



МИЭТ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Лабораторные работы для студентов 4 курса

ПМ-41

Преподаватель:
Лебедев С.А.



ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12

МОДЕЛЬ РЫНОЧНОЙ ЭКОНОМИКИ КЕЙНСА



НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
Лабораторные работы для студентов 4 курса

Модель рыночной экономики Кейнса



Наиболее простые математические модели экономического равновесия строятся при следующих предположениях:

- 1) совершенная рыночная конкуренция, означающая отсутствие как крупных производственных корпораций (и, тем более, монополий), так и объединений работников, могущих диктовать свои условия для всей системы;
- 2) неизменность производственных возможностей системы: оборудование, производственные помещения, технологии не изменяются со временем;
- 3) неизменные во времени экономические интересы партнеров: предприниматели не пытаются увеличить свою прибыль, рабочие – зарплату, инвесторов устраивают проценты, получаемые по ценным бумагам, и т. д.

Модель рыночной экономики Кейнса



Отвечающие этим предположениям модели описывают весьма частный случай «застывшей» во времени идеальной рыночной экономики. Однако они дают ответ на вопрос о возможности существования экономического равновесия, формирующегося из рыночного «хаоса», и, кроме того, связывают между собой основные макропоказатели экономической системы.

Одна из таких макромоделей – *модель Кейнса* – рассматривает в качестве агентов нанимателей и нанимаемых, потребителей и сберегателей, производителей и инвесторов, действующих на рынках рабочей силы, продуктов и денег, т. е. распределяющих и обменивающих эти товары (труд, продукты, деньги) между собой.

Модель рыночной экономики Кейнса



Первый макропоказатель системы – национальный доход Y , являющийся единственным (для простоты) продуктом, производимым ею в единицу времени. Этот продукт вырабатывается производственным сектором экономики, а его величина дается функцией F , зависящей от количества и качества ресурсов, состава основных фондов и числа занятых работников R (второй макропоказатель).



МИЭТ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
Лабораторные работы для студентов 4 курса

Модель рыночной экономики Кейнса

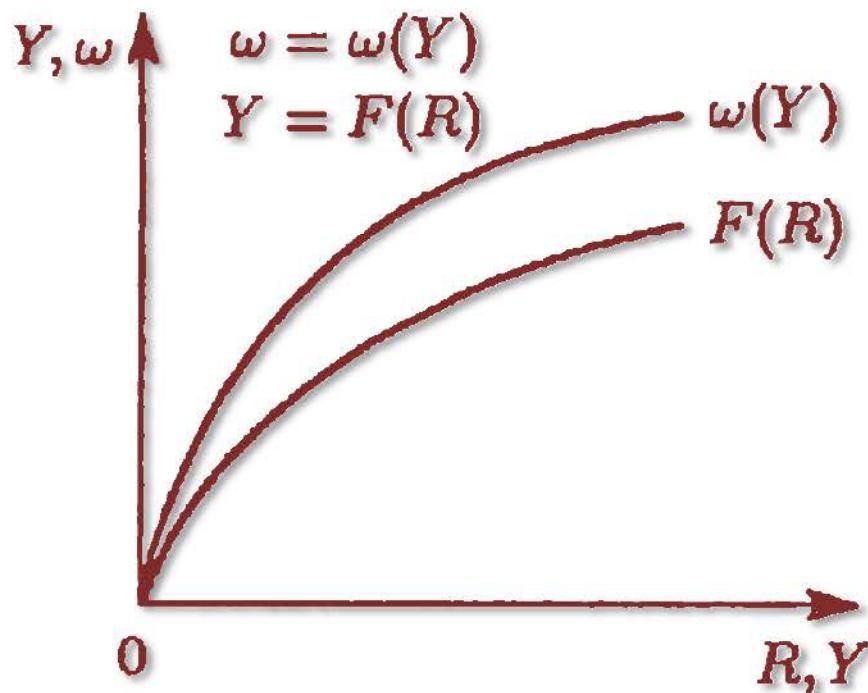


В соответствии с предположением «*неизменность производственных возможностей системы: оборудование, производственные помещения, технологии не изменяются со временем*» в состоянии равновесия производственная функция R , а с нею и продукт Y определяется лишь занятостью, т. е.

