

程序作业

编写程序求解两点边值问题

$$\begin{aligned}-u'' &= f, \quad 0 < x < 1, \\ u(0) &= u(1) = 0,\end{aligned}$$

选取等距网格剖分，有限元空间选取分段线性多项式空间 V_h 。取 $f(x) = 2 \cos x - (x-1) \sin x$, $u(x) = (x-1) \sin x$ 测试你的程序，并计算如下误差

$$\|u - u_h\|_{L^2[0,1]}, \quad \|u - u_h\|_{H^1[0,1]}$$

- L^2 范数

$$\|w\|_{L^2[0,1]} = \left(\int_0^1 w^2 dx \right)^{\frac{1}{2}}$$

- $H^1[0,1]$ 范数

$$\|w\|_{H^1[0,1]} = \left(\int_0^1 (w^2 + (w')^2) dx \right)^{\frac{1}{2}}$$

对 $N = 10, 20, 40, 80$ 给出两种空间的数值解结果。利用公式计算算法的收敛阶。

$$Ord = \frac{\ln(Error_{old}/Error_{now})}{\ln(N_{now}/N_{old})}$$

输出形式如下： 对得到的结果进行讨论。

N	L^2 error	order	H^1 error	order
10		—		—
20				
40				
80				