Отчет по лабораторной работе №7 по Мат Моделированию

1-2. Содержательная постановка задачи

1. Построить модель траектории концов лопастей вентилятора;
2. Найти при каких соотношениях периода вращения лопастей и периода колебаний пружинного маятника траектория концов лопастей соответствует фигуре Лиссажу.

3. Концептуальная постанока задачи

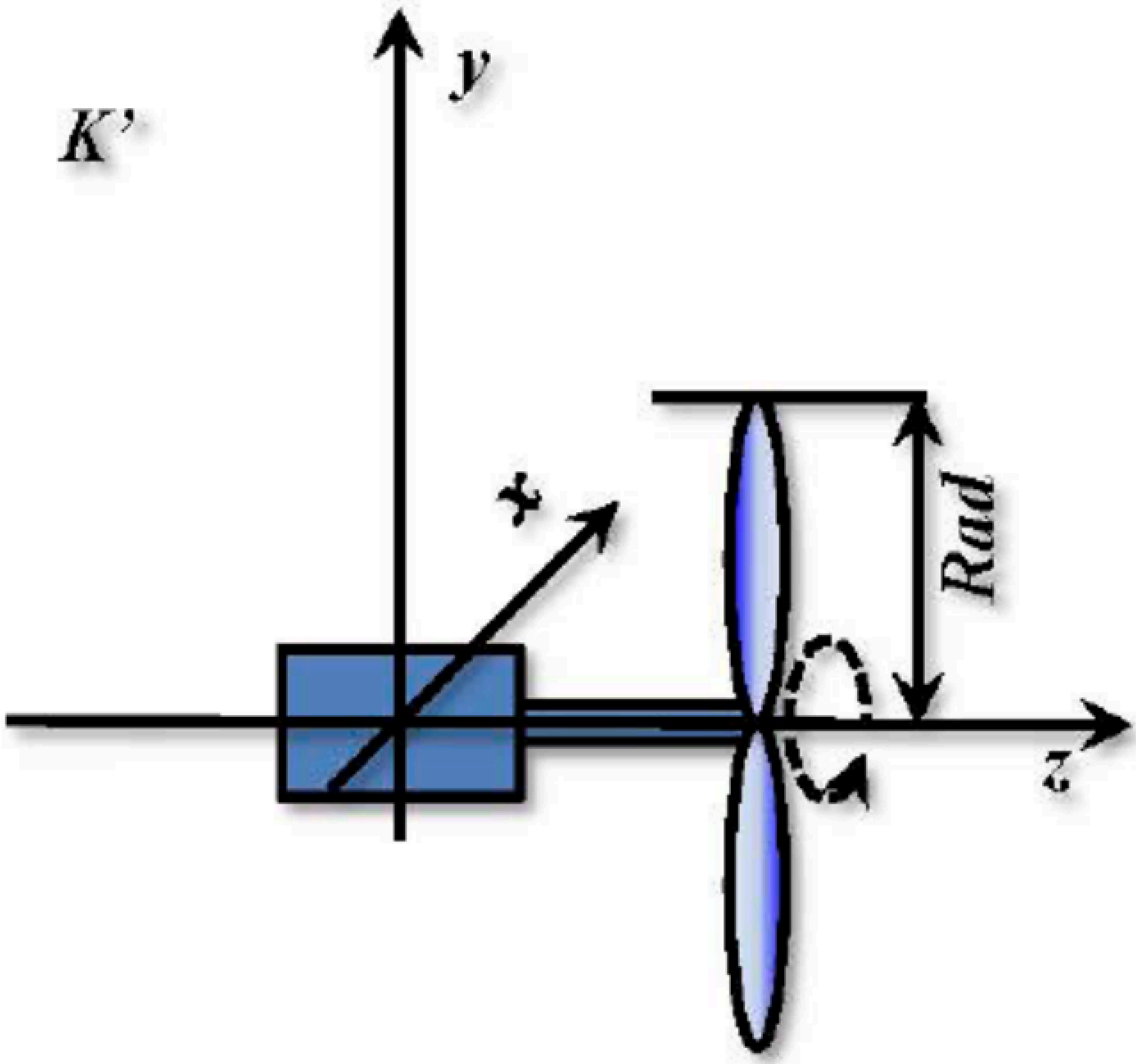
Рассмотрим вращающийся вентилятор, подвешенный на пружине. Масса вентилятора вместе с подвесом – m. Вентилятор, подвешенный на упругой пружине с жесткостью k. Лопасти вентилятора движутся по окружности заданного радиуса R с периодом T.

