将棋の実現可能局面数の推計

Statistical estimation of the number of legal positions in Shogi

---

石井颯太郎, 田中哲朗 (東京大学)

GPW2024

2024年 11月 15日

石井颯太郎, 田中哲朗. “将棋の実現可能局面数の推定.” ゲームプログラミングワークショップ2024論文集, pp. 150-157, 情報処理学会, 2024.

本発表の要約

課題

将棋の状態数に関して, 既知の上下界はギャップが大きい.

→ 将棋の状態数を高い精度で正確に推定したい.

提案手法

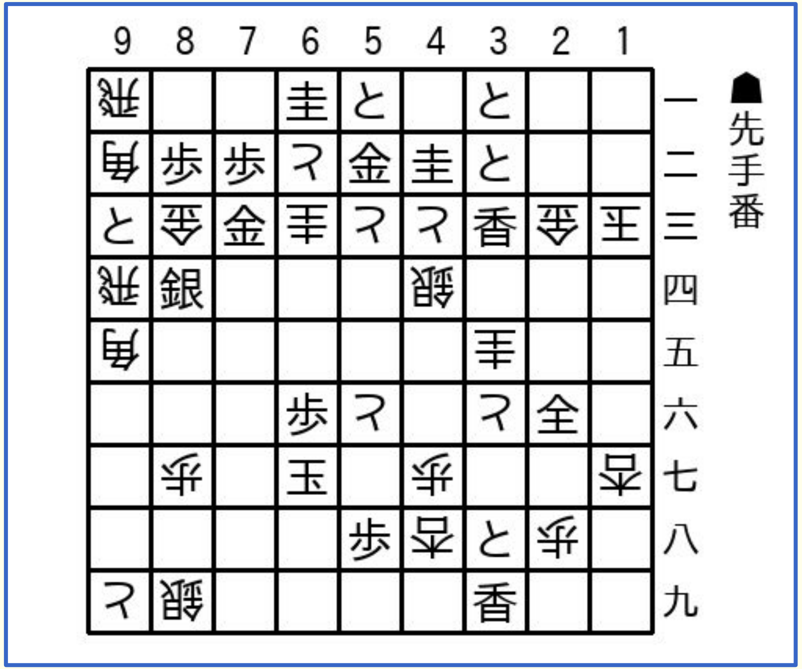
- **将棋の合法局面 (=実現可能局面) の判定手法を開発した.**
- 同アルゴリズムを用いて, **将棋の状態数を推計した.**

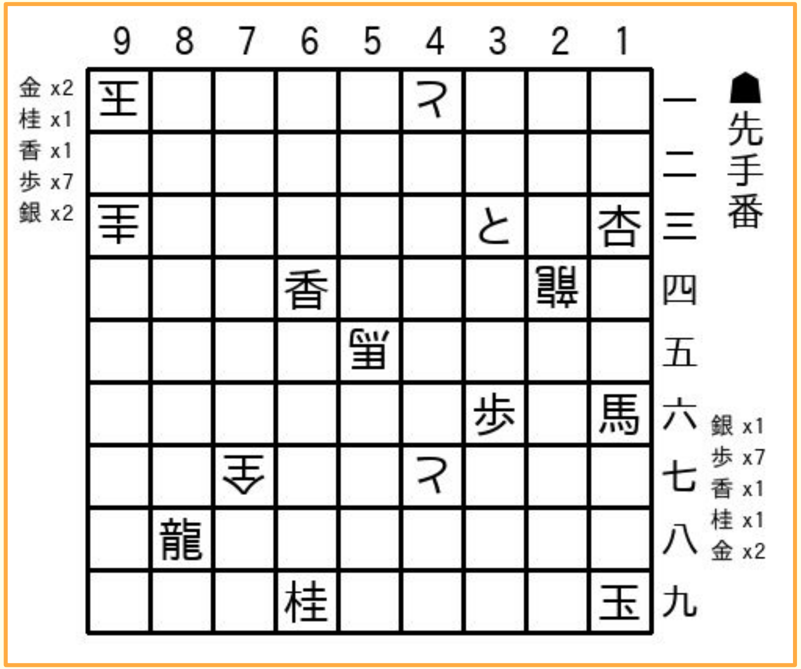
結果

約 6.55×10^{68} 個という**有効数字3桁の推計値**を得た.

本研究で発見した合法な局面の例

どちらも **初期局面から到達可能**
※なぜそう分かるかは後述





研究背景

状態数 (実現可能局面数, 状態空間複雑性) … ゲームの規模を特徴づける量の1つ

- ゲームの規模それ自体が興味の対象になる
- ゲームの解決可能性を測るための目安になる

→ **様々なゲームに対して, 状態数の計算が試みられてきた**

〈参考 : “ゲームの解決” の種類〉

弱解決 = 初期局面のゲーム値も, その証明に必要な各局面での最善手も判明している

強解決 = 初期局面から到達可能な全局面に対して, ゲーム値と最善手が判明している

状態数計算の難しさ

局面だけを見て, それが初手から到達可能か (合法か) 判定することが難しいゲームは, 状態数の計算も難しい傾向にある.

将棋において, 到達可能性の判定が難しい要因:

- 王手の放置が禁止されている
- パスが禁止されている
- 打ち歩詰めが禁止されている

先行研究 … 将棋の状態数

禁則事項を破らない駒配置を **厳密に数え上げることで, 上界・下界が計算されている**

- $4.65 \times 10^{62} \sim 9.14 \times 10^{69}$ (篠田，2008)
- $2.45 \times 10^{64} \sim 6.78 \times 10^{69}$ (都 et al，2022)

➜ しかし, 上下界の大きなギャップは未解決のまま．(到達可能性のチェックが難しいため)

