Типы уравнений

Бирюк Илья Александрович

2 октября 2024 г.

Содержание

1

Теорема: Пусть G-(n,m) граф, k - число компонент связности

Тогда: $n-k \leq m \leq \frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$

Доказательство:

$m \leq n-k$ - Доказывается по мат индукции

$m \leq \frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$ -

Нарисовать 1

Берём $k \geq 2$

Самый экстримальный случай, изолированные вершины и K_{n-k+1}, тогда число рёбер $C^2_{n-k+1} = \frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$

Теорема: Пусть G связный граф и $e \in E(G)$

1. Если e принадлежит некоторому циклу, то G - e связен

2. Если e не, то G-e содержит ровно 2 компоненты связности

Доказательство:

1. $e = uv \in E(G)$

2. Разорвём связь, тогда наш граф разделим на две части $u \in G_u$ и $v \in G_v x \in V(G)$

2 Метрические характеристики графов

Для параграфа: G - связен

Определение: Расстояние $d(u,v)$ между вершинами $u \neq v$ графа G - длинна кратчайшей простой цепи, если $u = v$, то $d(u,v) = 0$

Свойства:

1. $d(u,v) \geq 0$ и $d(u,v) = 0 \leftrightarrow u = v, \forall u, v \in V(G)$ - Свойство неотррицательности

2. $d(u,v) = d(v,u), \forall u, v \in V(G)$ Свойство симметрии

3. $d(u,v) \leq d(u,w) + d(w,u), \forall u, v \in V(G)$ - свойство треугольников

Определение: Экстриситент вершины - $e(v) = maxd(v,u), v \in V(G)$ (максимальное расстояние от вершины до другой какой-либо вершины графа)

Определение: радиус графа - $r(G) = \min e(v), v \in V(G)$

Определение: диаметр графа - $d(G) = \max e(v), v \in V(G)$

Определение: Вершина в графа ж называется центральной, если $e(v) = r(G)$ и перефирической, если $e(v) = d(G)$ Определение: Центр графа, множество всех его центральных вершин, перефирия, перефирийных.

Пример 2

Теорема: Для любого графа н существует граф ж, центр которого порождает н. Доказательство: 3 Теорема: Для любого связного графа ж верно: $r(G) \leq diam(G) \leq 2r(G)$ Доказательство: $r(G) \leq diam(G)$ - очевидно $diam(G) \leq 2r(G)$ 4