$$Y = F(R).$$

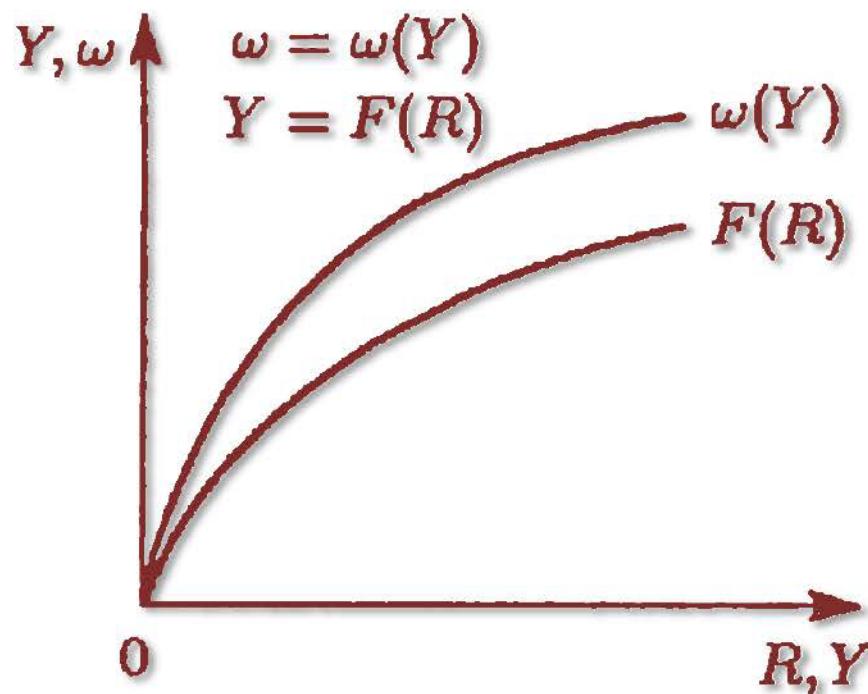


Модель рыночной экономики Кейнса



Относительно $F(R)$ обычно считается, что $F(0) = 0$, $\partial F(R) / \partial R > 0, R > 0$ и $\partial^2 F(R) / \partial^2 R < 0$ при $R > 0$. Функция $F(R)$ обладает свойством «насыщения»: с ростом R выпуск растет все медленнее. Такой подход вполне оправдан, поскольку при излишне большом числе занятых на производстве для них попросту не найдется соответствующего фронта работ.

Модель рыночной экономики Кейнса



Соотношение

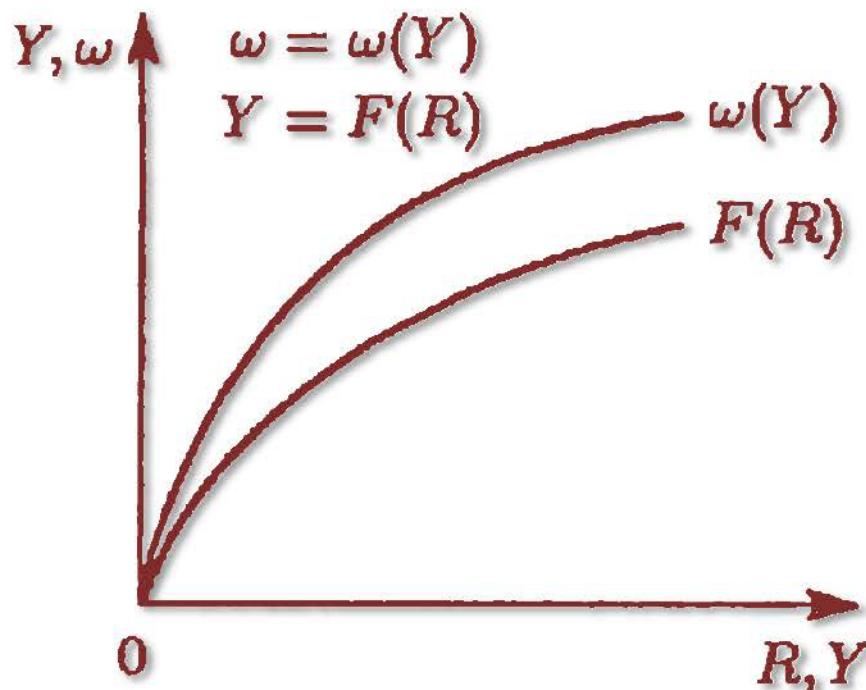
$$Y = F(R).$$

дает связь между рынками труда (R) и продукта (Y).