本研究での状態の定義

先行研究と共通

- **千日手・連続王手の回数は考慮しない**
- 先手番の局面のみを考慮

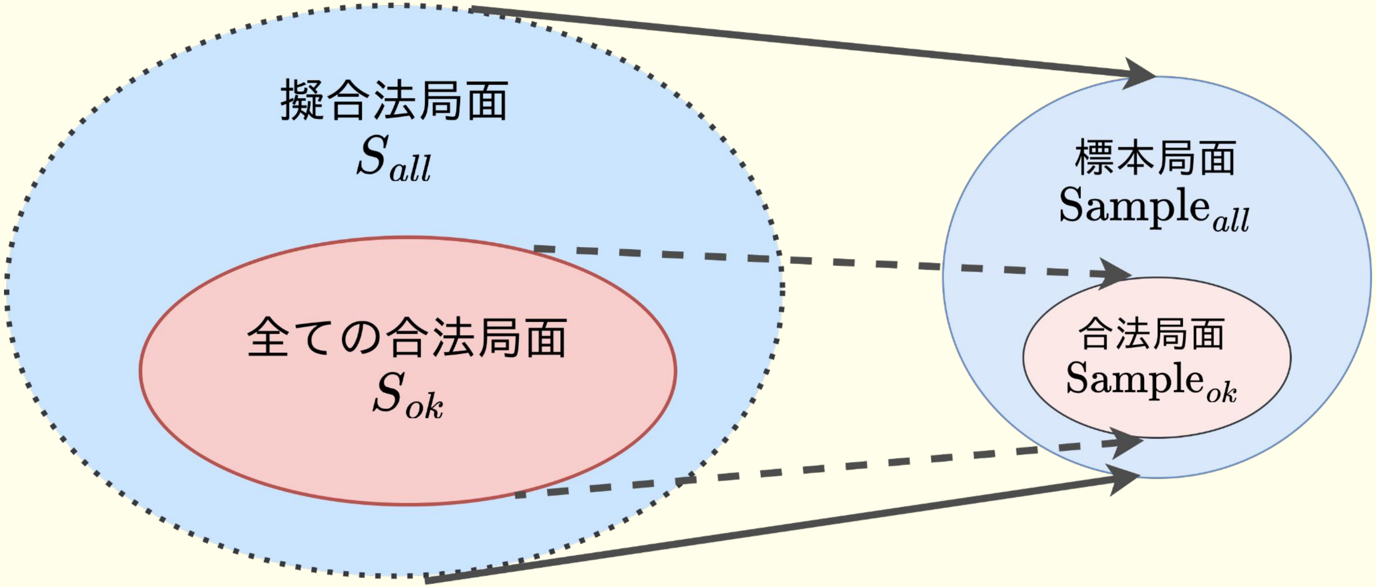
先行研究との違い

左右反転して同一となる2つの局面を同一視

(※将棋ではどの駒の動きも左右対称なため, 左右反転した局面を元と同一とみなすのが自然.)

本研究の手法

統計的推計により, 将棋の状態数を高い精度で求める



※本研究では $|\mathrm{Sample}_{all}| = 5 \times 10^9$ (50億標本) とした.

推計の流れ

1. 標本局面集合 Sample_{all} の生成
2. 合法な標本局面集合 Sample_{ok} の検出
3. 母比率の区間推定

※2. の実行の際に, 局面の合法性判定アルゴリズムが必要

Python実装: https://github.com/u-tokyo-gps-tanaka-lab/shogilib

C++実装: https://github.com/u-tokyo-gps-tanaka-lab/YaneuraOu

手法 > ① 標本局面集団の生成

1. 王将以外の駒種に対して「盤上／駒台に 駒 p が各何枚あるか」のパターンを生成
2. 各パターンに当てはまる駒配置を求める
3. 求めた駒配置に整数を重複なく割り当てる

→ 該当する駒配置 (擬合法局面) の総数 = $|S_{all}|$ ≒ 約 8.09×10^{70} 個 [*]

[*] 厳密には 80, 880, 932, 079, 767, 835, 177, 773, 204, 009, 328, 769, 812, 438, 521, 503, 800, 714, 936, 366, 945, 233, 084, 532 個

手法 > ① 標本局面集団の生成

- 反則（二歩・行きどころのない駒・王手放置）も含めて生成
  - 反則局面は合法性チェックの際に除去
  - 左右対称性や反則をある程度考慮しての生成は, 実装が煩雑
    - 本研究では実装の容易さを重視して, 王2枚の左右対称性のみを考慮して生成
- S_{all} を実際に生成するのではなく, 事前に計算したテーブルを用いて, ある整数と1対1対応する局面を導く
  - 変換手法の詳細は予稿を参照

手法 > ① 標本局面集団の生成

区間　$[0, |S_{all}| - 1]$ 内の整数を1つ生成する事は, 対応する局面を1つ生成する事と等価

➜ この区間内の一様乱数を50億個生成し, 対応する局面に変換

➜ **変換した50億局面を標本として, 合法局面の割合を調べる.**

手法 > ② 標本中の合法局面を見つける

擬合法局面の組から, 2段階に分けて非合法局面を取り除く

A. **盤面を見ただけで分かる反則局面を除去**
   - 二歩, 行き所のない駒, 王手放置
   - ここで左右の対称性のチェックも行う

B. **反則ではないが, 初手から到達できない局面を除去**
   - ここで合法性判定アルゴリズムが必要. 最も難しい

➜ 取り除かれずに残った局面が, 合法局面となる.

