МИЭТ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Лабораторные работы для студентов 4 курса
ПМ-41
Преподаватель:
Лебедев С.А.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ПУЛИ НА ОСНОВЕ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ.

МИЭТ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

1. Содержательная постановка задачи

Наиболее распространенный метод построения моделей состоит в применении фундаментальных законов природы к конкретной ситуации. Эти законы общепризнаны, многократно подтверждены опытом, служат основой множества научно-технических достижений. Поэтому их обоснованность не вызывает сомнений, что, помимо всего прочего, обеспечивает исследователю мощную психологическую поддержку. На первый план выдвигаются вопросы, связанные с тем, какой закон (законы) следует применять в данном случае и как это делать.

Эксперт по баллистике, желающий быстро определить скорость револьверной пули и не имеющий поблизости специальной лаборатории, может воспользоваться относительно простым устройством ***баллистическим маятником***.

Для построения модели ***определения скорости пули*** воспользуемся двумя фундаментальными законами природы: ***закон сохранения энергии*** и ***закон сохранения импульса***.

Для решения этой задачи воспользуемся баллистическим маятником, который часто используется для определения скорости пули.

2. Концептуальная постановка задачи

Систему *«маятник–пуля»* можно считать замкнутой в горизонтальном направлении (в котором внешние силы не действуют) при выполнении следующих условий:

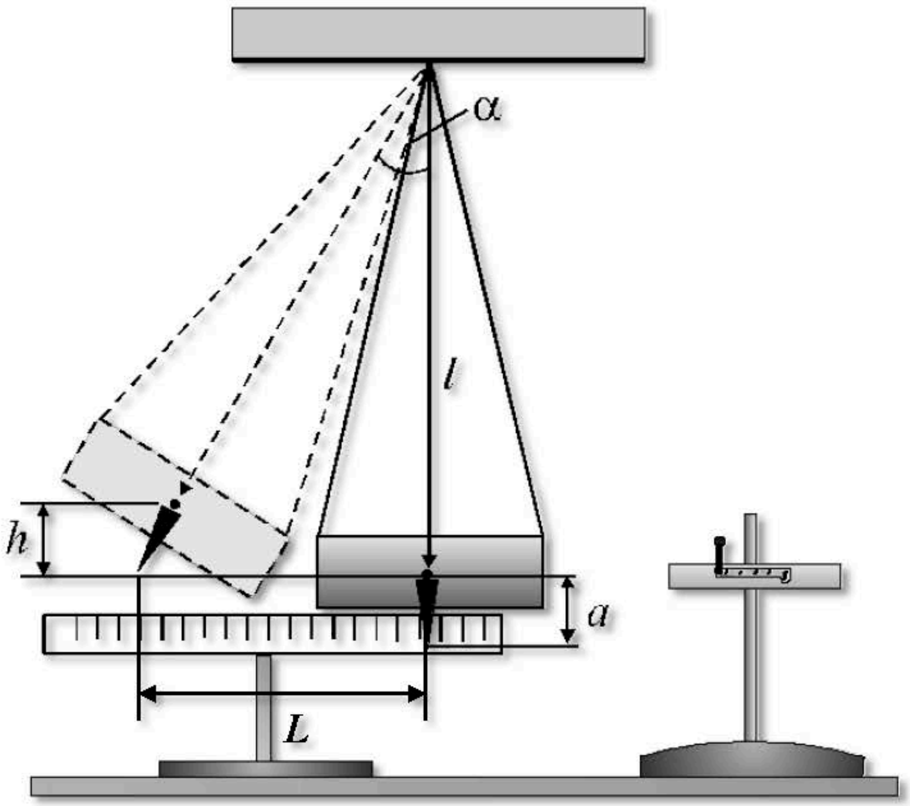
1) вектор скорости пули U в момент удара должен быть направлен по прямой, проходящей через центр тяжести маятника (точнее, через центр качания маятника, который для математического маятника совпадает с центром тяжести). При невыполнении этого условия часть импульса ударной силы будет передаваться точке подвеса маятника;

2) вектор скорости пули U должен быть направлен перпендикулярно плоскости, в которой лежат ось качания и точка центра тяжести покоящегося маятника, т.е. в направлении оси x. В противном случае маятнику будет сообщаться вращательное движение относительно других осей помимо оси качания, перпендикулярной вектору U;

3) время τ соударения пули с маятником должно быть значительно меньше периода T собственных колебаний маятника, чтобы он за время соударения не успевал заметно отклониться от положения равновесия.

