

A Combined Corner and Edge Detector^[1]

陳冠霖

這篇論文是用於尋找圖片邊緣(edge)與角點(corner)，方法是基於Moravec 並改良，改良後的方法有以下四步，如圖 1。

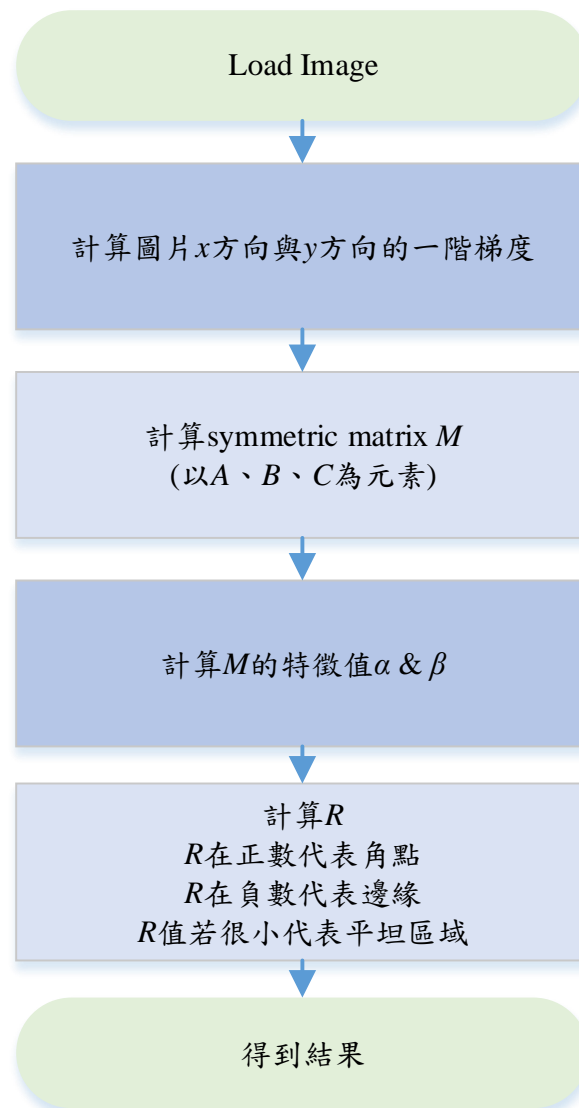


圖 1. 方法流程圖

每步驟具體的說明如下：

1. 計算圖片的一階梯度，用近似值計算只需要將圖片做卷積計算，計算 X 方向與 Y 方向的結果。將圖片與 $[-1 \ 0 \ 1]$ 和它的轉置矩陣分別計算卷積結果即為所求，其中 I 為輸入圖片。

$$X = I * [-1 \ 0 \ 1] \approx \frac{\partial I}{\partial x} \quad (1)$$

$$Y = I * \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \approx \frac{\partial I}{\partial y} \quad (2)$$

2. 計算 symmetric matrix M ，首先需要計算圖片在一個小方向位移後的強度變化 $E_{x,y}$ 。其中 $w_{u,v}$ 是一個卷積矩陣(3)，舊方法使用一個元素為 1 其餘為 0 的方式，但這會使響應有雜訊，故改成更平滑的方式。 $I_{x+u,y+v}$ 是指圖片從 (x, y) 像素處移動了 (u, v) 後的圖片像素強度。從論文中公式可以得知 $E_{x,y}$ 其計算方法(4)，接著進行化簡，化簡時的計算過程如(5)。接著將結果帶換成 A 、 B 、 C ，如(6)。此時可以將原式改寫成較簡潔的方式(7)並化為矩陣計算方式，即可求得矩陣 M 。

$$w_{u,v} = e^{\frac{-(u^2+v^2)}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

