



МИЭТ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Лабораторные работы для студентов 4 курса

ПМ-41

Преподаватель:
Лебедев С.А.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

ПАРАДОКС ДЕ МЕРЕ

ЗАДАЧА БЮФФОНА



НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
Лабораторные работы для студентов 4 курса

Статистическое моделирование



Статистическое моделирование – базовый метод моделирования, заключающийся в том, что модель испытывается множеством случайных сигналов с заданной плотностью вероятности. Целью является статистическое определение выходных результатов. В основе статистического моделирования лежит метод **Монте-Карло**. Напомним, что статистическое моделирование используют тогда, когда другие методы применить невозможно.



МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО



НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
Лабораторные работы для студентов 4 курса

Метод Монте-Карло



Датой рождения *метода Монте-Карло* принято считать 1949 г., когда появилась статья под названием «The Monte Carlo method».

Создателями этого метода считают американских математиков Джон фон Нейман и Станислав Улам .



Метод был изобретен и во время Второй мировой войны с целью улучшения процесса принятия решений в условиях неопределенности.

Название методу дал известный своим казино город Монако, поскольку в основе данного подхода к моделированию лежит принцип генерации случайных чисел, применяемый в рулетке.

Метод Монте-Карло



Метод моделирования Монте-Карло нашел свое применение в *оценке риска* для разнообразных практических задач, включая искусственный интеллект, котировки акций, прогнозирование продаж, управление проектами и ценообразование. Кроме того, данный метод обладает рядом преимуществ по сравнению с прогнозными моделями с фиксированными входными значениями, включая возможность проведения анализа чувствительности или расчета корреляции входных значений. Анализ чувствительности позволяет оценить влияние отдельных входных значений на определенный результат, а корреляция — понять взаимосвязи между любыми входными переменными

Метод Монте-Карло



Теоретическая основа метода была известна давно. Более того, некоторые задачи статистики рассчитывались иногда с помощью случайных выборок, т.е. фактически методом Монте-Карло. Однако до появления электронных вычислительных машин (ЭВМ) этот метод не мог найти сколько-нибудь широкого применения, ибо моделировать случайные величины вручную—очень трудоемкая работа. Таким образом, возникновение метода Монте-Карло как весьма универсального численного метода стало возможным только благодаря появлению ЭВМ.

Обобщенный алгоритм метода статистическ их испытаний

Метод Монте-Карло

Формирование равномерно
распределенных случайных чисел



Преобразование равномерно
распределенных случайных чисел в
последовательность с заданным
законом



Вычисление реакции объекта,
процесса или системы на случайные
Воздействия с помощью



Статистическая обработка

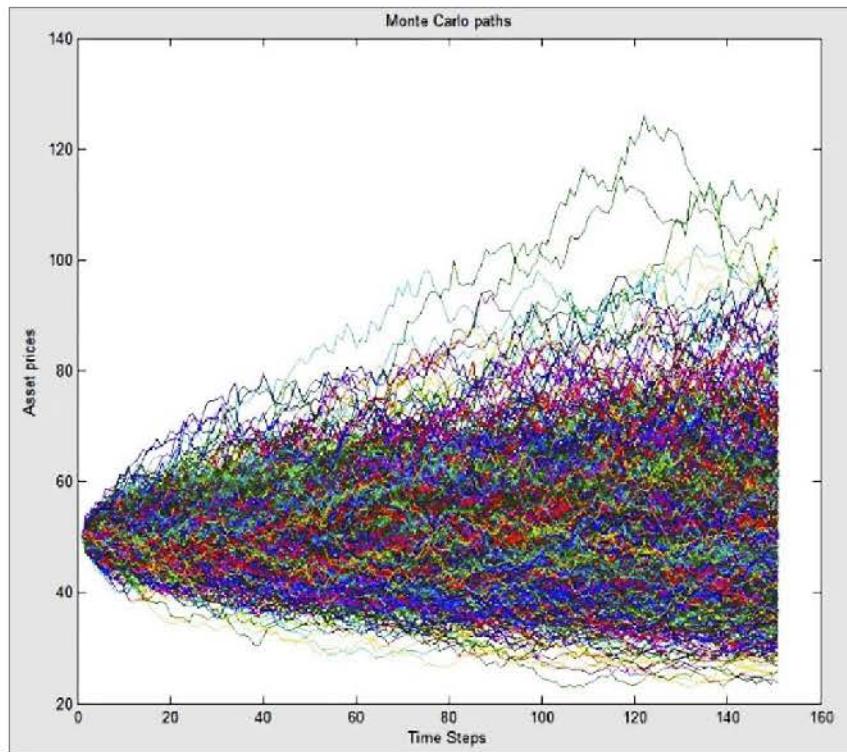


МИЭТ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
Лабораторные работы для студентов 4 курса

Метод Монте-Карло



В отличие от обычной модели прогнозирования, метод Монте-Карло предсказывает набор результатов на основе предполагаемого диапазона значений, а не набора фиксированных входных значений.

