

# 热力学与统计物理

孙天阳

中国科学技术大学数学科学学院

`tysun@mail.ustc.edu.cn`

2025 年 12 月 7 日

# 目录

目录 . . . . .	1
1 引言 . . . . .	2
2 Liouville 方程 . . . . .	3

## 1 引言

统计力学研究多粒子系统的宏观行为。如果我们假设粒子服从经典哈密顿力学，发展出来的理论便是经典统计力学，底层的数学语言是辛流形及其上的哈密顿函数；如果我们假设粒子服从量子力学，发展出来的理论便是量子统计力学，底层的数学语言是希尔伯特空间及其上的哈密顿算符。这两套框架高度平行，有很多相似的数学结构。正如经典哈密顿力学是量子力学在宏观尺度下的有效近似，量子统计力学也比经典统计力学更加基础普适，许多现象如黑体辐射如果用经典统计力学处理，会给出错误或发散的结果，只有量子统计力学才能正确描述。

在统计力学的学习过程中，我们会定义  $T, P, U, S$  等宏观量，这是热力学的研究对象。传统的教学逻辑是，先讲一遍唯象热力学，再在统计力学的框架下重新得到。但唯象热力学的引入，包含了大量的循环论证，是我不能接受的，所以这里我们直接学统计力学。

## 2 Liouville 方程

让我们研究有  $N$  个粒子的系统, 设配置空间为  $Q$ , 它是一个  $3N$  维的流形, 相空间为  $T^*Q$ , 是一个  $6N$  维的流形. 相空间中的一个点是整个系统可能处于的一个状态, 哈密顿力学就是研究从相空间中的一个点出发如何进行时间演化. 而在统计力学中, 由于自由度的数目过于巨大, 单个轨道的信息太细致且不可观测, 因此我们不再只跟踪一个具体的点, 而是考虑  $T^*Q$  上的一个概率测度  $\mu$ .

考虑  $T^*Q$  上的 Liouville 体积形式  $\Omega$ , 然后假设  $\mu$  关于  $\Omega$  是绝对连续的