Применим следующие гипотезы:

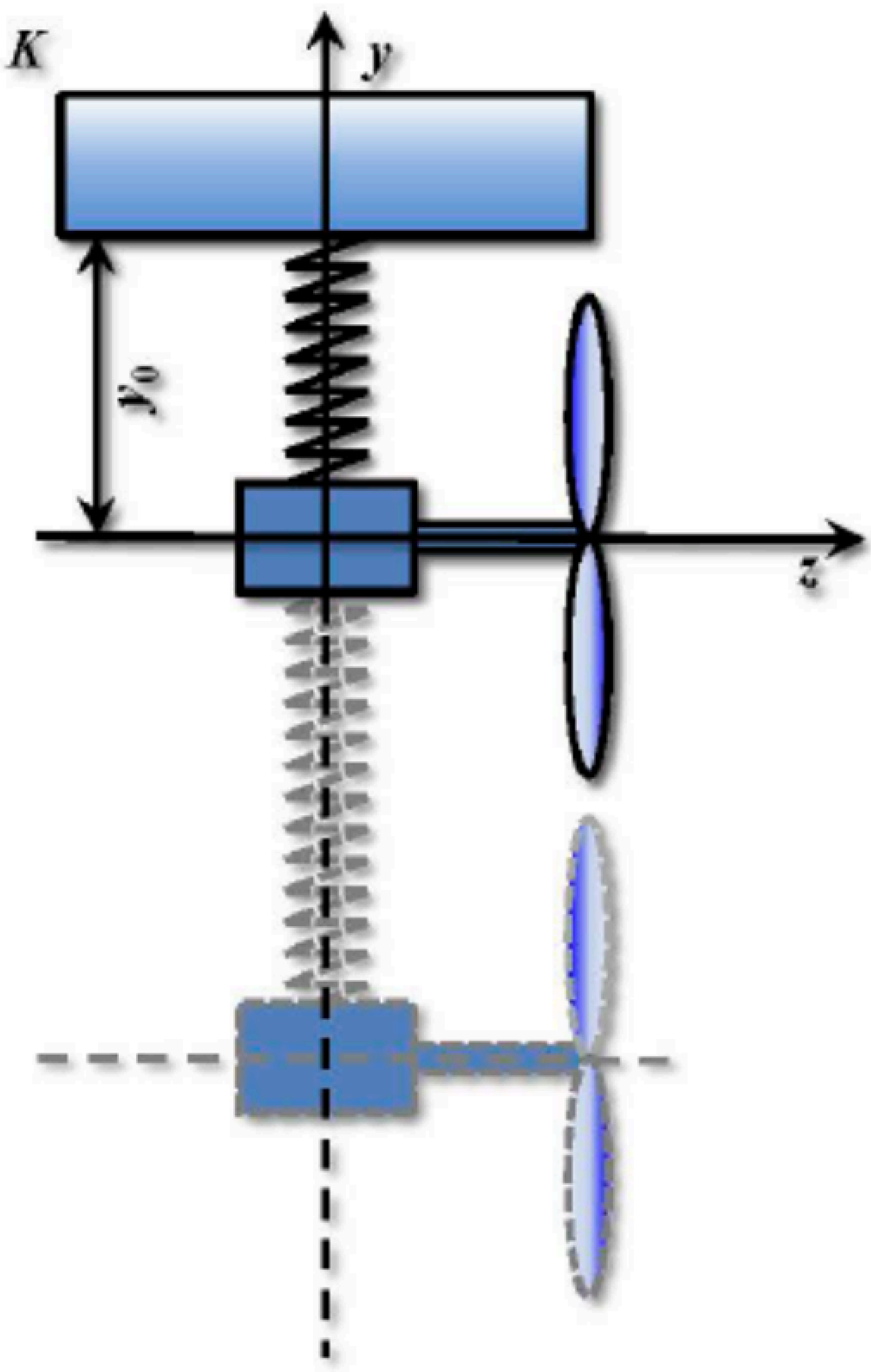
- Абсолютность времени во всех системах отсчета как инерциальных, так и неинерциальных
- Считаем вентилятор с подвесом материальной точкой