Дополнительное соотношение определяется с помощью одного из основных постулатов классической политэкономии:

- 4) *зарплата равна стоимости продукта*, которая была бы потеряна при уменьшении занятости на одну единицу (зарплата равна предельному продукту труда).

Модель рыночной экономики Кейнса



Если занятость изменилась на величину ΔR , то из последнего равенства, очевидно, имеем

$$\Delta Y \cdot p = s \cdot \Delta R,$$

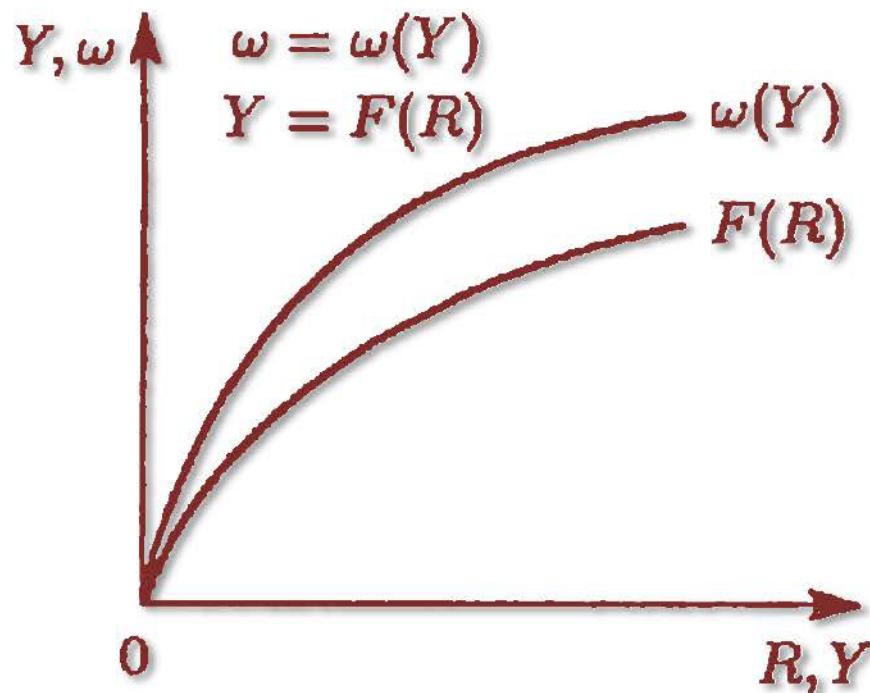
где $\Delta Y = \Delta Y^{(1)} \cdot \Delta R$ – стоимость, потерянная или полученная при изменении числа работников на ΔR . Считая ΔR и ΔY малыми в сравнении с R и Y , перепишем последнее равенство в дифференциальной форме:

$$\frac{\partial Y}{\partial R} = \frac{s}{p},$$

или

$$\frac{\partial F(R)}{\partial R} = \frac{s}{p}.$$

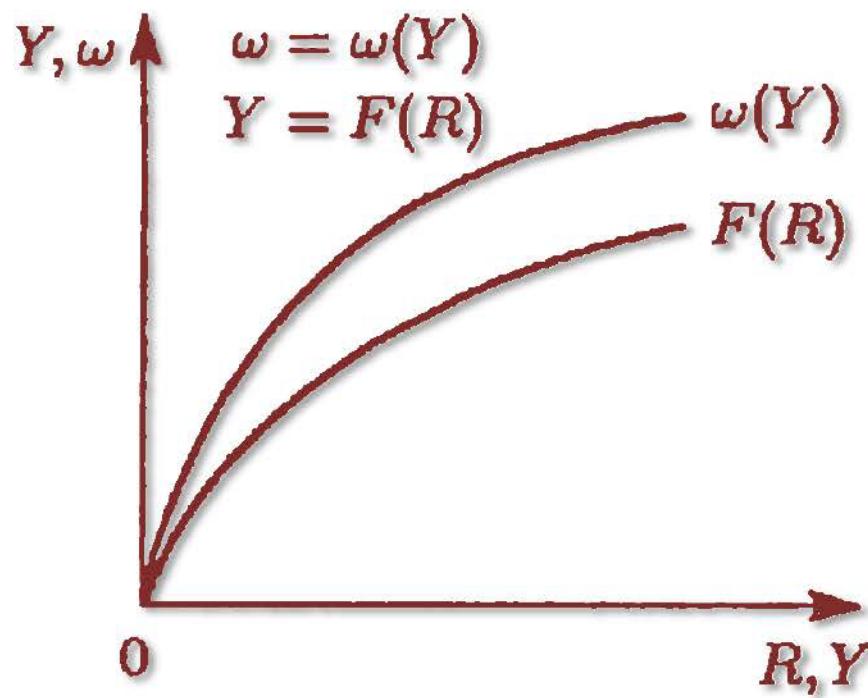
Модель рыночной экономики Кейнса



Предполагается, что для обеспечения равновесного уровня занятости всегда найдется достаточное количество желающих работать на существующих условиях, т.е.:

- 5) предложение труда не сдерживает производства, число занятых определяется спросом на труд со стороны предпринимателей.

Модель рыночной экономики Кейнса



Два уравнения

$$Y = F(R),$$

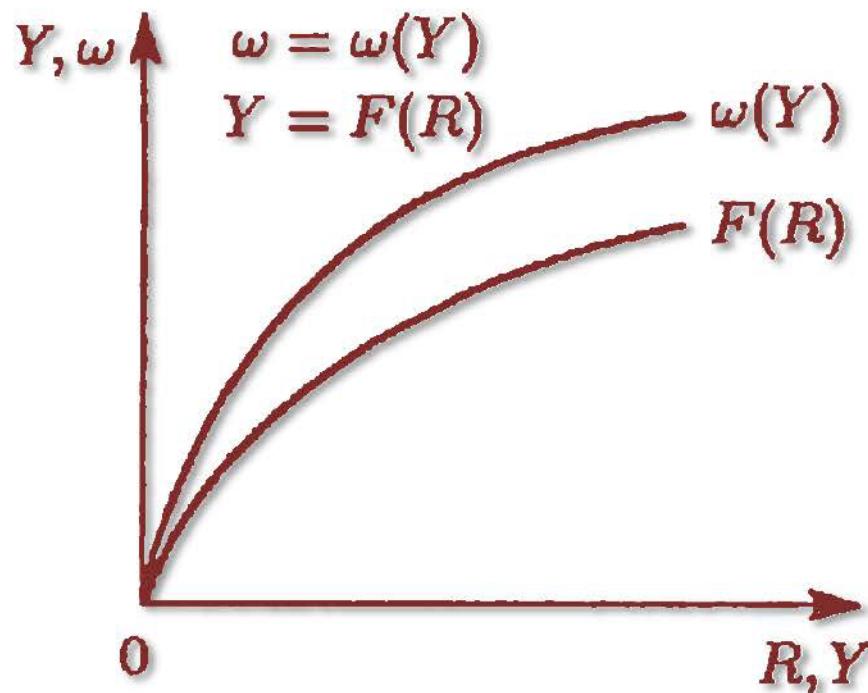
$$\frac{\partial F(R)}{\partial R} = \frac{s}{p}$$

содержат четыре величины.
Относительно одной из них
предполагается, что:

- 6) заработка плата s в модели считается заданной.

Она определяется в результате компромисса между работодателями и нанимаемыми (реальная же зарплата зависит также и от уровня цен).