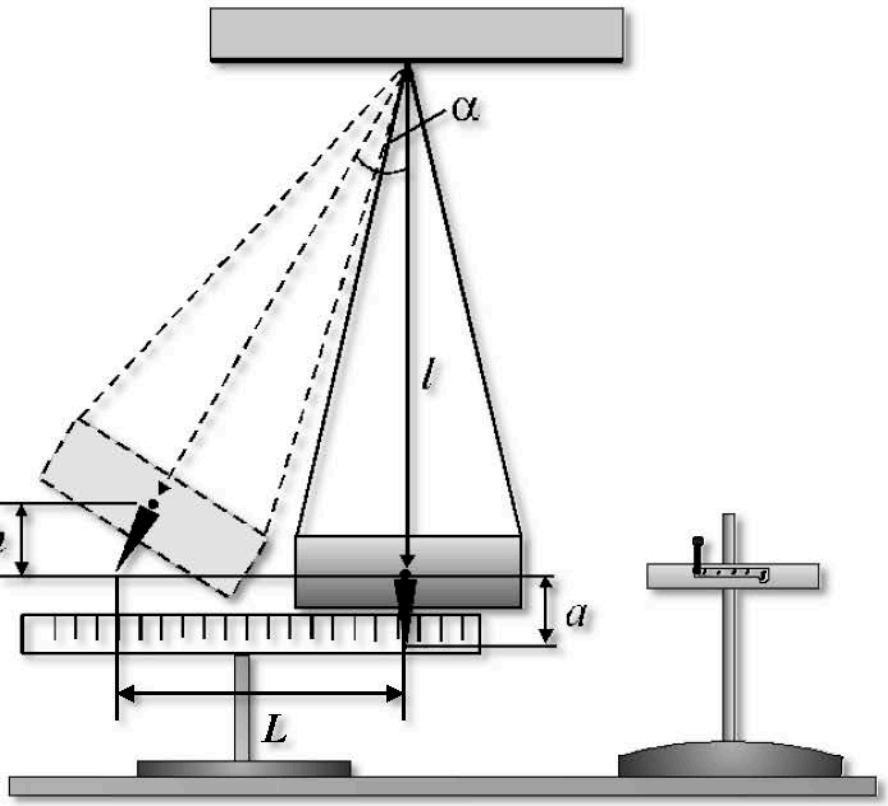
Практически третье условие обеспечивается выбором достаточно длинной нити подвеса маятника и высокой вязкостью вещества в маятнике

2. Концептуальная постановка задачи



Баллистический маятник – прибор, применяемый для измерения начальных скоростей пули или снаряда. Он представляет собой тяжёлый металлический цилиндр массой M, заполненный вязким веществом и подвешенный на четырёх нерастяжимых нитях. Пуля массой m, летящая со скоростью U, попадает в покоящийся маятник массой M и застревает в нем. В результате чего маятник с пулей приобретает некоторую начальную скорость u и затем отклоняется на расстояние x. По отклонению маятника можно определить скорость пули

