Отчет по лабораторной работе №3 по Мат Моделированию

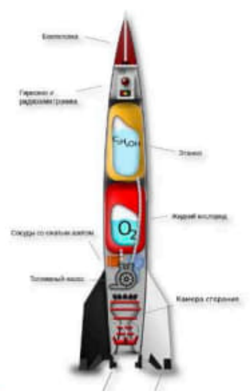
1-2. Содержательная постановка задачи

Необходимо разработать и описать математическую модель движения двухступенчатой ракеты.
Цели исследования:

- Исследовать зависимость дальности полета двухступенчатой ракеты от начальной высоты полета.
- Исследовать зависимость дальности полета от угла полета.
- Изучить влияние соотношения масс топлива в каждой ступени на дальность полета.

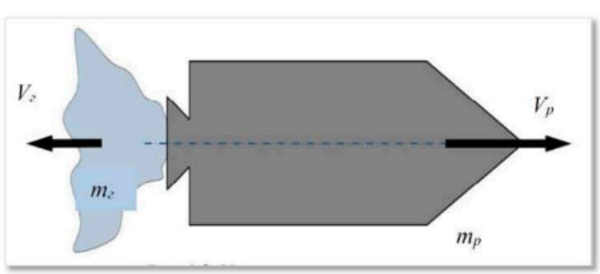
Исходные данные:

- m_p - масса ракеты;
- $m_{\text{н}}$ - масса нагрузки;
- $m_{\text{г}}$ - масса топлива в каждой ступени;
- $V_{\text{г}}$ - скорость движения газов;
- V_0 - начальная скорость ракеты;
- Углы полета θ (в градусах);
- Начальные высоты полета h_0;



3. Концептуальная постанока задачи

Представим ракету в виде упрощенной модели. Масса ракеты складывается из массы конструкции ракеты $m_{\text{р}}$ и массы выбрасываемых газов $m_{\text{г}}$. В момент времени t ракета движется со скоростью $V_{\text{р}}$, а выбрасываемые газы движутся со скоростью $V_{\text{г}}$. Будем рассматривать движение ракеты в безвоздушном пространстве. Продукты сгорания покидают кормовые сопла ракеты в системе координат, в которой ракета неподвижна. Считаем ракету математической точкой.



4. Математическая постановка задачи

Рассмотрим движение двухступенчатой ракеты. Для первой ступени ракета движется по уравнению: $V_{p1} = V_0 + V_g \cdot \ln\left(\frac{m_0}{m(t)}\right)$, где $m_0 = m_p + m_{\text{г}1} + m_{\text{г}2} + m_n$. После сжигания топлива первой ступени максимальная скорость будет определяться уравнением: $V_{p1_{max}} = V_g \cdot \ln\left(\frac{m_0}{m_p + m_{г2} + m_n}\right)$.

Для второй ступени скорость определяется как: $V_{p2} = V_{p1_{max}} + V_g \cdot \ln\left(\frac{m_p + m_{г2} + m_n}{m_1(t)}\right)$

и максимальная скорость для второй ступени: $V_{p2_{max}} = V_{p1_{max}} + V_g \cdot \ln\left(\frac{m_p + m_{г2} + m_n}{m_p + m_n}\right)$.

Для расчета дальности полета ракеты мы используем уравнение, в котором учитываются начальная скорость, угол полета и начальна

$$R = V_0 \cdot \cos(\theta) \cdot \left(\frac{V_0 \cdot \sin(\theta) + \sqrt{(V_0 \cdot \sin(\theta))^2 + 2gh_0}}{g}\right).$$