Модель рыночной экономики Кейнса

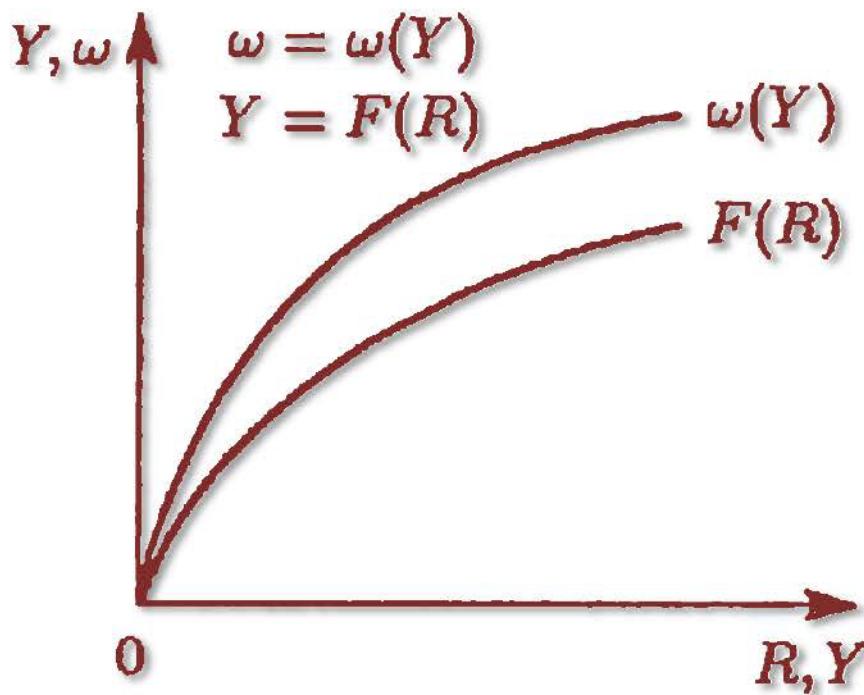


Очевидно, для построения замкнутой модели необходимо дальнейшее рассмотрение рынка продукта и рынка финансов. Произведенный продукт частично тратится на потребление, а частично сберегается:

$$Y = S(Y) + \omega(Y),$$

где $\omega(Y)$ – потребляемая часть (в экономику не возвращается), а $S(Y)$ – сберегаемая часть, возвращающаяся в экономическую систему (или фондообразующий продукт).

Модель рыночной экономики Кейнса



Соотношение между величинами S и ω определяется из следующих соображений. Относительно величины S считается, что:

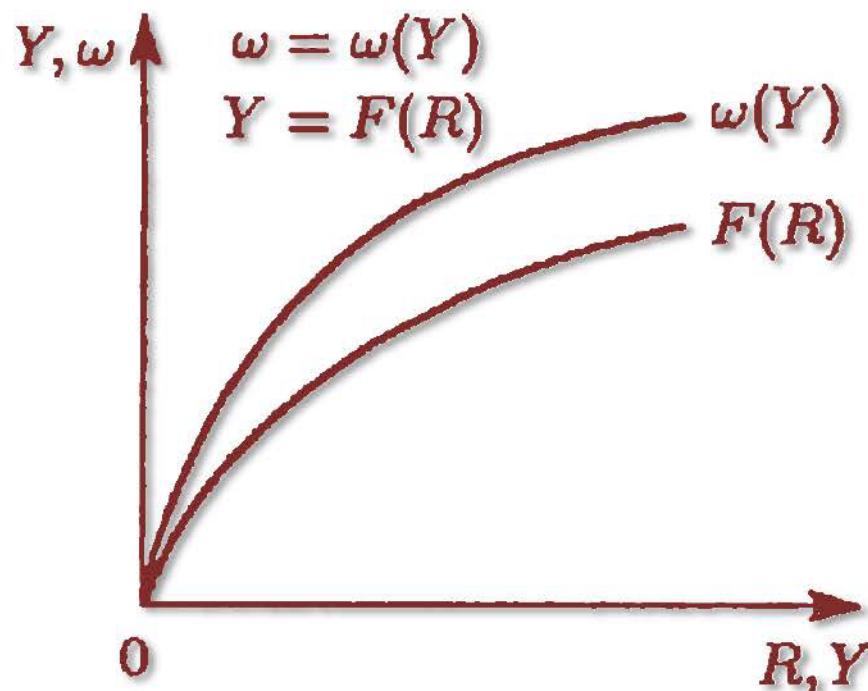
- 7) потребляемая часть выпуска зависит от величины самого выпуска, т.е.

