# Отчет по лабораторной работе №8 по Мат Моделированию

## 1-2. Содержательная постановка задачи

Разработка математической модели, способной выражать зависимость численности населения Земли в зависимости от времени так, чтобы полученная модель адекватно отражала численность народонаселения Земли в прошлом.
**Задачи:**

1. Зависимость численности народонаселения при условии, что «равновесная» численность популяции линейно изменяется со временем.
2. Зависимость численности народонаселения при условии, что коэффициент пророста населения экспоненциально изменяется со временем.

## 3. Концептуальная постанока задачи

Будем считать, что:

- Существует «равновесная» численность популяции которую может обеспечить окружающая среда т.е. производство продовольствия;
- Скорость изменения численности популяции пропорциональна самой численности, умноженной на величину её отклонения от равновесного значения

## 4. Математическая постановка задачи

Рассмотрим уравнение

$$\frac{dN(t)}{dt} = \alpha(t)(1 - \frac{N(t)}{N_p(t)})N(t),\ \alpha(t) > 0$$

Член $(1 - \frac{N(t)}{N_p(t)})$ обеспичивает механихм "насыщения" численности:
при $N(t) < N_p(t)$ ($N(t) > N_p(t)$) скорость роста положительна (отрицательна)
и стремится к нулю, если $N(t) \to N_p(t)$

Перепишем уравнение и затем проинтегрируем:

$$\frac{dN(t)}{N_p(t) - N(t)} + \frac{dN(t)}{N(t)} = \alpha$$

$$ln(\frac{N(t)}{N_p(t) - N(t)}) = \alpha t + C$$

Пусть $N(t_0) = N_0$, $N_p(t_0) = N_{p0}$, и $\alpha(t_0) = \alpha_0$, тогда $C = ln(\frac{N_0}{N_{p0} - N_0})$

Тогда:

$$N(t) = \frac{N_p(t) N_0 e^{\alpha t}}{N_{p0} - N_0(1 - e^{\alpha t})}$$

В случае, если $\alpha$ экспоненциально зависит от времени, то получаем:

$$N(t) = \frac{N_p(t) N_0 e^{ck(\alpha(t) - \alpha_0)}}{N_p(t) - N_0(1 - e^{ck(\alpha(t) - \alpha_0)})}$$

# 5. Реализация

## 1.2

```
def people2(t,alpha,Np,N0,Np0):
    T=0
    for t_ in t:
        if  Np*N0*np.exp(alpha*t_)/(Np0-N0*(1-np.exp(alpha*t_)))>Np0/2:
            T=t_
            break
    return T

t_max=10000
alpha=np.linspace(0,1,1000)
t=np.linspace(0,t_max,10000)
Np,Np0=5000,5000
N0=15
T=np.zeros(len(alpha))
for i,a in enumerate(alpha):
    T[i]=people2(t,a,Np,N0,Np0)

plt.plot(alpha[1:],T[1:])
plt.xlabel(r'$\alpha$')
plt.ylabel('t')
plt.grid()
```

## 2.1

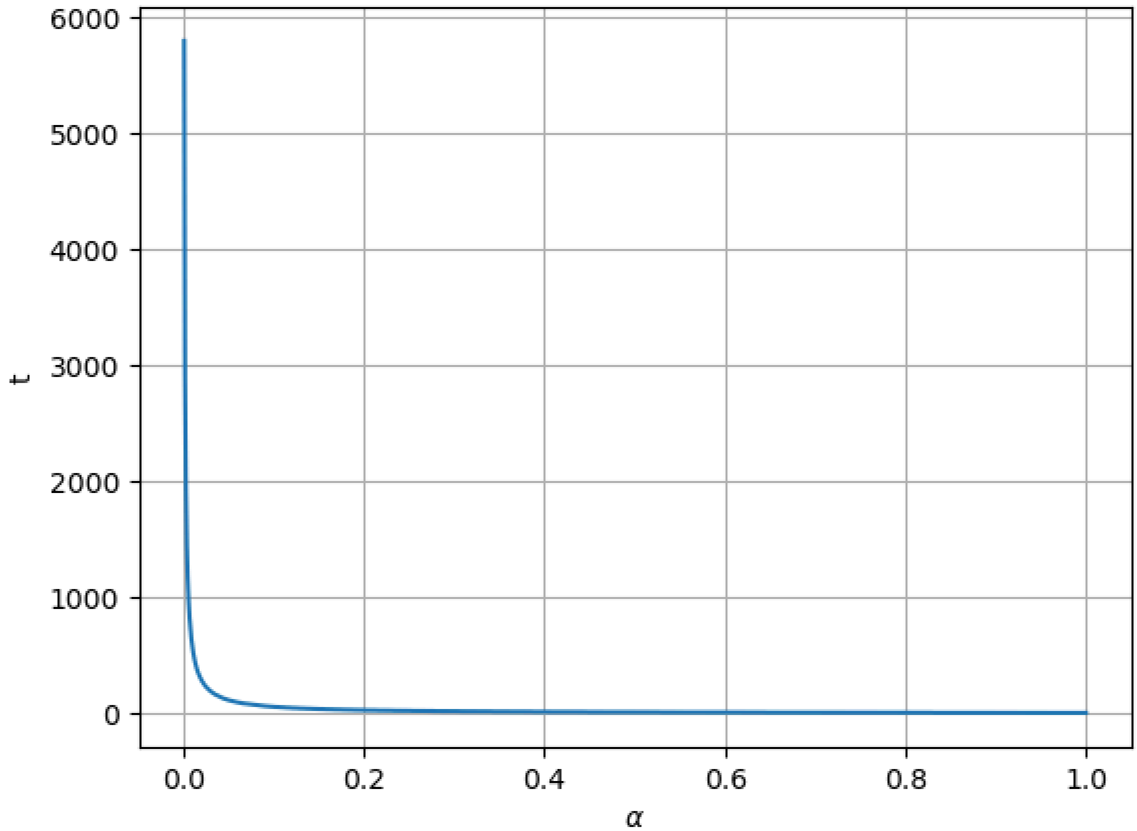
```
def people(t,alpha,Np,N0,Np0):
    return Np*N0*np.exp(alpha*t)/(Np0-N0*(1-np.exp(alpha*t)))

t_max=100
alpha=0.1
N=np.arange(100,10000,700)
t=np.linspace(0,t_max,1000)

Np0=5000
for n in N:
    N0=n
    Np=Np0+t*50
    N_=people(t,alpha,Np,N0,Np0)
    plt.plot(t,N_,label=f'$N_0 = ${N0}')

plt.legend()
plt.xlabel('t,yars')
plt.ylabel('N,people')
plt.grid()
```

