

程序作业

编写程序求解两点边值问题

$$\begin{aligned}-u'' &= f, \quad 0 < x < 1, \\ u(0) &= u(1) = 0,\end{aligned}$$

选取等距网格剖分，有限元空间选取为分段连续二次多项式空间，每个单元基函数利用单元 $I_j = [x_{j-1}, x_j]$ 端点 x_{j-1}, x_j 和中点 $\frac{1}{2}(x_{j-1} + x_j)$ 得到。

1. 写出全局基函数、局部基函数以及标准单元对应的形函数
2. 计算对应的全局刚度矩阵和局部刚度矩阵
3. 取 $f(x) = -(2 \cos x - (x - 1) \sin x)$, $u(x) = (x - 1) \sin x$ 测试你的程序，并计算如下误差

$$\|u - u_h\|_{L^2[0,1]}, \quad \|u - u_h\|_{H^1[0,1]}$$

对 $N = 10, 20, 40, 80$ 给出两种空间的数值解结果。利用公式计算算法的收敛阶。

$$Ord = \frac{\ln(Error_{old}/Error_{now})}{\ln(N_{now}/N_{old})}$$

输出形式如下：

N	L^2 error	order	H^1 error	order
10		—		—
20				
40				
80				

4. 对得到的结果进行讨论。