手法 > ② 標本中の合法局面を見つける

擬合法局面の組から, 2段階に分けて非合法局面を取り除く

A. 盤面を見ただけで分かる反則局面を除去

- 二歩, 行き所のない駒, 王手放置
- ここで左右の対称性のチェックも行う

B. 反則ではないが, 初手から到達できない局面を除去

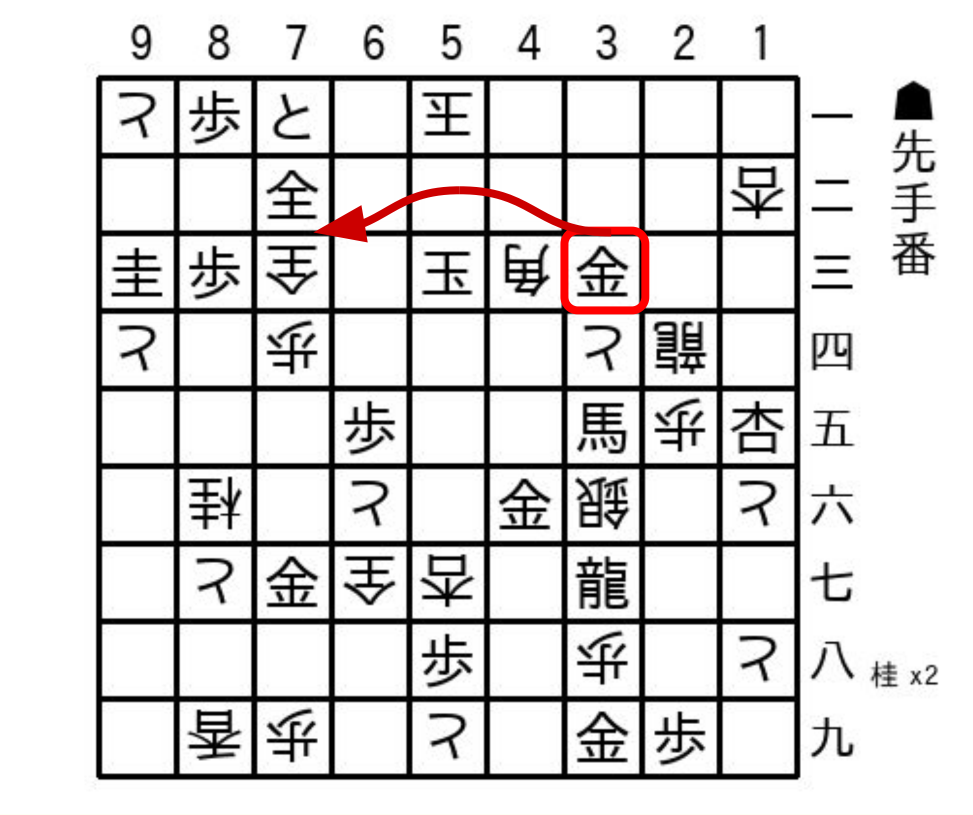
- ここで合法性判定アルゴリズムが必要. 最も難しい

➜ 取り除かれずに残った局面が, 合法局面となる.

左右の対称性のチェック

左右反転すると, 辞書式順序が元の局面より小さくなる局面を除く.

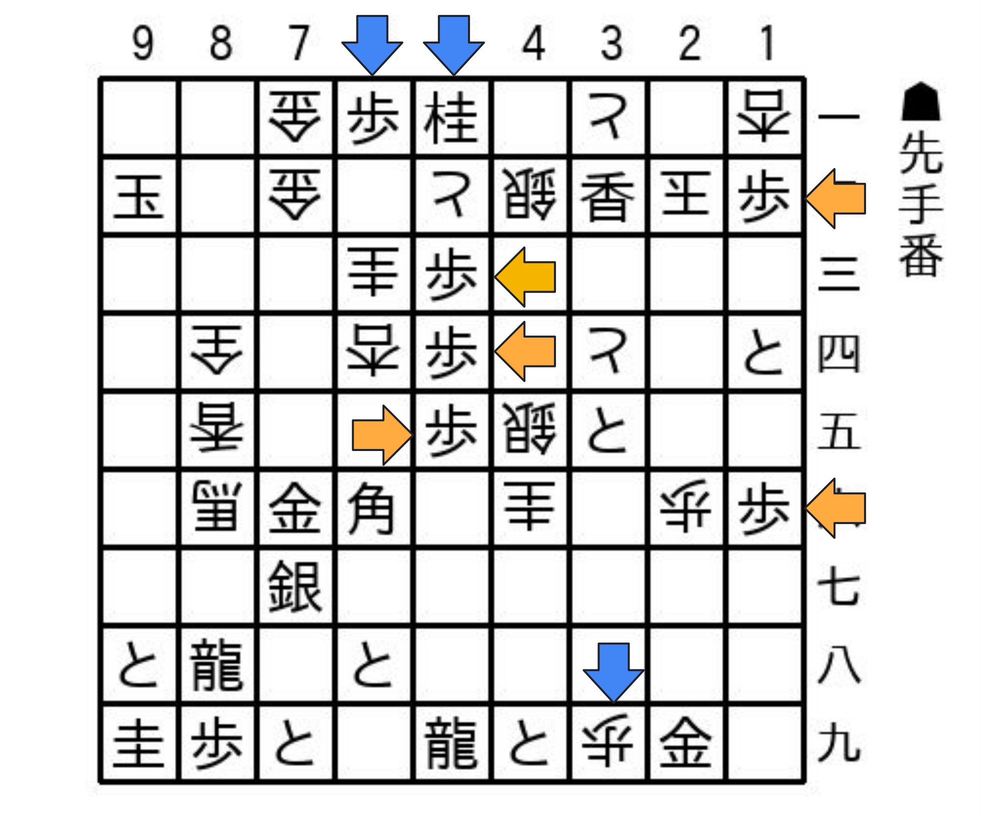
- 通過: 49億4506万3843個
  - 50億標本の **98.9%**
- 排除: 5493万6157個



