

# 耶鲁大学公开课：博弈论第九节

## Tennis: Venus VS Serena Williams

通过前面的内容我们得知如果达到混合纳什均衡，那么混合纳什均衡中的任何一个策略的收益都是相当的。看似简单的结论，却意义非常深刻。

下面的例子是一个网球比赛的例子，我们假设在网球比赛中，Venus和William对阵，两人对对手都非常了解，此时Venus接到William的球，Venus该如何处理才能获得最高收益？两人是否有纳什均衡？

Venus \ Serena	L	R	
L	50,50 (表示50%的概率)	80,20	p
R	90,10	20,80	1-p
	q	1-q	

首先根据之前所学的知识，很容易得知，这里没有纯纳什均衡（pure NE）。所以让我们来尝试寻找混合纳什均衡(mixed NE)。

**技巧：**寻找混合纳什均衡的一个技巧是：如果要找到Serena的纳什均衡 $mix(p, 1 - p)$ ，就要根据Venus的收益来判断。

这里假设Venus的策略是 $q$ 和 $1 - q$ ，那么Venus的收益对 $q$ 为：

$$\begin{cases} L- > [50]q + [80](1 - q) \\ R- > [90]q + [20](1 - q) \end{cases}$$

如果这里的Venus的策略是混合纳什均衡，那么它选择L和R的收益必然是相等的。

$$\text{因此：} [50]q + [80](1 - q) = [90]q + [20](1 - q)$$

可解得 $q = 0.6$

同样的方法，可以解得 $p = 0.7$ 。

因此混合纳什均衡是： $[(.7, 0.3), (.6, .4)]$ 。因此，如果观察Venus向左回击的概率高于0.7，那么Serena可以采取始终向右回击的策略。同理可得Venus的策略。

进一步研究这个问题，现在假设Serena通过训练，左手反击的能力大大加强，概率由原来的.5提升到.7那么改采取如何的策略呢？

有两种影响：

1. Direct effect. Serena应该加强左侧防守，因为左侧能力变强，会有更大胜率。
2. Strategy effect. Serena应该加强右侧防守，因为Venus回击左侧的概率会降低，所以Serena应该更多防守右侧。

到底应该是采取Direct effect，还是应该Strategy effect呢？通过之前的方法，可以解得，应该采取Strategy effect的方式。