3. Математическая постановка задачи



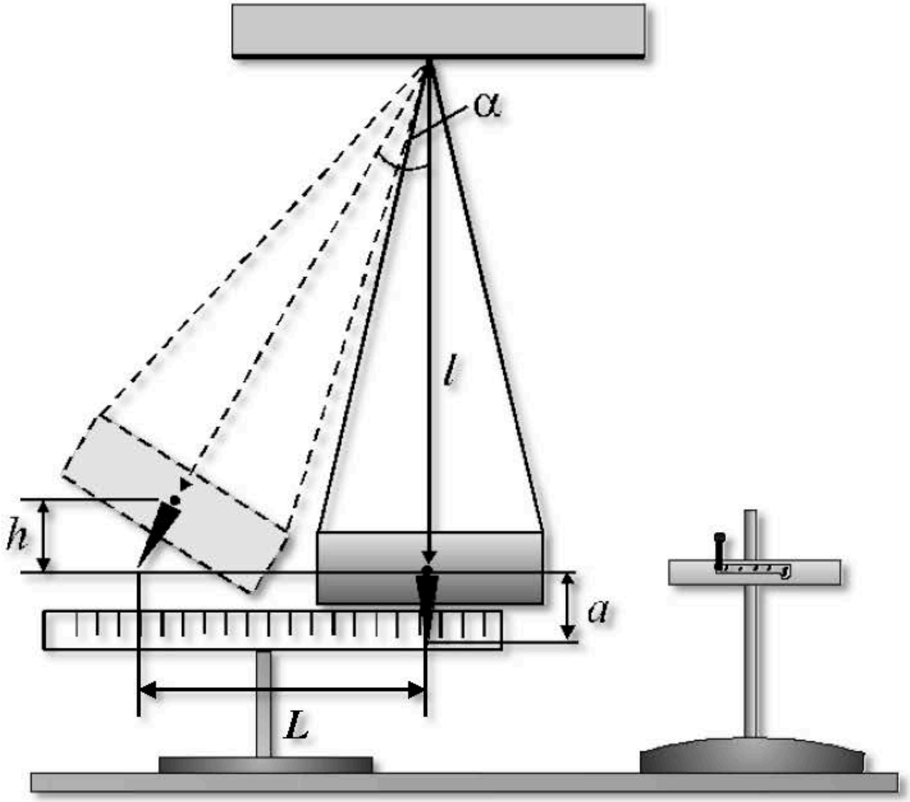
Закон сохранения энергии.
Пуля массой m, застрявшая в тяжёлом металлическом цилиндре массой M, сообщит системе «маятник–пуля» свою кинетическую энергию, которая в момент наибольшего отклонения нерастяжимых нитей от вертикали полностью перейдет в потенциальную энергию системы.

$$\frac{mU^2}{2} = (M+m)gh,$$

где U – скорость пули,
g – ускорение свободного падения; h – максимальная высота подъема центра тяжести системы «маятник-пуля».

Отсюда
$$U = \sqrt{\frac{2(M+m)}{m} gh}$$

3. Математическая постановка задачи



Закон сохранения энергии.

Максимальная высота подъема центра тяжести системы «маятник-пуля» h. Можно выразить через максимальный угол отклонения α:

$$h = l - l\cos\alpha = 2l\sin^2\frac{\alpha}{2},$$

В связи с тем, что длина нитей l, намного превосходит смещение маятника L и угол отклонения мал