4. Математическая постановка задачи

Для нахождения траекторий относительных движений в классической механике используется предположение об абсолютности времени во всех системах отсчета, как инерциальных, так и неинерциальных. Рассмотрим движение одной и той же точки в двух различных системах отсчета K и K'. Система отсчета K' связана с осью вращения вентилятора и центром тяжести системы вентилятор-подвес. Лопасти вращаются в плоскости xy.



Система отсчета K связана с центром тяжести системы вентилятор-подвес. Движение системы происходит в плоскости $\mathrm{y}z$. Расстояние от точки подвеса до центра тяжести системы вентилятор-подвес в состоянии равновесия соответствует $y0$.



Радиус-вектор $r'(t)$ описывает движение точки в системе отсчёта K', движение системы отсчета K' относительно K задается радиус-вектором $R(t)$ Тогда движение заданной точки относительно системы отсчета K описывается радиус-вектором $r(t) = r'(t) + R(t)$

В системе K согласно закону Ньютону и закону Гука движение материальной точкой массой описывается дифференциальным уравнением:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 R}{\partial t^2} m = -ky \\ t_0 = 0 \\ \frac{\partial R}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0 \\ R(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Решение уравнения с данными начальными условиями принимает вид:

$R(t) = y_0 cos(2\pi/T)$, где $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Лопасти вентилятора движутся по окружности заданного радиуса R с периодом T' Координаты радиус-вектора концов лопастей вентилятора в системе отсчета K' , связанной с центром, вокруг которого вращаются лопасти, изменяются по закону:

$$r'(t) = \begin{cases} r'_x = R * cos(\frac{2\pi}{T'} t + \phi_0) \\ r'_y = R * sin(\frac{2\pi}{T'} t + \phi_0) \end{cases}$$