二歩・行き所のない駒を含む局面の排除

盤面を見れば判定可能

- 通過: 1億8722万0063個
  - 50億標本の **3.74%**
- 排除: 47億5784万3780個



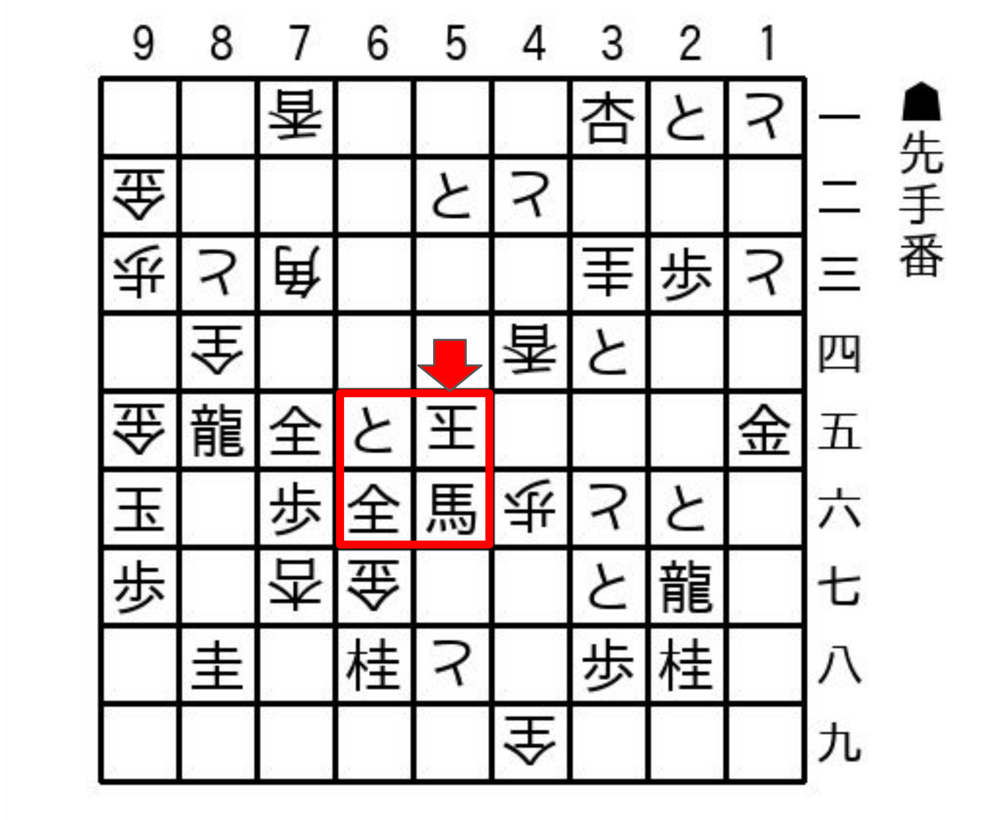
相手の玉を取れるのに, 放置されている局面の排除

盤面を見れば判定可能

- 通過: 5898万1117個
    - 50億標本の **1.18%**
- 排除: 1億2823万8946個

➜ チェックを通過した5898万1117個から合法局面を探索.

※将棋では, 王手の放置や自殺手は反則.



手法 > ② 標本中の合法局面を見つける

擬合法局面の組から, 2段階に分けて非合法局面を取り除く

A. 盤面を見ただけで分かる反則局面を除去

- 二歩, 行き所のない駒, 王手放置
- ここで左右の対称性のチェックも行う

B. 反則ではないが, 初手から到達できない局面を除去

- ここで合法性判定アルゴリズムが必要. 最も難しい

➜ **取り除かれずに残った局面が, 合法局面となる.**

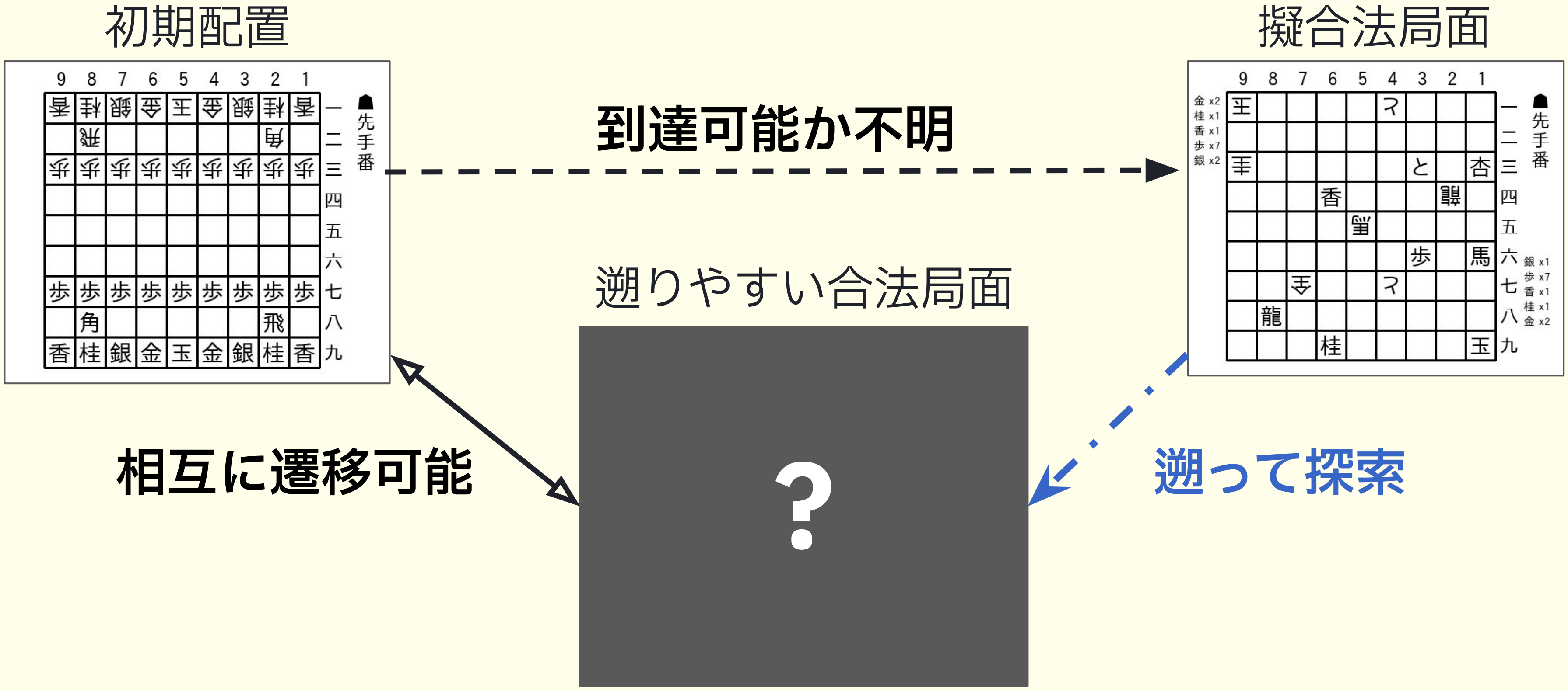
反則ではないが, 初手から到達できない局面を除く

- 局面が合法である ＝「初期局面から到達可能である」
- だが, 初期局面から特定の局面に到達可能かの判定は難しい

➡ 初期局面と相互に到達できる「遡りやすい合法局面」を用意し,
「遡りやすい合法局面」に遡れるかを判定すれば良い.