Другими словами, моделирование методом Монте-Карло создает модель возможных результатов с использованием распределения вероятностей, например равномерного или нормального распределения, для любой переменной, которая содержит в себе элемент неопределенности.

Затем выполняется повторное вычисление результатов с другими наборами случайных чисел в диапазоне от минимального до максимального значений. В типичном эксперименте Монте-Карло данная операция повторяется несколько тысяч раз для создания большого числа вероятных результатов.

Метод Монте-Карло



Метод Монте-Карло имеет две особенности:

1. Простая структура вычислительного алгоритма
2. Погрешность вычислений ε , как правило, пропорциональна,

$$\varepsilon = \frac{D}{N}$$

где D – некоторая постоянная, N – число испытаний.

Отсюда видно, что для того, чтобы уменьшить погрешность в 10 раз (иначе говоря, чтобы получить в ответе еще один верный десятичный знак), нужно увеличить N (т.е. объем работы) в 100 раз.



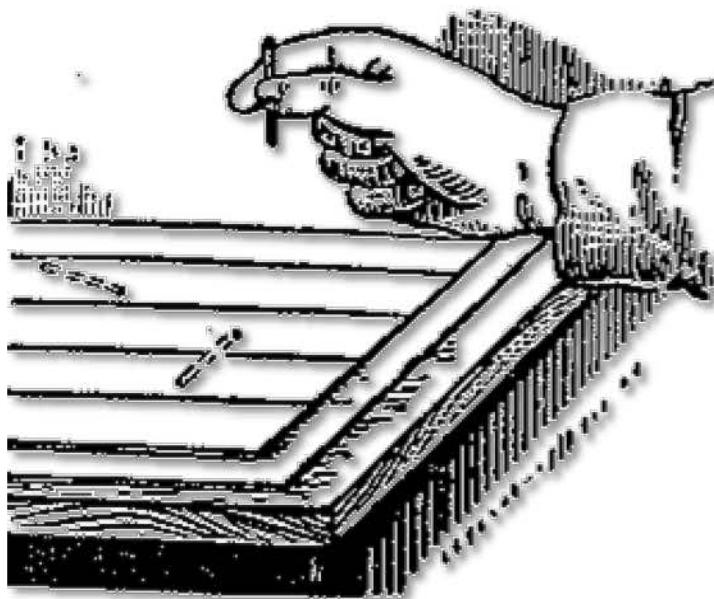
ЗАДАЧА БЮФФОНА



НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

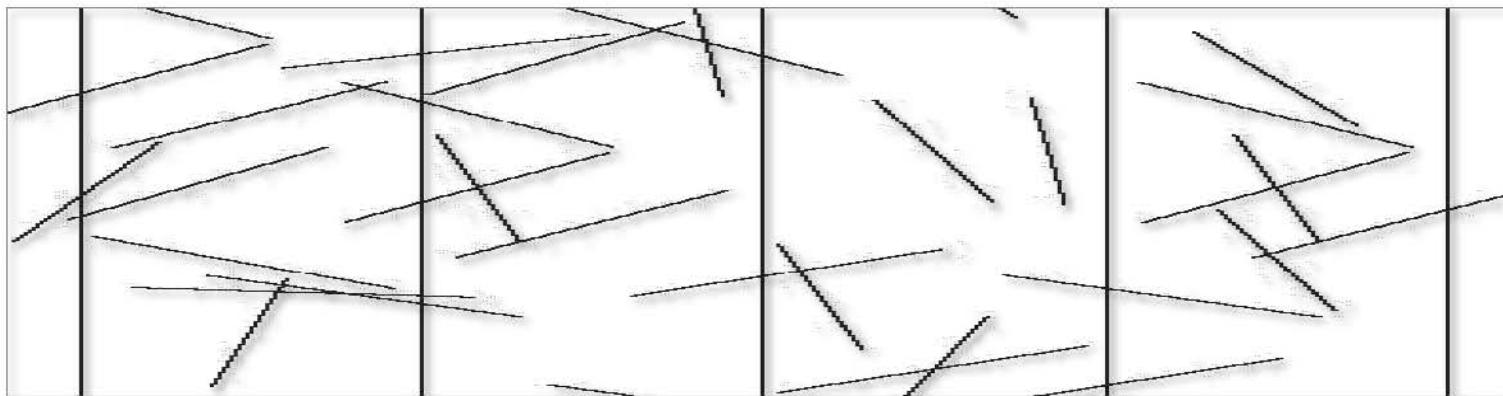
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
Лабораторные работы для студентов 4 курса