5. Реализация

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def flight_range(V0, g, angle, h_start):
    """
    V0: начальная скорость ракеты
    g: ускорение свободного падения
    angle: угол полета (в градусах)
    h_start: начальная высота
    return: дальность полета
    """
    angle_rad = np.radians(angle)
    term1 = V0 * np.cos(angle_rad) / g
    term2 = V0 * np.sin(angle_rad) / g + np.sqrt((V0 * np.sin(angle_rad))**2 + 2 * g * h_start)
    return term1 * term2

def analyze_flight_ranges(V_g, m_p, m_n, m_t, angles, h_start_values, g=9.81):
    """
    V_g: скорость истекания газов
    m_p: масса полезной нагрузки
    m_n: масса несгоревшей конструкции
    m_t: общая масса топлива
    angles: список углов полета (в градусах)
    h_start_values: список начальных высот
    g: ускорение свободного падения
    """
    for h_start in h_start_values:
        distances = []
        for angle in angles:
            V0 = V_g * np.log((m_p + m_n + m_t) / (m_p + m_n))
            distance = flight_range(V0, g, angle, h_start)
            distances.append(distance)

        plt.plot(angles, distances, label=f"Начальная высота {h_start:.0f} м")

    plt.xlabel("Угол полета (градусы)")
    plt.ylabel("Дальность полета (м)")
    plt.title("Дальность полета от угла полета и начальной высоты")
    plt.legend()
    plt.grid(True)
    plt.show()



V_g = 2500
m_p = 500
m_n = 1500
m_t = 3000
angles = np.linspace(10, 80, 15)
h_start_values = np.linspace(0, 10000, 5)

analyze_flight_ranges(V_g, m_p, m_n, m_t, angles, h_start_values)
```

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def rocket_range(initial_height, launch_angle, fuel_ratio1):
    g = 9.81
    v0 = 1000

    launch_angle_rad = np.radians(launch_angle)


    v0_x = v0 * np.cos(launch_angle_rad)
    v0_y = v0 * np.sin(launch_angle_rad)


    time_of_flight = (v0_y + np.sqrt(v0_y**2 + 2 * g * initial_height)) / g


    range_distance = v0_x * time_of_flight

    return range_distance


initial_heights = [0, 1000, 2000, 3000]
launch_angles = np.arange(0, 91, 10)


fuel_ratios1 = np.arange(0.3, 0.81, 0.1)


results = {}

for initial_height in initial_heights:
    for launch_angle in launch_angles:
        for fuel_ratio1 in fuel_ratios1:
            fuel_ratio2 = 1 - fuel_ratio1
            range_distance = rocket_range(initial_height, launch_angle, fuel_ratio1)
            results[(initial_height, launch_angle, fuel_ratio1, fuel_ratio2)] = range_distance


fig = plt.figure(figsize=(12, 8))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')

X = []
Y = []
Z = []
C = []

for (height, angle, fuel1, fuel2), distance in results.items():
    X.append(height)
    Y.append(angle)
    Z.append(fuel1)
    C.append(distance)


sc = ax.scatter(X, Y, Z, c=C, cmap='viridis', marker='o')
ax.set_xlabel('Начальная высота (м)')
ax.set_ylabel('Угол полета (градусы)')
ax.set_zlabel('Доля топлива первой ступени')
ax.set_title('Дальность полета двухступенчатой ракеты')
plt.colorbar(sc, label='Дальность полета (м)')
plt.show()
```