➜ 擬合法局面から「遡りやすい合法局面」に辿れるならば,「遡りやすい合法局面」を経由して初期局面にまで辿れる.

反則ではないが, 初手から到達できない局面を除く

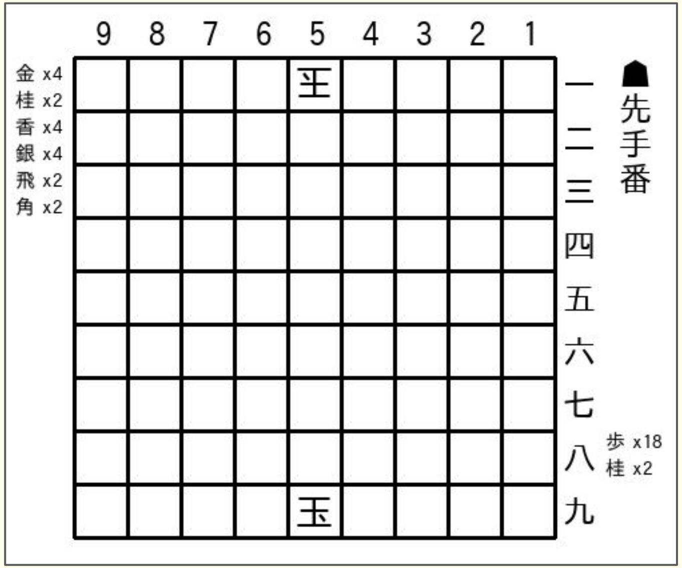


反則ではないが, 初手から到達できない局面を除く

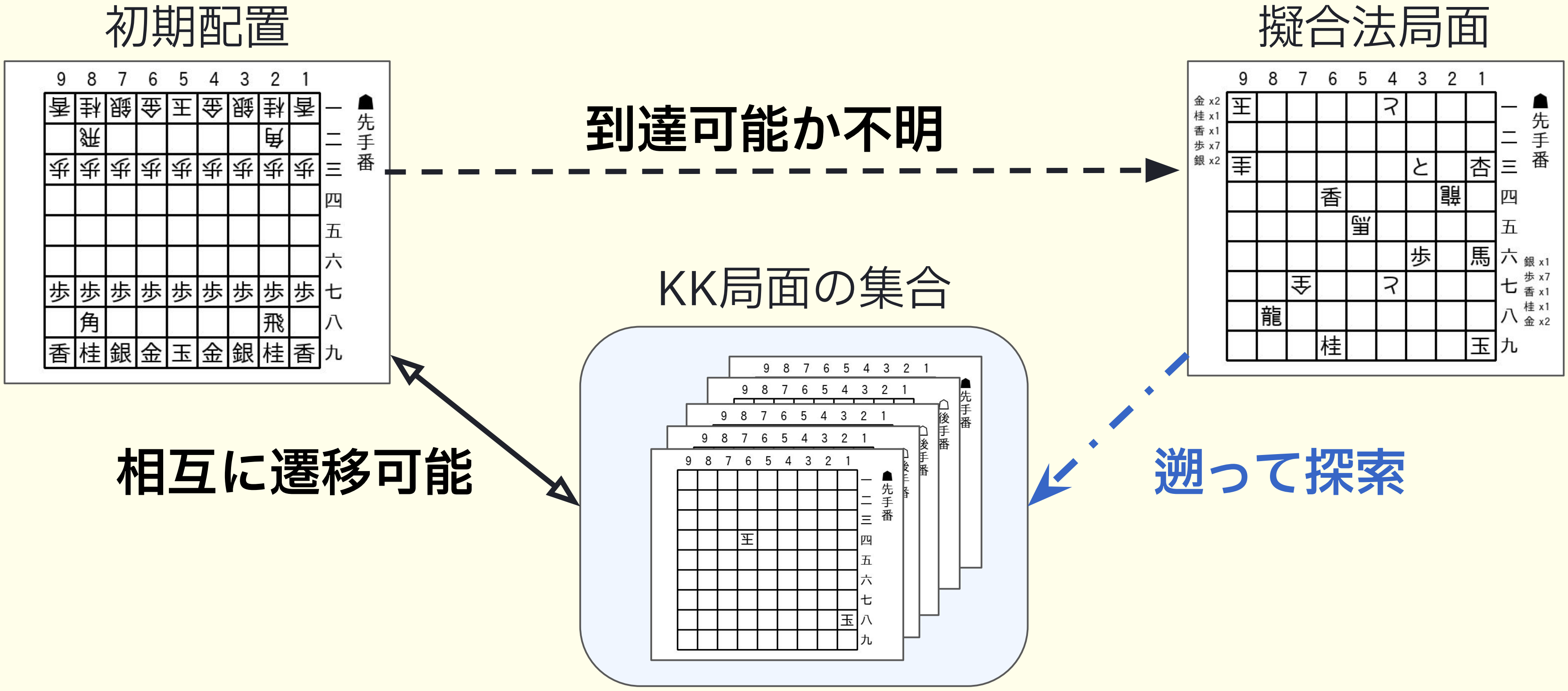
「遡りやすい合法局面」として **”KK局面”** を用いる

KK局面 :=「玉2枚のみの合法局面」

ただし手番, 駒の配置, 持ち駒は自由.