$$\omega = \omega(Y).$$

При этом функция $\omega(Y)$ обладает свойством «насыщения» так же, как и функция $F(R)$:

чем больше выпуск, тем меньшая доля дополнительного выпуска ΔY тратится на потребление и тем большая доля сберегается. Величина $\partial\omega(Y)/\partial Y = c(Y)$ называется *склонностью к потреблению* и лежит в пределах $0 < c < 1$, иначе при малых выпусках потреблялось бы больше продукта, чем производилось бы (величина $d = 1 - c$ – склонность к накоплению).

Модель рыночной экономики Кейнса



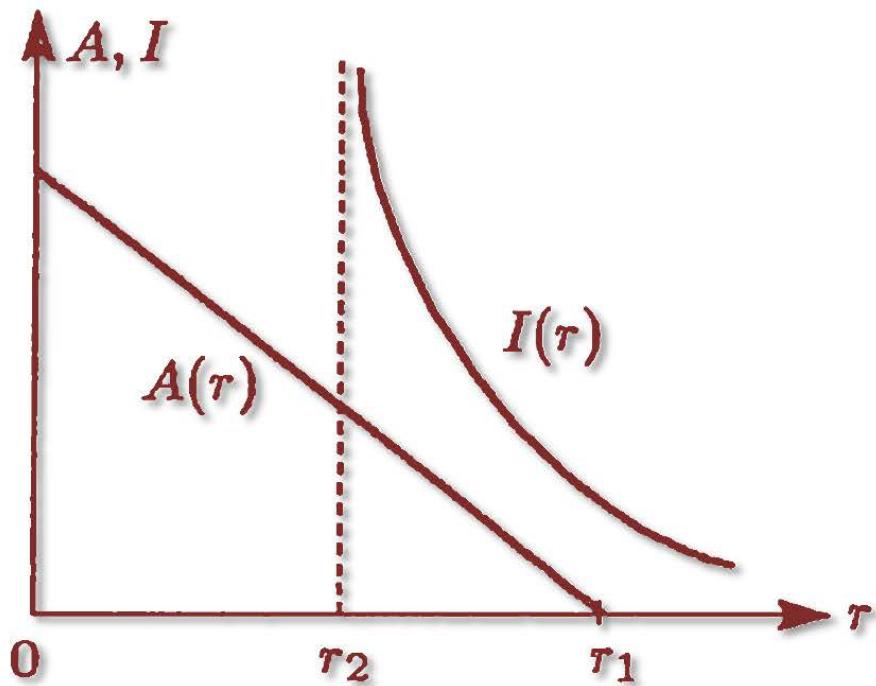
Фондообразующий продукт

$$S(Y) = Y - \omega(Y).$$

вкладываются инвесторами в экономику с целью получить в будущем с этих инвестиций доход. В модели считается, что инвестиции эквивалентны отложенному (отнесенному на будущее) потреблению и поэтому определяются еще одним финансовым макропоказателем системы – нормой банковского процента r .

Спрос на инвестиции задается функцией $A(r)$ такой, что $\partial A(r)/\partial r < 0$ при $0 < r < r_1$ и $A(r) = 0$ при $r \geq r_1$ при большой норме процента инвестиции отсутствуют.

