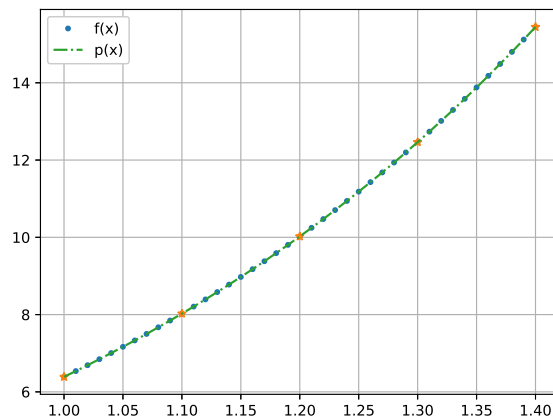


## 1η Άσκηση

Ζητείται το πολυώνυμο τετάρτου βαθμού Lagrange που παρεμβάλει την  $f(x) = e^{2x} - 1$  στα σημεία  $x = 1, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ . Η επίλυση αυτού το προβλήματος είναι απλή. Γίνεται εφαρμογή των εξισώσεων (1) και (2), με το αποτέλεσμα να δίνεται στο Σχήμα 1.

$$L_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^4 \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \quad (1)$$

$$p_4(x) = \sum_{i=0}^4 L_i(x) f(x_i) \quad (2)$$



Σχήμα 1: Παρεμβολή με πολυώνυμο Lagrange

Η τιμή της συνάρτησης στο σημείο  $x = 1.25$  είναι  $f(1.25) = 11.1824939607$  ενώ η τιμή του πολυωνύμου είναι  $p_4(1.25) = 11.1824517251$ . Παρατηρείται ότι η διαφορά των δύο τιμών είναι της τάξης του  $10^{-5}$ .

Παρακάτω ακολουθεί ο κώδικας που γράφτηκε σε Python και έγινε χρήση της βιβλιοθήκης Numpy.

---

ex1.py

```

1 import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def f(x):
6     return np.exp(2 * x) - 1.

def L(x, i, xValues):
    """Evaluates ith degree
11    Lagrange Polynomial"""
    xi = xValues[i]
    product = 1.
    for j, xj in enumerate(xValues):
        if j != i:
16            product = product * (x - xj) / (xi - xj)
    return product

def Lagrange(x, xValues, fValues):
21    """Evaluates Lagrange Polynomial"""
    val = 0.
    for i, fi in enumerate(fValues):
        val = val + L(x, i, xValues) * fi
    return val

26
xValues = np.array([1, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4])
fValues = f(xValues)
p = Lagrange(1.25, xValues, fValues)
31 print('Function Value f(1.25)=', f(1.25))
print('Lagrange polyn p(1.25)=', p)

plt.close('all')
x = np.arange(1.0, 1.41, 0.01)
36 ps = Lagrange(x, xValues, fValues)
plt.plot(x, f(x), 'r.', label='f(x)')
plt.plot(xValues, fValues, 'b*')
plt.plot(x, ps, 'g-', label='p(x)')
plt.legend()

```

```
41 plt.grid()
```