反則ではないが, 初手から到達できない局面を除く



擬合法局面からKK局面への探索

貪欲最良優先探索 (greedy best-first search) で, 末端からKK局面に向かって遡っていく

Algorithm 1 can_reach_KK

入力: 局面 pos
出力: Success or Failure

$\boldsymbol{q} \leftarrow \{pos\}$
while $\boldsymbol{q}$ is not Empty **do**
    $pos1 \leftarrow pos$ s.t. $\underset{pos \in \boldsymbol{q}}{\operatorname{argmin}} H(pos)$
    $\boldsymbol{q} \leftarrow \boldsymbol{q} - \{pos1\}$
    if $H(pos1) = 0$ **then**
        return Success
    for all $pos2 \in prev(pos1)$ **do**
        $\boldsymbol{q} \leftarrow \boldsymbol{q} \cup \{pos2\}$
return Failure

探索に用いるヒューリスティック関数の定義

$$H(pos) = a \cdot N(pos) + b \cdot P(pos) + c \cdot D(pos)$$

王以外の
盤上の駒数

盤上の
成り駒数

盤上の成り駒が,
敵陣から
何段離れている
かの総和

$H(pos) = 0$ ならば pos は KK 局面

- 本研究では $a = 10, b = 10, c = 1$ を採用
- 手番を考慮せず, 盤面を見て線形和を求めるだけ

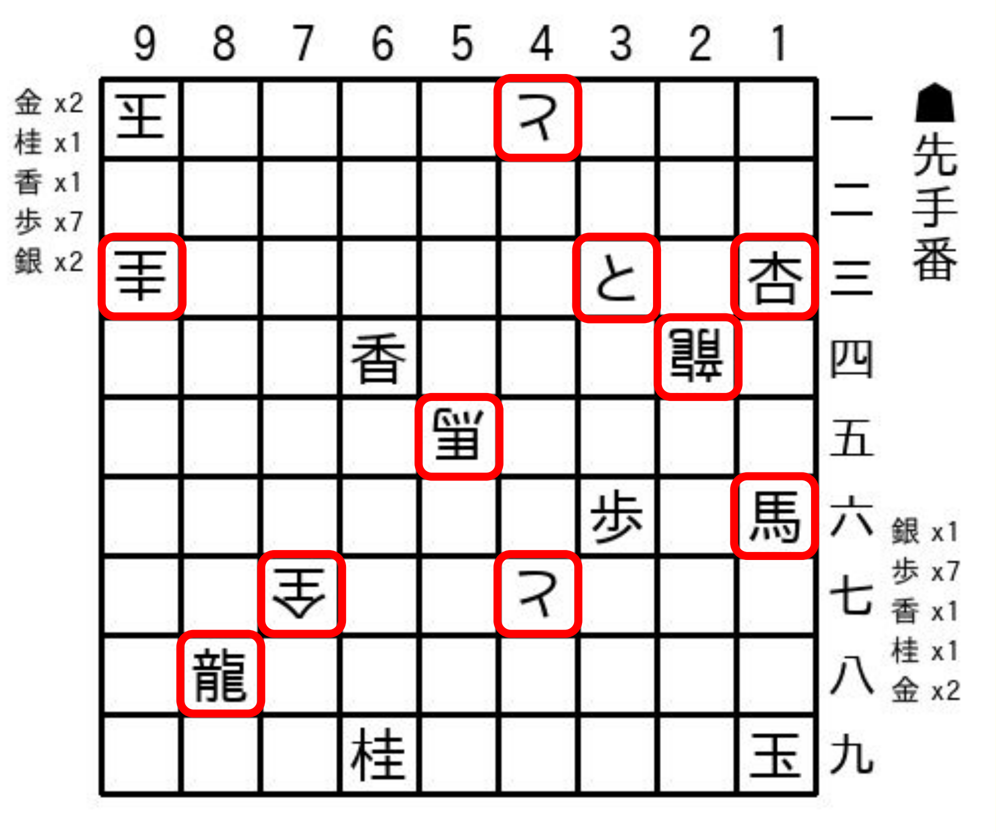
探索に用いるヒューリスティック関数の目的

$$H(pos) = a \cdot \underbrace{N(pos)}_{\text{盤上の駒を減らす}} + b \cdot \underbrace{P(pos)}_{\text{盤上の成り駒を減らす}} + c \cdot \underbrace{D(pos)}_{\text{盤上の成り駒を成れる場所に戻す}}$$

$H(pos) = 0$　ならば pos は KK 局面

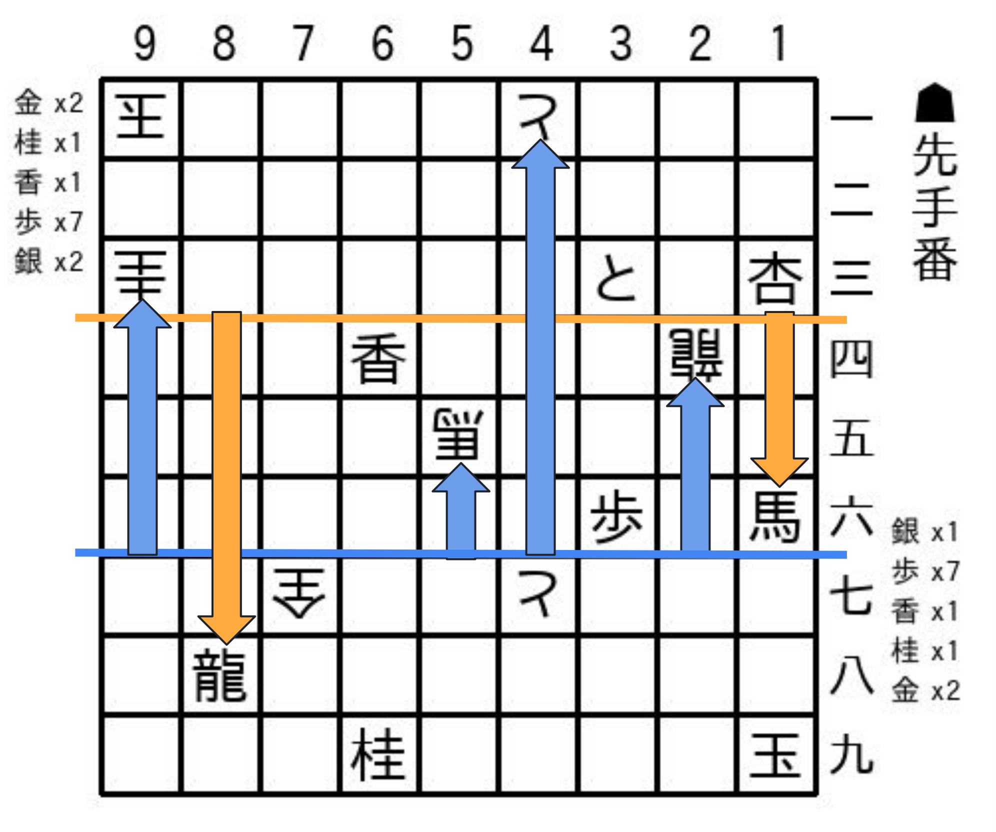
- 本研究では $a = 10, b = 10, c = 1$ を採用
- 手番を考慮せず, 盤面を見て線形和を求めるだけ