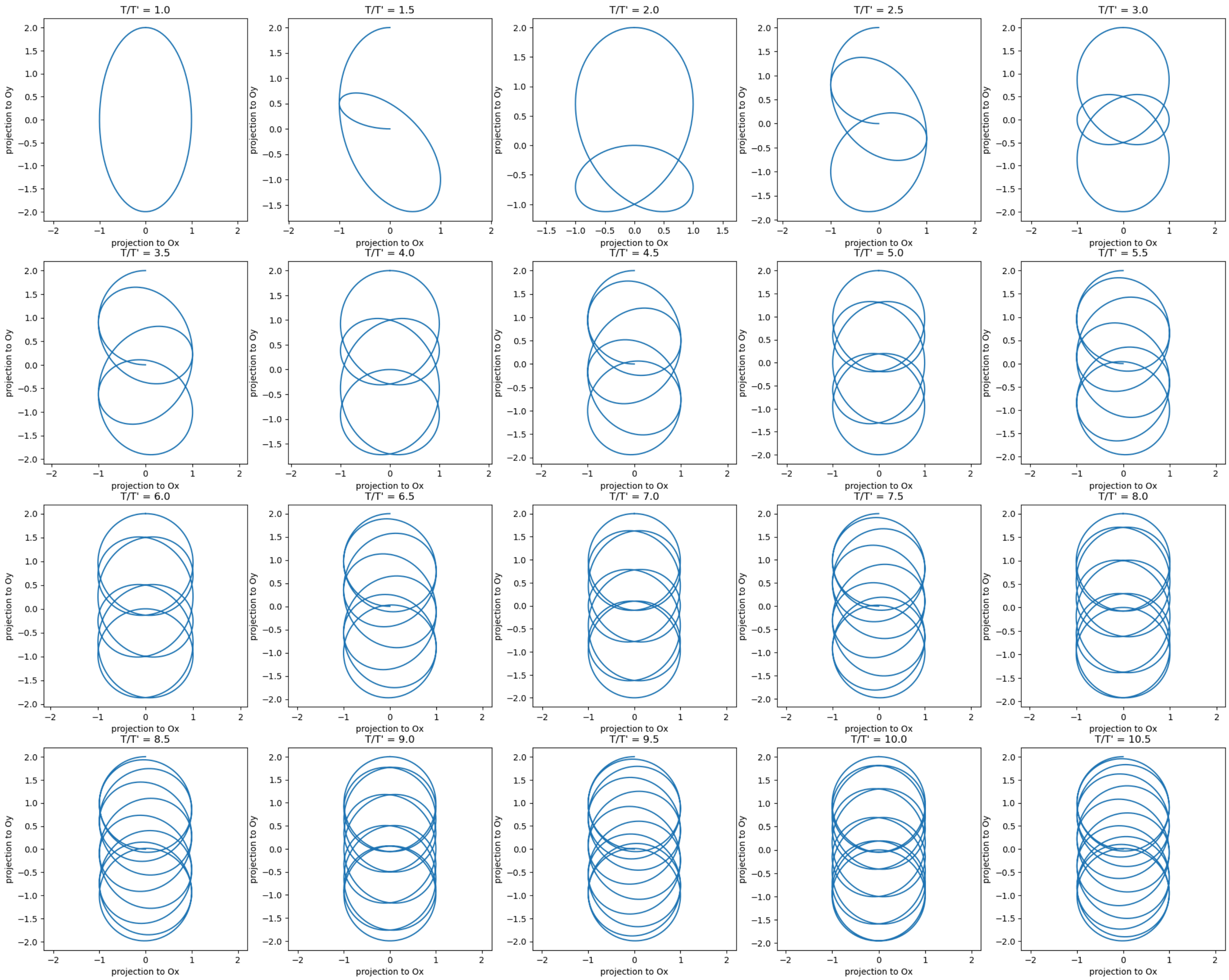
Тогда траектория движения концов лопастей вентилятора, подвешенного на пружине, описывается радиус-вектором:

$$r(t) = \begin{cases} r'_x = R * cos(\frac{2\pi}{T'} t + \phi_0) \\ r'_y = R * sin(\frac{2\pi}{T'} t + \phi_0) + y_0 cos(2\pi/T) \end{cases}$$

5. Реализация

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def rx(t,R,T_rot,phi0):
    return R*np.cos(2*np.pi/T_rot*t+phi0)

def ry(t,R,T_rot,phi0,T_spring,y0):
    return R*np.sin(2*np.pi/T_rot*t+phi0) + y0*np.cos(t*2*np.pi/T_spring)

R=1
phi=np.pi/2
T=1
a=T*np.arange(1,11,0.5)

i=1
plt.figure(figsize=(25,25))
for T1 in a:
    t_max=T1
    t=np.linspace(0,t_max,int(t_max*100))
    T_spring=T1
    T_rot=T
    phi=np.pi/2
    x = rx(t,R,T_rot,phi)
    y = ry(t,R,T_rot,phi,T_spring,1)
    plt.subplot(5,5,i)
    i+=1
    plt.plot(x,y)
    plt.axis('equal')
    plt.xlabel('projection to Ox')
    plt.ylabel('projection to Oy')
    plt.title(f"{T_spring/T_rot}")
```

7. Численное иследование модели



Фигуры Лиссажу получаются, когда траектория лопастей замкнута, тоесть исходя из рисунка, когда отношение периодов чётно