$$\sin\frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}.$$

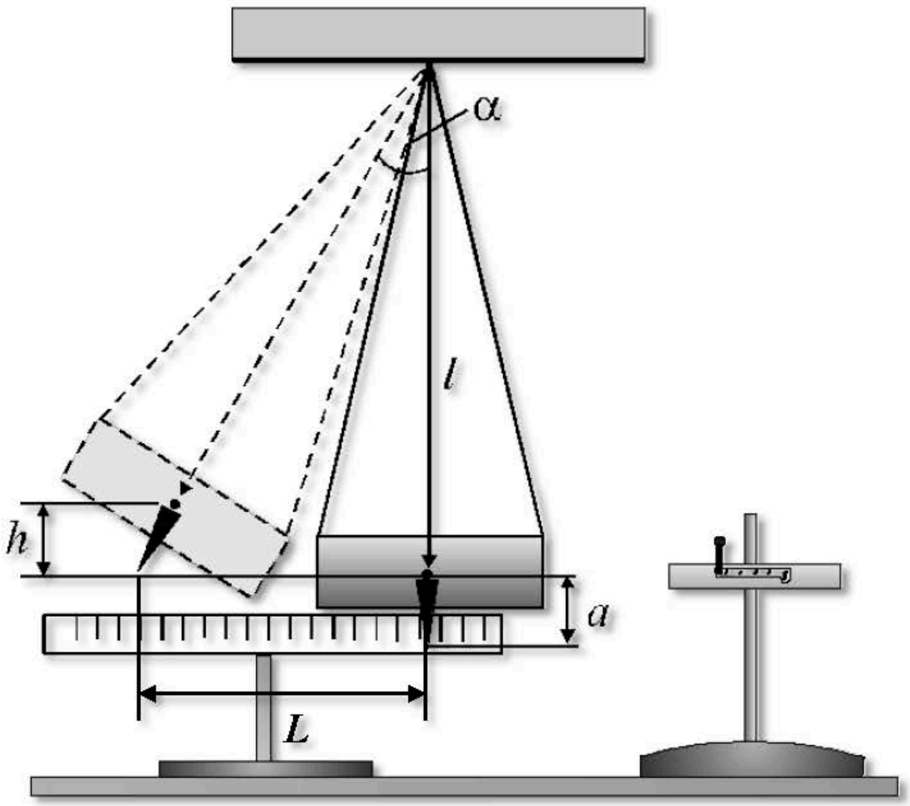
Для малых углов справедливо

$$\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha = \frac{L}{l} \quad \text{или} \quad h \approx \frac{1}{2}\frac{L^2}{l}$$

В результате формула расчета скорости пули принимает следующий вид:

$$U = L\sqrt{\frac{(M+m)}{m}\frac{g}{l}}$$

3. Математическая постановка задачи



Закон сохранения энергии и закон сохранения импульса.

Напомним, что ***закон сохранения энергии*** дает:

$$(M+m)\frac{V^2}{2} = (M+m)gh.$$

Для правильного решения этой простой задачи надо воспользоваться также ***законом сохранения импульса*** для системы «маятник–пуля», при условии что на систему не действуют внешние силы:

$$mU = (M+m)V.$$

Из закона сохранения энергии: $V = \sqrt{2gh} \approx L\sqrt{\frac{g}{l}}$. Тогда $U \approx \frac{(M+m)}{m}L\sqrt{\frac{g}{l}}$.

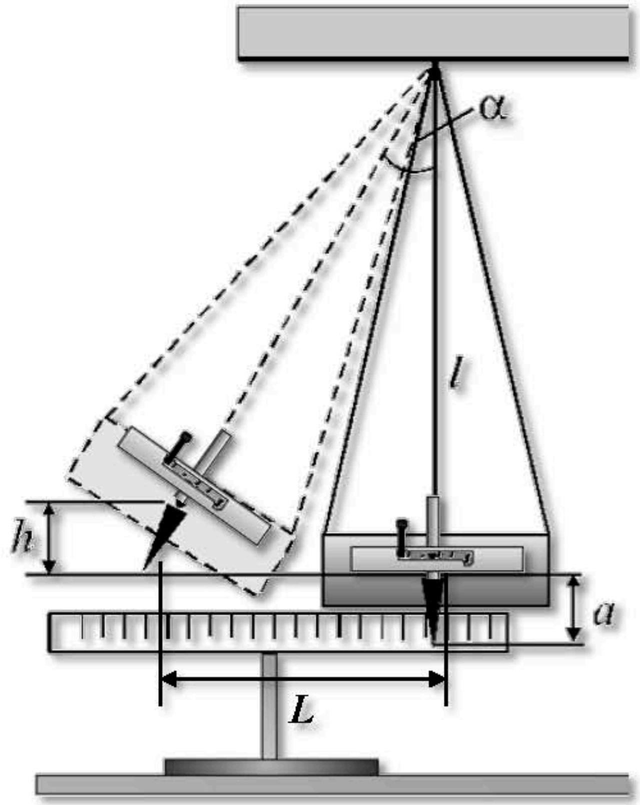
Определение скорости пули когда орудие прикрепленно к математическому маятнику

1. Найти скорость пули из закона сохранения импульса

2. Найти скорость пули из закона сохранения энергии

3. Сравнить полученные результаты

4. Исследовать зависимость угла отклонения маятника от скорости пули



Дополнительный вопрос:

1. При каких значениях массы маятника выполняются предположения, что

$$\sin\alpha \approx \alpha, \quad \alpha \approx \operatorname{tg}\alpha.$$