



**МИЭТ**

НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Лабораторные работы для студентов 4 курса  
ПМ-41

Преподаватель:  
Лебедев С.А.



# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 11

## МОДЕЛЬ ГОНКИ ВООРУЖЕНИЙ



**МИЭТ**

НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
Лабораторные работы для студентов 4 курса



# Модель гонки вооружений Льюиса Ф. Ричардсона



В 1918 г. английский метеоролог Льюис Ф. Ричардсон, служивший на фронте санитаром, вернулся с первой мировой войны потрясенный размерами виденных им разрушений и насилия. Он был преисполнен решимости применить свои недюжинные математические способности и новейшие научные знания к

изучению феномена войны. Поскольку первой мировой войне предшествовала гонка вооружений, Ричардсон обратился к рассмотрению этого явления.

Благодаря своим занятиям физикой он был хорошо знаком с дифференциальным исчислением, используемым при моделировании динамических процессов.

Гонка вооружений, рассуждал он, тоже является динамическим процессом и может быть приблизительно описана с помощью математической модели.



# Модель гонки вооружений Льюиса Ф. Ричардсона



Испробовав десятки сложных математических формул, Ричардсон, в конце концов, остановился на относительно простой модели, учитывающей действие всего лишь трех факторов:

1. количества оружия у противника,
2. износа уже существующего вооружения
3. степени недоверия между противниками.

# Модель гонки вооружений Льюиса Ф. Ричардсона



Темпы прироста и уменьшения вооружений пропорциональны указанным факторам, т.е.

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{dt} = \alpha_1(t)M_2 - \beta_1(t)M_1 + \gamma_1(t) \\ \frac{dM_2}{dt} = \alpha_2(t)M_1 - \beta_2(t)M_2 + \gamma_2(t) \end{cases}$$

где  $M_1(t) \geq 0$  и  $M_2(t) \geq 0$  – объемы вооружений, коэффициенты  $\alpha_{1,2} > 0$ ,  $\beta_{1,2} > 0$  характеризуют скорости наращивания и «старения» вооружений (аналог процесса амортизации производственных мощностей в моделях экономики), функции  $\gamma_{1,2} > 0$  описывают уровень взаимной настороженности (недоверия) конкурентов, который считается не зависящим от количества вооружений, а определяется другими причинами.



# Модель гонки вооружений Льюиса Ф. Ричардсона



Модель не учитывает многие важные факторы, влияющие на динамику гонки вооружений, но, тем не менее, дает возможность проанализировать ряд существенных свойств этого процесса. Анализ наиболее прост в частном случае, когда функции  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\gamma_i$  ( $i = 1, 2$ ) не зависят от времени:

$$\begin{cases} \frac{dM_1}{dt} = \alpha_1 M_2 - \beta_1 M_1 + \gamma_1 \\ \frac{dM_2}{dt} = \alpha_2 M_1 - \beta_2 M_2 + \gamma_2 \end{cases}$$

# Задачи для самостоятельно решения



- *Вариант 1*

1. Исследовать изменчивость объем вооружений первой страны  $M_1(t)$  для разных соотношений скорости наращивания и «старения» вооружений  $(\alpha_1 / \beta_2 ; \alpha_2 / \beta_1)$ . Уровень взаимной настороженности (недоверия) конкурентов считать равным.
2. Исследовать объем вооружений второй страны  $M_2(t)$  от соотношения условий взаимной настороженности (недоверия) конкурентов считать равным  $(\gamma_1 / \gamma_2)$ .



- *Вариант 2*

1. Исследовать изменчивость объем вооружений первой страны  $M_1(t)$  для разных соотношений скорости наращивания и «старения» вооружений  $(\alpha_1 / \beta_2 ; \alpha_2 / \beta_1)$ . Уровень взаимной настороженности (недоверия) конкурентов считать равным.
2. Исследовать объем вооружений второй страны  $M_2(t)$  от соотношения условий взаимной настороженности (недоверия) конкурентов считать равным  $(\gamma_1 / \gamma_2)$ .