

# 第1讲

## 函数极限与连续

### 知识结构



#### ① 函数极限的定义及使用

5'

定义  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \Leftrightarrow x \rightarrow x_0 \text{ 时, } \exists \varepsilon > 0, |f(x) - A| < \varepsilon$

是常数  $A$  是常数

唯一性  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A, \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$

使用 局部有界性  $x \rightarrow x_0 \text{ 时, } \exists M > 0, |f(x)| \leq M$

若  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = B$  局部保号性 (脱帽法)  $x \rightarrow x_0 \text{ 时 } A > 0, \text{ 则 } f(x) > 0$

等式脱帽法  $f(x) = A + \alpha, \text{ 其中 } \lim_{x \rightarrow x_0} \alpha = 0$

#### ② 函数极限的计算

5' + 10'

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  能算

化简先行 恒等变形 及时提出极限存在且不为 0 的因式

洛必达法则 不满足条件则夹逼

泰勒公式 熟记常用公式 展开原则 上下同阶, 最低

无穷小比阶

#### ③ 函数极限的存在性

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  不能算

具体型(若洛必达法则失效, 用夹逼准则)  
抽象型(单调有界准则) 12'

#### ④ 函数极限的应用 —— 连续与间断

5'

研究位置 无定义点  
分段函数的分段点

连续 内点处  
端点处

间断 第一类间断点 { 跳跃间断点  
可去间断点  
第二类间断点 { 无穷间断点  
振荡间断点

注凡  $f(x) - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$   
牛莱  $\int_{x_0}^x f(x) dx = f(x) - f(x_0)$   
泰勒 同于  $f^{(n)}(x_0), n \geq 2$   
微分  $\int_{x_0}^x f(x) dx = f'(x_0)(x - x_0)$   
见  $f, f'$  用拉-牛莱  
见  $f - f'$  同拉  
见  $f$  与  $f^{(n)}$  同泰勒  
见 泰勒, 微分, 积分形式, 用微分  
积分, 泰勒, 微分, 积分  
见 泰勒, 微分, 积分, 泰勒