Модель рыночной экономики Кейнса



В условиях равновесия
предложение фондообразующего
продукта $S(Y)$ сбалансировано со
спросом на инвестиции $A(r)$:

$$S(Y) = A(r),$$

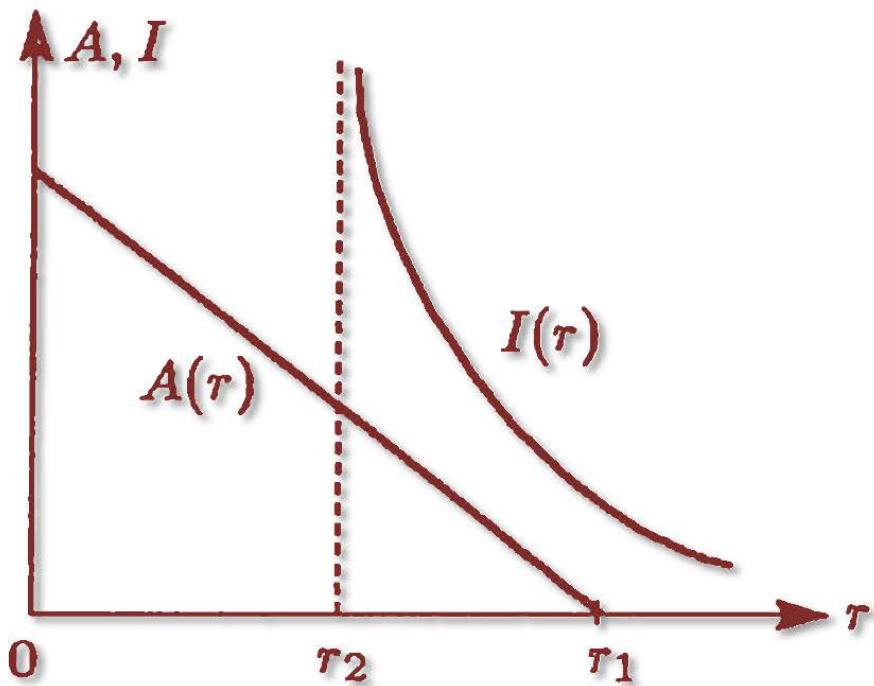
или, учитывая

$$S(Y) = Y - \omega(Y)$$

получаем

$$Y - \omega(Y) = A(r).$$

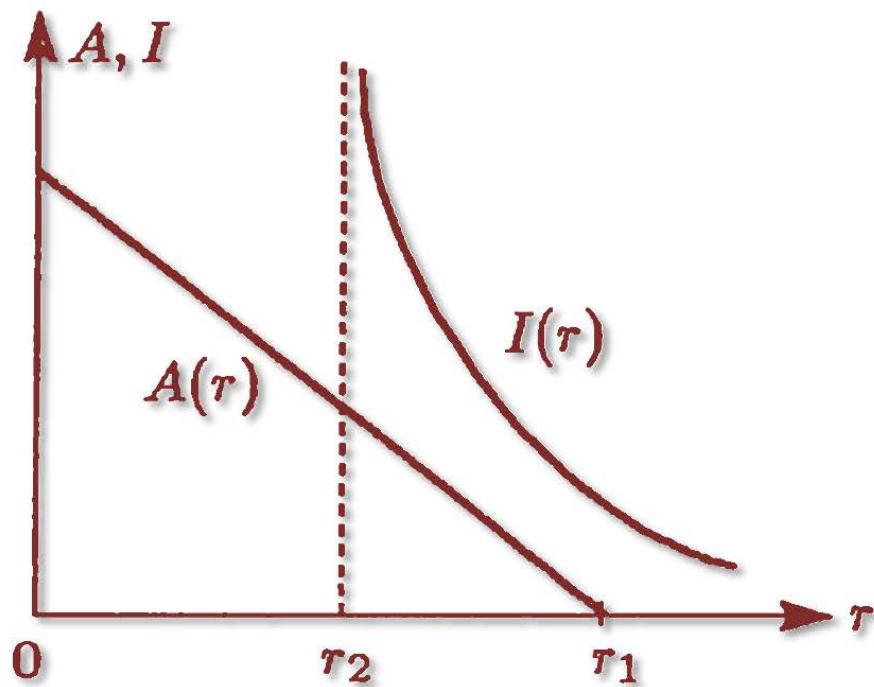
Модель рыночной экономики Кейнса



Для окончательного замыкания модели рассматривается рынок финансовых активов. Деньги нужны экономическим агентам для покупки фондообразующего продукта, для потребления, а также как одно из средств накопления. Считается, что деньги выпускает государство, и их количество (*предложение*) Z является заданным управляемым параметром системы. Относительно спроса на деньги делается следующее предположение:

- 8) спрос на деньги представляет собой сумму *операционного* ($\tau \cdot p \cdot Y$, где τ – время обращения равно) и *спекулятивного* спроса.

