tage zu schwelgen. Also: Let's go down memory lane!

Aufgabe 1: Potenzen - 1

Berechne das jeweilige Ergebnis der folgenden Terme.

(1) $0,2^3$

(2) 2^{10}

(3) $(\sqrt{7})^4$

(4) $(\sqrt{x+1})^4 = 9$

Aufgabe 2: Logarithmen - 1

Und jetzt das Gegenstück zu Potenzen: Logarithmen! Berechne jeweils den Wert der folgenden Unbekannten.

(1) $\log_{10}(x) = 2$

(2) $\log_2(x) = 4$

(3) $2\log_2(2x) = 6$

(4) $\log_{25}(x) = 1/2$

(5) $2\log_{16}(x) = 1/2$

Aufgabe 3: Quadratische Gleichungen - 1

Am Dienstag war es, zugegebenermaßen, mit nur einem x etwas langweilig. Aber wisst ihr, was besser ist als eine Unbekannte? Zwei! Bestimme deshalb die Werte der folgenden Unbekannten.

(1) $2x^2 - 8x + 6 = 0$

(2) $2x^2 - 8x + 8 = 0$

Aufgabe 4: Wurzeln mal anders - 1

Wenn wir uns gerade zurückbesinnen, muss ich sagen, dass die Wurzel-aufgaben am Montag ein wenig zu einfach für meinen Geschmack waren. Vereinfache deshalb die folgenden Terme soweit wie möglich.

(1) $\sqrt[3]{a^6}$

(2) $\sqrt[2]{x^3 \cdot y^4}$

Aufgabe 5: Logarithmen - 2

Bestimme den Wert der folgenden Unbekannten.

(1) $2\log_{16}(x) = 1/2$

(2) $\log_5(15x - 10) = \log_5(10x + 35)$

(3) $\log_4(3x + 4) = \log_4(2x + 2)$

(4) $2\log_2(x - 1) = \log_2(3x + 1)$

Aufgabe 6: Doch lieber ins Schwimmbad?

Eine Algenkolonie beginnt sich an Tag 1 auf einem See zu vermehren. Die Fläche des Sees, die von der Alge bedeckt wird, verdoppelt sich jeden Tag. Am Tag 10 ist der komplette See von der Alge bedeckt.

An welchem Tag ist der See zur Hälfte von der Alge bedeckt?

Aufgabe 7: Potenzen - 2

Bestimme den Wert der Unbekannten in den folgenden Termen.

$$(1) \sqrt{x+1}^4 = 9$$

$$(2) 3^{x+1} = 27$$

$$(3) 2^x = 4^{x+2}$$

Aufgabe 8: Quadratische Gleichungen - 2

Löse die folgenden quadratischen Gleichungen.

$$(1) x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(2) x^2 + x = 48 - x$$

$$(3) \frac{2}{\sqrt{x}} = x - 3$$

Aufgabe 9: Logarithmen - 3

Weil ich oft gehört habe, dass einige keine Logarithmen in der Schule hatten: Hier eine extra Portion - mit ganz viel Liebe angerichtet. Ihr müsst schließlich groß und stark werden! Bestimme jeweils den Wert der folgenden Unbekannten.

$$(1) \log_2(3x - 1) + \log_2(x + 5) = 6$$

$$(2) \log_2(2x - 2) + \log_2(x + 1) = \log_4(4x + 4)$$

$$(3) 25 \cdot (\log_{10}(x + 90))^2 - 100 \cdot \log_{10}(x + 90) = -100$$

$$(4) x^{\log_2(x)} + 32x^{-\log_2(x)} = 18$$

Aufgabe 10: Wurzeln mal anders - 2

Bestimme wieder den Wert der folgenden Unbekannten für jeden Wurzelterm.

$$(1) \sqrt[5]{x^{10} \cdot 32}$$

$$(2) \sqrt{\frac{\sqrt{\sqrt[3]{11}}}{\sqrt[3]{\sqrt{11}}}}$$

$$(3) \left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}} \right)^{48}$$

Aufgabe 11: Ein grusliger Term (BONUS)

Oh nein! Ein grusliger Term ist erschienen! Schnell - finde möglichst viele Lösungen für ihn, um ihn zu besiegen! $x^{x+y} = y^{24}$ und $y^{x+y} = x^6$

Rätselzeit

Geschafft! Frage deine Tutorin oder deinen Tutor, ob er für dich ein Rätsel fangen kann. Alternativ gibt es hier wieder ein wundervolles Video von Veritasium:

<https://www.youtube.com/watch?v=cUzklzVXJwo>

How Imaginary Numbers Were Invented



Skript - Potenzen und Logarithmen