Задача Бюффона

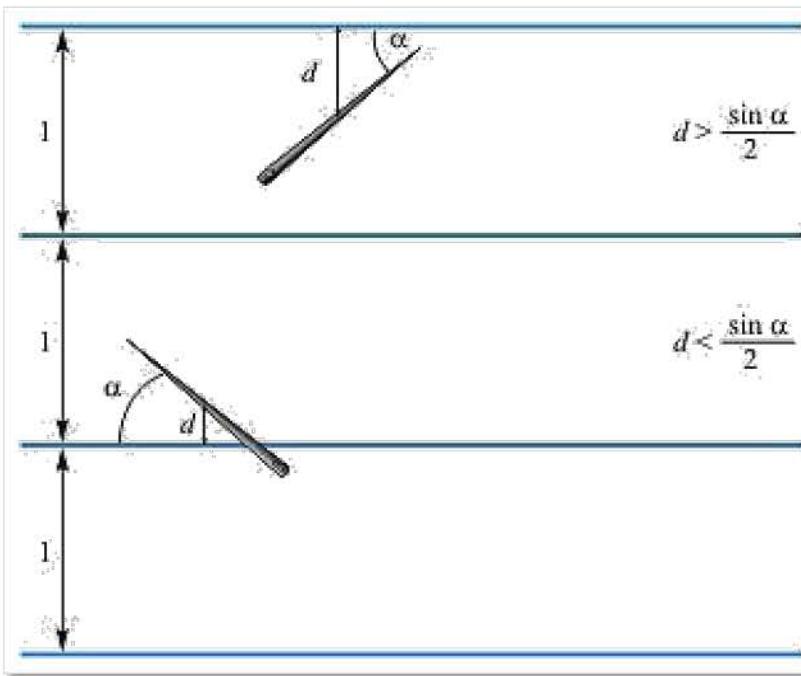


Задача Бюффона о бросании иглы — один из первых примеров применения метода Монте-Карло и рассмотрения понятия геометрической вероятности.

Задача была сформулирована Бюффоном в 1777 году. Оказалось, что эта задача сделала возможным определение числа π вероятностными методами.



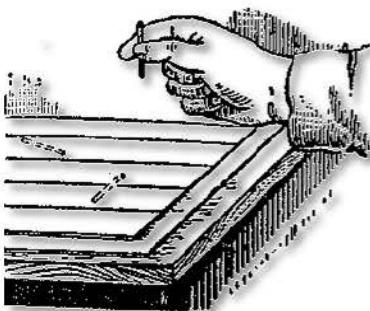
Задача Бюффона



Плоскость разлинована параллельными прямыми, находящимися друг от друга на расстоянии l . Игла (отрезок) длины L падает на плоскость случайным образом. Какова вероятность, что игла пересечет какую-либо начертанную прямую?

Пусть игла каким-то образом упадет и прямая, ближайшая к ее центру, находится от этого центра на расстоянии d . Ясно, что $d \leq 1/2$. Угол α между игрой и прямой (выраженный в радианной мере) лежит на отрезке от 0 до $\pi/2$. Условие, согласно которому игла пересекает прямую, $d > (1/2) \sin \alpha$.

Задачи для самостоятельно решения



- *Метод Монте-Карло*

1. Определять число π рассчитывая площадь круга и площадь четверти круга.
2. Сравнить полученные результаты при равном количестве случайных бросаний

- *Задача Бюффона*

1. Исследовать зависимость точности расчета числа π от числа бросков
2. Исследовать зависимость точности расчета числа π от соотношения длины иглы к расстоянию между параллельными прямыми при равном количестве случайных бросков