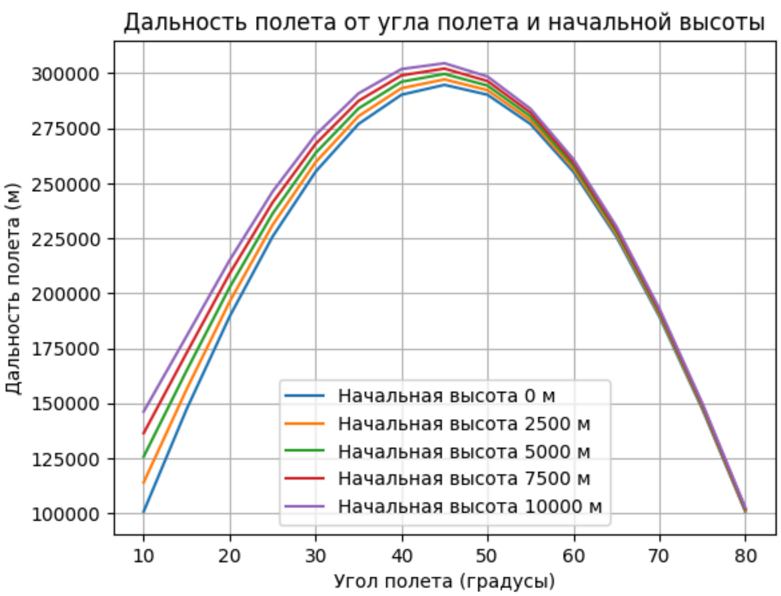
6. Качественный анализ задачи

Выполним контроль размерности задач:\

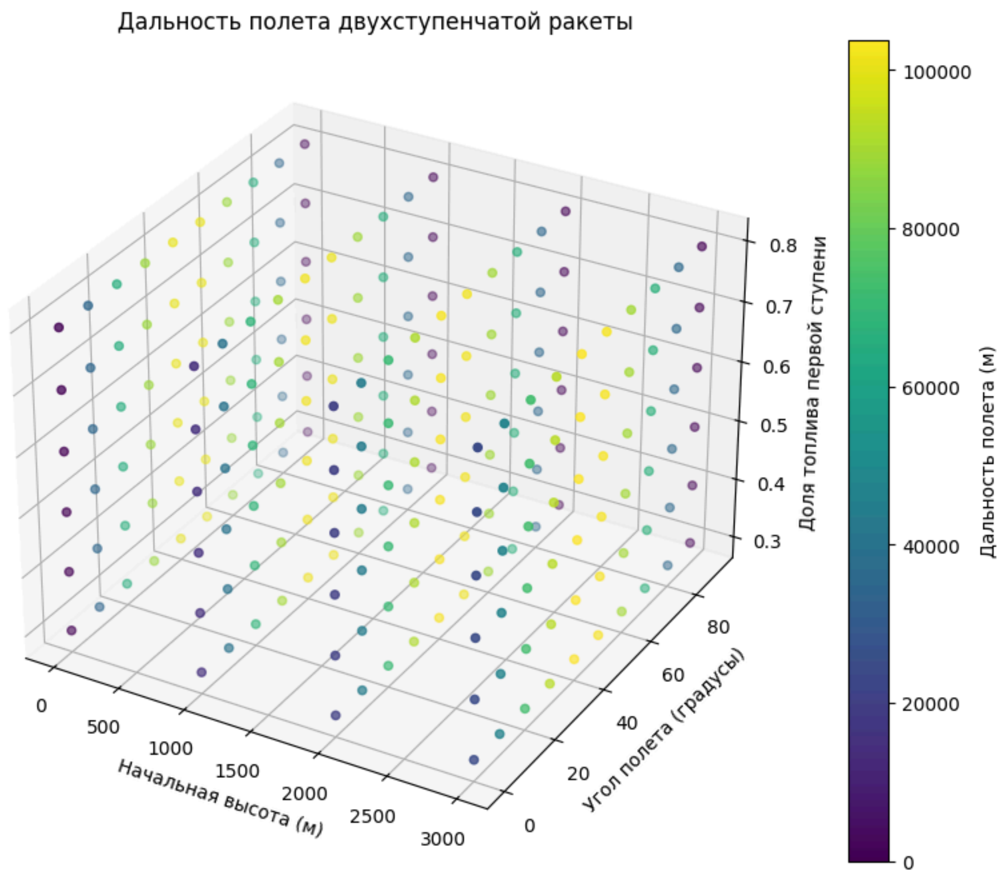
Выполним контроль размерности задач: $R = V_0 \cdot \cos(\theta) \cdot \left(\frac{V_0 \cdot \sin(\theta) + \sqrt{(V_0 \cdot \sin(\theta))^2 + 2gh_0}}{g}\right) \Rightarrow [\text{м}] = [\text{м}/s] \cdot [1] \cdot \left(\frac{[\text{м}/s] \cdot [1] + \sqrt{}}{}\right.$

7. Численное иследование модели

При исследовании задачи было получено следующее решение:
Для первого пункта



Для второго пункта


Дальность полета двухступенчатой ракеты
Начальная высота (м)
0
500
1000
1500
2000
2500
3000
Угол полета (градусы)
0
20
40
60
80
Доля топлива первой ступени
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
Дальность полета (м)
0
20000
40000
60000
80000
100000