探索に用いるヒューリスティック関数の計算例



$$
\begin{aligned}
N(pos) &= 13 \\
P(pos) &= 10 \\
D(pos) &= 6 + 4 + 3 + 2 + 3 + 5 \\
&= 23 \\
\therefore H(pos) &= 130 + 100 + 23 \\
&= 253
\end{aligned}
$$

探索に用いるヒューリスティック関数の計算例



$$
\begin{aligned}
N(pos) &= 13 \\
P(pos) &= 10 \\
D(pos) &= 6+4+3+2+3+5 \\
&= 23 \\
\therefore H(pos) &= 130+100+23 \\
&= 253
\end{aligned}
$$

探索で発見した, KK局面に遡る手順の例

(420手)

※局面は篠田 (2008) p.4 より引用

手法 > ③ 母比率の区間推定

- S_{all} 中の合法局面の割合 $p = \dfrac{|S_{ok}|}{|S_{all}|}$
- 標本数 n, 標本中の合法局面の数 s, 標本比率 $\hat{p} = \dfrac{s}{n}$

この時, 二項分布の正規近似による p の 3σ (約99.73%) 信頼区間は

$$\hat{p} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \leq p \leq \hat{p} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

p が分かれば, 全体の状態数 $|S_{ok}|$ の期待値も求まる

50億標本に対する3σの推定

推定時の条件

- $|S_{all}| \approx 8.09 \times 10^{70}$ (既出; 厳密な値は省略)
- 標本数 $n = 5 \times 10^9$ (既出)
- 実際に貪欲最良優先探索した局面数 5898万1117個

  = 合法性チェック (先述) を通った局面

- 探索した全局面に対して, 数万以内の探索ノード数で探索終了
  - KK局面への到達可能性を証明: 4049万1613個
  - KK局面への到達不能性を証明: 1848万9504個

50億標本に対する3σの推定

結果

- 標本中に見つかった合法局面の数　$s = 40491613$
    - ➜ 標本全体に占める合法局面率　$\hat{p} = 8.0983226 \times 10^{-3}$
- 合法局面数の期待値　$\hat{p} \times |S_{all}| = 6.5499\ldots \times 10^{68}$
- 母比率の 3σ 信頼区間　$0.0080945\ldots \leq p \leq 0.0081021\ldots$

$$\therefore 6.546923\ldots \times 10^{68} \leq |S_{ok}| \leq 6.553074\ldots \times 10^{68}$$

$$|S_{ok}| \approx (6.55 \pm 0.003) \times 10^{68}$$

KK局面の貪欲最良優先探索がうまく行った理由

実験から判明した傾向:

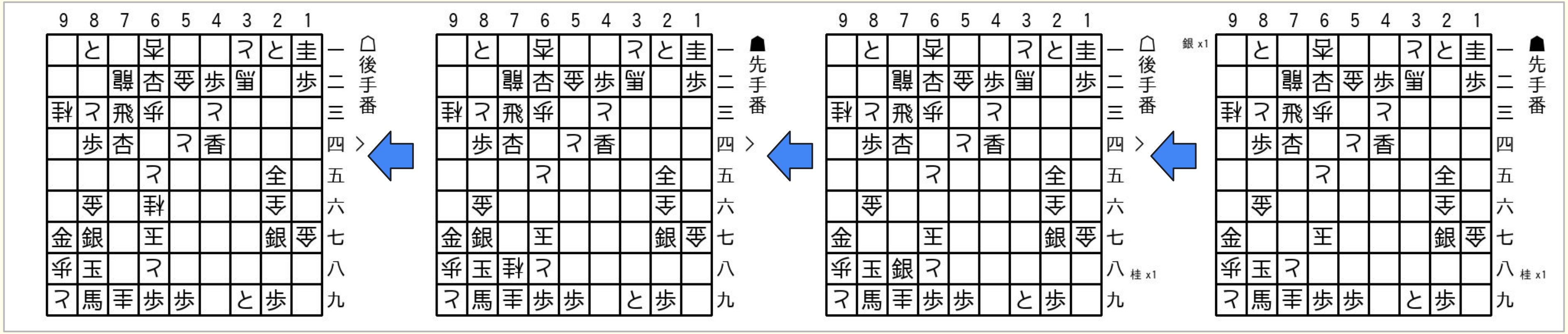
- **到達不可能**な局面の場合, 行き詰まりがすぐに発生する
- **到達可能**な局面の場合, 少ないノード数で到達できる

到達不可能な局面の行き詰まり

到達不可能な局面は, すぐに途中で行き詰まって遡れなくなる傾向 (表2参照)