## 2.2

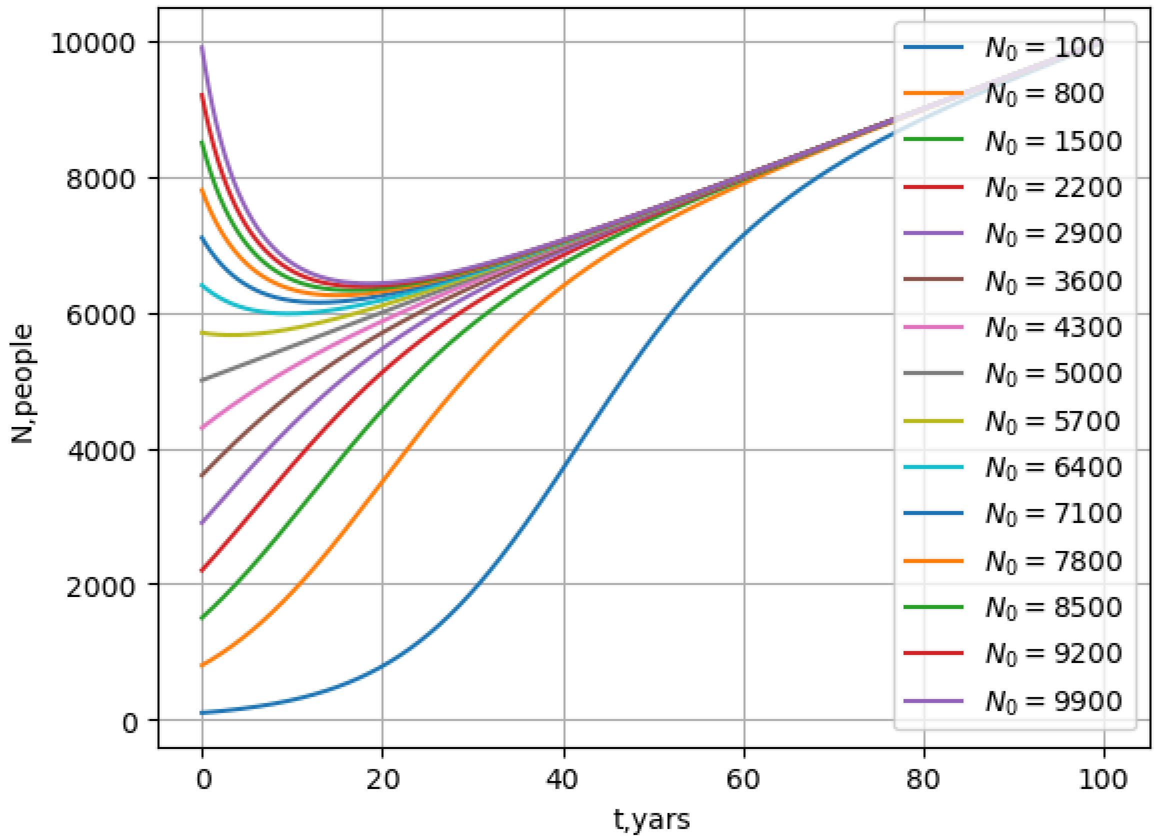
```
t_max=20
alpha_0=0.5
c=0.5
k=2
N=np.arange(100,10000,700)
Np0=5000
t=np.linspace(0,t_max,1000)
for i,n in enumerate(N):
    N0,Np=n,Np0
    alpha=np.exp(c/k*(alpha_0/k*t-alpha_0))
    N_=people(t,alpha,Np,N0,Np0)
    plt.plot(t,N_,label=f'$N_0 = ${N0}')

plt.legend(loc='right')
plt.xlabel('t,yars')
plt.ylabel('N,people')
plt.grid()
```

# 7. Численное иследование модели

## 1.2 График зависимости времени достижения равновесной популяции от $\alpha$



## 2.1 График зависимости численности народонаселения от времени при условии, что $N_p$ линейно зависит от времени



## 2.2 График зависимости численности народонаселения от времени при условии, что $alpha$ экспоненциально зависит от времени