# 1. Diseño mediante síntesis directa

Se calculan reguladores por el método de Truxal.

- Si el proceso tiene un tiempo muerto $d$, el sistema en cadena cerrada no puede tener un valor menor.

$$gr[L(z)] - gr[N(z)] \geq gr[A(z)] - gr[B(z)] \tag{2.14}$$

- Se obtendrá el mismo tiempo muerto $d$, salvo que en el regulador $G_R$ se introduzca un nuevo retardo por tener más ceros que polos.

- Los polos y ceros del proceso externos a la circunferencia unidad no se deben cancelar con los ceros y polos del regulador, por lo que dichos factores no pueden aparecer en $G_R(z)$.

- Asignación de polos (del sistema en cadena cerrada). Permite especificar (en parte[1] (interesa por tanto que estén alejados de la circunferencia unidad).) la respuesta transitoria, a través de un sistema de segundo orden, y poniendo el resto de los polos en $z = 0$.

- Tiempo finito. Todos sus polos están en el origen. Se caracterizan porque alcanzan el valor final de la respuesta ante una entrada dada en un tiempo finito, SIN OSCILAR LA SECUENCIA DISCRETA. En el caso de control en tiempo real, el sistema continuo si oscilaría ligeramente. Se refiere a que aunque en los instantes de muestreo los valores sean los dados por el sistema discreto, el sistema continuo asociado podría tomar valores distintos entre los instantes de muestreo.

- Tiempo mínimo. Como los de tiempo finito, pero realizando TODAS las cancelaciones POSIBLES (no se consideran posibles las de polos y ceros externos).

- Respuesta en permanente. Si se desea obtener error de posición nulo y el proceso no posee un polo en $z = 1$, entonces el regulador debe incluir un polo (por lo menos) en dicho punto. También es necesario esto para eliminar el efecto sobre el permanente de las perturbaciones deterministas.

- Simplicidad. Interesa que el número de polos y ceros del regulador sea mínimo. Esta propiedad es opuesta a la minimización de $m$ (para obtener un sistema de tiempo mínimo).

## 1.1. Métodos de cálculo

### 1.1.1. Método de asignación de polos

El transitorio puede venir especificado por $M_p$, $n_p$, y $n_s$. Las fórmulas aplicables son

$$n_p = \frac{\pi}{\theta} \tag{2.27}$$

$$M_p = |p|^{n_p} \tag{2.28}$$

$$n_s = \frac{\pi}{\sigma} \tag{2.29}$$

$$|p| = e^{-\sigma} \tag{2.30}$$

La ecuación característica para realimentación unitaria ($H = 1$) es

$$1 + G_R(z)\, BG(z) = 0 \tag{2.32}$$

o sea

$$1 + \frac{Q(z)}{P(z)}\, \frac{B(z)}{A(z)} = 0 \tag{2.33}$$

[1]Es debido a que los ceros que resulten del regulador pueden modificar la dinámica que hemos calculado mediante los polos. Habrá que comprobar que su efecto es despreciable, que implica que los ceros deben ser poco significativos en comparación con las raíces de $z^2 + \alpha\, z + \beta = 0$

en la que se observa que puede haber factores que se anulen entre numerador de $G_R$ y denominador de $G_P$, y viceversa. Operando, resultaría que

$$A(z)\,P(z) + B(z)\,Q(z) = 0 \tag{2.34}$$

Debe hacerse notar que si en la ec. (**??**) se hubiesen anulado factores entre numerador y denominador, la ecuación (2.34) una vez simplificada sería del estilo

$$A'(z)\,P'(z) + B'(z)\,Q'(z) = 0 \tag{2.34-bis}$$

en la que $A'(z)$ sería los polos de $A(z)$ que no se cancelan, $B'(z)$ los ceros del proceso no cancelados (y que por tanto aparecerán en la f.d.t.de cadena cerrada), y $P'(z)$ y $Q'(z)$ los polinomios que necesitamos calcular. El factor $Q'(z)$ no se deja como tal, sino que se pone en función del polinomio $N(z)$, que es el numerador de la f.d.t.de cadena cerrada. Para ello se hace uso de la propiedad que dice que los ceros en cadena cerrada son los del sistema más los del regulador (a menos que se hayan cancelado ceros del proceso con polos del regulador). La ecuación que debemos plantear para hallar los coeficientes del regulador es

$$z^m(z^2 + \alpha\, z + \beta) = A(z)\,P(z) + B(z)\,Q(z) \tag{2.35}$$

La solución es única cuando se tengan tantas ecuaciones como incógnitas. Igualando grados, se tiene que

$$m + 2 = p + a \tag{2.36}$$

y al aplicar la condición (2.14) a la ecuación (**??**) resulta

$$(m + 2) - n \geq a - b \tag{2.38}$$

#### 1.1.2. Método de tiempo finito

Todos los polos de cadena cerrada están en el origen ($z = 0$). En dichos sistemas, la respuesta impulsional se puede obtener fácilmente como la secuencia formada por los coeficientes de $\{b_0, b_1, b_2, \ldots\}$, que es la que resulta de multiplicar la f.d.t.por $z^{-m}$, siendo $m$ en número de polos en cadena cerrada (todos en el origen). La respuesta ante escalón se puede conseguir como suma de la secuencia impulsional: $\{b_0, b_0{+}b_1, b_0{+}b_1{+}b_2, \ldots\}$.

