

# Типы уравнений

Бирюк Илья Александрович

1 октября 2024 г.

## Содержание

1	Метод вариации произвольных постоянных (Правило Лагранжа)	3
2		4

# 1 Метод вариации произвольных постоянных (Правило Лагранжа)

Дано:  $D^2x - 2Dx + x = e^t/(t^2 + 1)$

1. Решаем  $\lambda$

$$\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$$

$$\lambda_1 = 1, k = 2$$

2. Выводим  $X_{oo}$

$$X_{oo} = (C_0 + C_1 t)e^t$$

$$\text{Идеал: } X_{oo} = \sum_{i=1}^n (C_0 + C_1 t + \dots + C_{k_i-1} t^{k_i-1}) e^{\lambda_i}$$

3. Составляем систему уравнений

Идеал:

$$\begin{cases} \psi_0 Du_0 + \dots + \psi_{n-1} Du_{n-1} = 0, \\ D\psi_0 Du_0 + \dots + D\psi_{n-1} Du_{n-1} = 0, \\ \dots \\ D^{n-2}\psi_0 Du_0 + \dots + D^{n-2}\psi_{n-1} Du_{n-1} = 0, \\ D^{n-1}\psi_0 Du_0 + \dots + D^{n-1}\psi_{n-1} Du_{n-1} = f. \end{cases}$$

Для того чтобы получить какие-либо  $\psi$  Надо взять  $X_{oo}$  и подставить некоторые, базисные  $C$

$$\begin{cases} \psi_0 = [C_0 = 1, C_1 = 0] = (1 + 0 * t)e^t = e^t \\ \psi_1 = [C_0 = 0, C_1 = 1] = (0 + 1 * t)e^t = te^t \end{cases}$$

4. Решаем систему

$$\begin{cases} e^t Du_0 + te^t Du_1 = 0, \\ e^t Du_0 + (e^t + te^t) Du_1 = \frac{e^t}{t^2 + 1}, \end{cases}$$

5. Подставляем

$$x_{\text{чн}}(t) = \sum_{k=0}^{n-1} u_k(t) \psi_k(t)$$

6. Складываем  $x = x_{oo} + x_{\text{чн}}$

## 2 Правило Коши