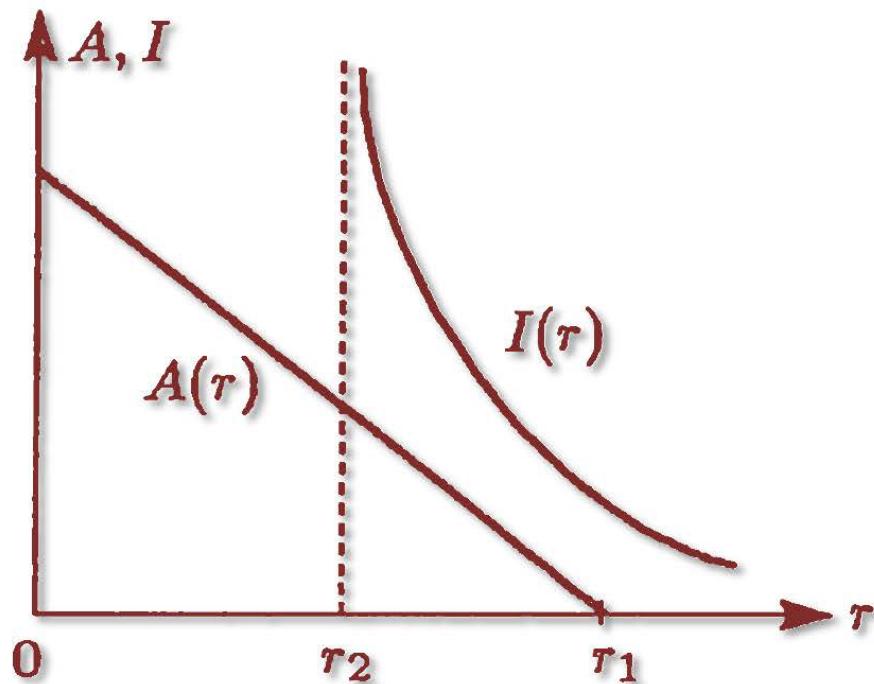
Модель рыночной экономики Кейнса



Поэтому спекулятивный спрос задается функцией $I(r)$ такой, что $\partial I(r)/\partial r < 0$ при $r > r_2$ и $I(r)$ резко возрастает при $r \rightarrow r_2$ ($\lim I(r) = \infty$, $r \rightarrow r_2$; владельцы денег не приобретают обязательств банка).

Естественно считать $r_2 < r_1$ так как в противном случае либо инвестиции равны нулю, и говорить об экономическом равновесии не приходится, либо функция $I(r)$ не определена, и рассмотрение не имеет смысла.

Модель рыночной экономики Кейнса



Так как финансовый рынок находится в равновесии, то баланс («закон сохранения») денег в системе дается уравнением

$$Z = \tau \cdot p \cdot Y + I(r).$$

Сводя воедино все уравнения приходим к математической модели рыночного равновесия, полученной в предположениях 1)-8):

$$Y = F(R), \quad \frac{\partial F(R)}{\partial R} = \frac{s}{p},$$

$$Y - \omega(Y) = A(r), \quad Z = \tau \cdot p \cdot Y + I(r).$$

Задачи для самостоятельно решения



- **Вариант 1**

1. Свести систему к одному уравнению относительно величины p . Доказать существование решения полученного уравнения, основываясь на анализе графиков функций, входящих в его левую и правую части.
2. Свести систему к одному уравнению относительно величины r . Доказать существование решения полученного уравнения, основываясь на анализе графиков функций, входящих в его левую и правую части.



- **Вариант 2**

1. Свести систему к одному уравнению относительно величины Y . Доказать существование решения полученного уравнения, основываясь на анализе графиков функций, входящих в его левую и правую части.
2. Свести систему к одному уравнению относительно величины s . Доказать существование решения полученного уравнения, основываясь на анализе графиков функций, входящих в его левую и правую части.