$$E_{x,y} = \sum_{u,v} w_{u,v} [I_{x+u,y+v} - I_{u,v}]^2 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} E_{x,y} &= \sum_{u,v} w_{u,v} [I_{x+u,y+v} - I_{u,v}]^2 \\ &= \sum_{u,v} w_{u,v} \left[I_{u,v} + \frac{\partial I}{\partial x}(x+u-u) + \frac{\partial I}{\partial y}(y+v-v) - I_{u,v} \right]^2 \\ &= \sum_{u,v} w_{u,v} \left[\frac{\partial I}{\partial x}(x) + \frac{\partial I}{\partial y}(y) \right]^2 \\ &= \sum_{u,v} w_{u,v} [Xx + Yy]^2 \\ &= \sum_{u,v} w_{u,v} [X^2x^2 + 2XYxy + Y^2y^2] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} A &= X^2 * w_{u,v} \\ B &= Y^2 * w_{u,v} \\ C &= (XY) * w_{u,v} \\ E_{x,y} &= Ax^2 + 2Cxy + By^2 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & C \\ C & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

3. 求矩陣 M 之特徵值 α, β ，此特徵值為論文中 Figure 5. 的兩軸，且根據論文所述， α, β 與局部自相關函數(local autocorrelation function)的曲率成正比，這也形成了矩陣 M 的旋轉不變。此時有三個情況可以被討論：

I. α, β 皆小：代表曲率小、局部自相關函數是平坦的，圖片附近區域的強度差距不大。

II. α 大、 β 小或者 α 小、 β 大：代表曲率一邊高一邊低，局

部自相關函數是脊狀的，此時沿著脊狀移動的的變化小，垂直於脊狀移動的變化大，表示為邊緣。

III. α 、 β 皆大：代表兩者曲率皆高，局部自相關函數達到峰值，所以任何方向的偏移都會有差異，表示為角點。

4. 計算響應度量 R ，計算方式首先因為旋轉不變性，故計算 M 的跡數 $Tr(M)$ 與行列式值 $Det(M)$ ，分別如(8)與(9)。接著計算響應 R ，如(10)，其中 k 為常數。若 R 為正數則代表為角點； R 為負數代表為邊緣； R 若值小代表為平坦區域，如圖 2。

$$Tr(M) = \alpha + \beta = A + B \quad (8)$$

$$Det(M) = \alpha\beta = AB - C^2 \quad (9)$$

$$R = Det(M) - kTr(M)^2 \quad (10)$$

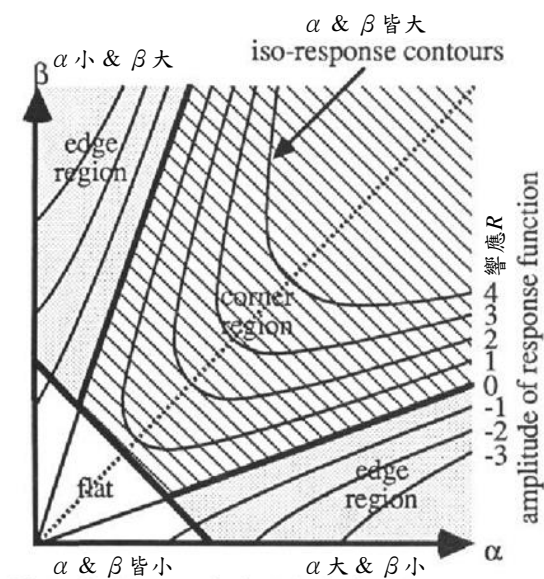


圖 2. 特徵值判斷區域與響應 R 判斷曲線[1]

論文最後提及到，連接補全與自適應計算閾值(R 的區間在哪裡到哪裡會被判斷為角點、邊、平坦區域等)還需要再持續研究。

在論文發表後 40 年的今天已經有許多偵測邊緣與角點的方式被發現了，但就我所知都是使用深度學習，在閾值最佳化與超參數最佳化應該使用深度學習可以更好解決問題。

References

- [1] C. Harris and M. Stephens, "A Combined Corner and Edge Detector," in *Proceedings of the Alvey Vision Conference 1988*, Alvey Vision Club, 1988, pp. 23.1-23.6. doi: 10.5244/C.2.23.