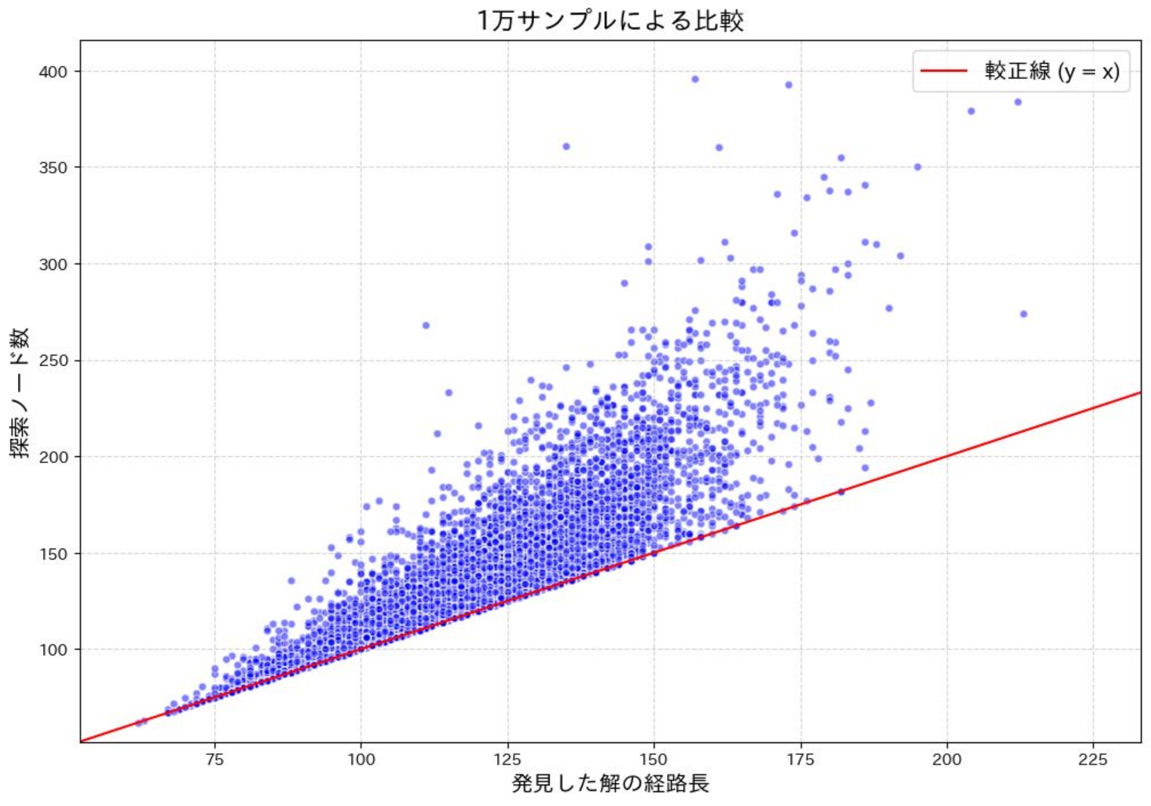
手数	局面数
0	18,488,938
1	480
2	83
3	3

3手遡れた例:



到達可能な局面の探索ノード数

貪欲最良優先探索は, 少ないノード数で解を発見していた.



関連研究 … ゲームの状態数の統計的推計

Tromp (2021) による実験

1. 擬合法局面 (:= 合法か分からない局面) を列挙する
2. 擬合法局面を何個かランダムに取り出し,
   その中の合法局面の数を調べる
3. 2.の結果から全体の状態数を推計する

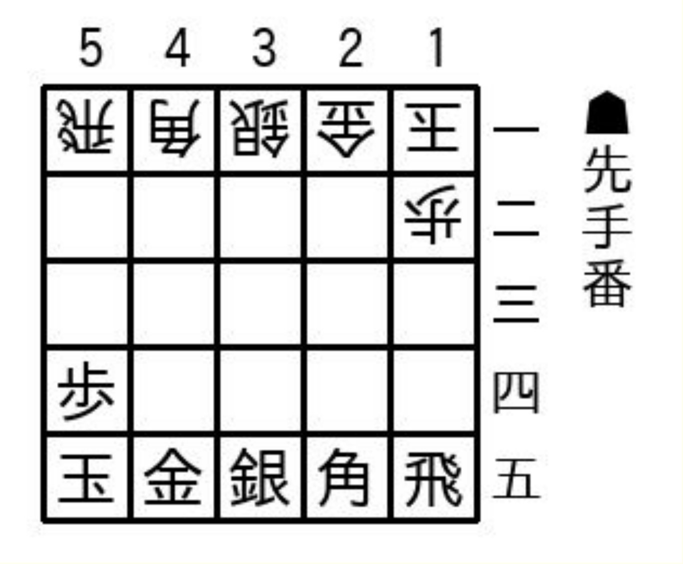
→ **チェスの状態数を 約** 4.82×10^{44} **個と推計** (200万標本)

※合法局面の検出のため, 初期局面からの最良優先探索で到達可能性を判定

John Tromp. "Chesspositionranking." https://github.com/tromp/ChessPositionRanking, 2021.

関連研究 … 5五将棋の状態数

- 5×5マス盤で行う小型の将棋
- 本研究と同じ手法によって, 状態数を約 2.38×10^{18} 個と推定 (石井・田中, 2024)



Tromp (2021) との主な違い

- 到達可能性の探索方向が逆
- 探索に “**KK局面**” を利用

石井颯太郎, 田中哲朗. “5五将棋の実現可能局面数の推計.” 情報処理学会研究報告 ゲーム情報学 (GI), Vol. 2024-GI-53, No. 1, 2024.

まとめ

課題

将棋の状態数に関して, 既知の上下界はギャップが大きい.

→ 将棋の状態数を高い精度で正確に推定したい.

提案手法

- **将棋の合法局面 (=実現可能局面) の判定手法を開発した.**
- 同アルゴリズムを用いて, **将棋の状態数を推計した.**

結果

約 6.55×10^{68} 個という**有効数字3桁の推計値**を得た.