#### 1.1.3. Método de tiempo mínimo

Se cancelan todos los polos y ceros de $BG(z)$ interiores a la circunferencia unidad.

### 1.2. Mejora del régimen permanente

Para evitar errores en permanente, puede interesar poner una serie de polos en $z = 1$, lo que se traduce en que en el denominador del regulador habrá un factor $(z - 1)^i$, siendo $G_R$, por tanto, de la forma

$$G_R = \frac{Q(z)}{(z-1)^i\,P(z)} \tag{2.29}$$

### 1.3. Mejora del régimen transitorio

Pueden conseguirse respuestas menos bruscas (menor sobreoscilación, etc.) dando más tiempo para que el sistema se estabilice, lo cual puede conseguirse aumentando $m$ en una unidad, mientras se mantiene fijo $T_m$, por lo que tendremos un grado de libertad. Otra posibilidad es poner un filtro entre la señal de consigna y la entrada al bucle de realimentación, de forma que éste perciba una variación más lenta de la señal de consigna [28].

## 1.4. Notas acerca de los problemas propuestos

- Son interesantes los ejemplos para ver como se aplican en la práctica las ecuaciones del estilo a la (**??**), sobre todo al cálculo de los valores del grado $n$ y a la aplicación correcta de la ecuación (**??**).
- Al incluir integrador en el regulador, la sobreoscilación tiende a aumentar*[40]*.
- Se indica un ejemplo donde se permite incrementar $m$ para obtener el grado de libertad que nos permita obtener menor sobreoscilación. También se hace uso del "truco" de poner el denominador $z^m$ en la forma $((z-1)+1)^m$, por lo que haciendo el desarrollo del binomio de Newton, nos permite poner la f.d.t.de cadena cerrada como factores de $(z-1)^k$ en vez de $z^k$, lo que permite simplificar a la hora de igualar coeficientes, a la vez que garantizamos que no habrá error en permanente, ya que $M(1) = 1$. Hay que andarse con ojo si el factor $K$ que multiplica al proceso no es 1 (estando dicho proceso expresado en la forma de factores $K \cdot \prod(z - c_i)/\prod(z - p_j)$). En ese caso*[45]*, el factor $K$ aparecería multiplicando al cociente de polinomios que definen $M(z)$ y el coeficiente $n_0$ no sería 1, sino $1/K$. Un ejemplo de este caso, si se intenta resolver de esta forma, está en el examen del 1^er^ parcial del 25 de Marzo de 1999.

# 2. Algoritmos de diseño (I)

## 2.1. Algoritmos de tiempo finito (reguladores de Isermann)

- La función de transferencia en cadena cerrada no es preespecificada, sino que viene determinada como resultado del diseño. Todos los polos estarán en el origen.
- No se cancela ningún cero, pero sí todos los polos.
- Se incluye integrador, que anula el error en permanente
- Son muy sencillos de calcular.

## 2.2. Regulador de tiempo finito de orden normal

La señal de control $u$ estará estabilizada tras $m$ periodos de muestreo, y la de salida $y$ tras $m + d$, siendo $d$ el tiempo muerto del proceso.

### 2.2.1. Para procesos con tiempo muerto $d = 0$

Los coeficientes resultantes para el regulador son:

$$q_0 = \frac{1}{\sum b_i} \tag{3.20a}$$

$$q_i = q_0\, a_i, \quad i = 1, \ldots, m \quad \text{(además } \sum q_i = u(m)\text{, por (3.12, H53))} \tag{3.20b}$$

$$p_i = q_0\, b_i, \quad i = 1, \ldots, m \quad \text{(además } \sum p_i = 1\text{, por (3.11))} \tag{3.20c}$$

El regulador resultante ($d = 0$) es

$$G_R = \frac{Q(z^{-1}))}{1 - P(z^{-1}))} = \frac{q_0\, A(z^{-1})}{1 - q_0\, B(z^{-1})} \tag{3.21}$$

El primer valor de la acción de control es

$$u(0) = q_0 = \frac{1}{\sum b_i} \tag{3.22}$$