Pannon Egyetem
Mérnöki Kar

Segédlet

Műszaki hőtan feladatgyűjtemény

Műszaki hőtan
Műszaki áramlástan és hőtan II.
Műszaki áramlás- és hőtan

2020. május 18.

Tartalomjegyzék

Alapadatok **2**
A tárgy adatai . . . 2
A segédlet célja . . . 2
Ajánlott szakirodalom . . . 2

1. Levegő állapotváltozásai **3**
K1/9. feladat . . . 3

2. Víz és vízgőz állapotváltozásai **5**
K2/1. feladat . . . 5
MH 14. feladat . . . 5
MH 15. feladat . . . 6

3. Munkát szolgáltató körfolyamatok **8**
K1/5. feladat . . . 8

4. Hűtőgépek, hűtőkörfolyamatok **9**

5. Hőterjedés álló közegben **10**
K5/1. feladat . . . 10
K5/2. feladat . . . 12
K5/4. feladat . . . 15

6. Hőterjedés áramló közegben **16**
K6/1. feladat . . . 16
K6/4. feladat . . . 18

7. Hőcserélők, hőszigetelés **19**
K7/1. feladat . . . 19
K7/2. feladat . . . 22

Alapadatok

A tárgy adatai

Név:	Műszaki áramlástan és hőtan II. (Műszaki hőtan)
Kód:	VEMKGEB242H
Kreditérték:	2 (1 elmélet, 1 gyakorlat)
Követelmény típus:	vizsga
Szervezeti egység:	Gépészmérnöki Intézet
Előadás látogatása:	kötelező
Gyakorlat látogatása:	kötelező
Számonkérés:	a félév végén zárthelyi, írásbeli és szóbeli vizsga

A segédlet célja

A segédlet célja ismertetni a **Műszaki hőtan szemináriumi segédlet és példatár** (Dr. Pleva László, Zsíros László) feladatainak megoldását.

A segédlet kidolgozása még folyamatban van, ezen sorok írásakor az elsődleges célja az ötödik, hatodik és hetedik fejezetben található feladatok megoldásának ismertetése, melyekre a 2016/17-es tanév őszi féléve során nem jutott idő az előadásokon, azonban a számonkérés részét képezik.

Ajánlott szakirodalom

- Dr. Pleva László, Zsíros László: Műszaki hőtan, Pannon Egyetemi Kiadó (ebből kimarad: 59-62; 66-69; 100-104; 114-209; 237-245; 280-309 oldalak)
- M. A. Mihajev: A hőátadás számításának gyakorlati alapjai, Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.

1. fejezet

Levegő állapotváltozásai

K1/9. feladat: Nedves vízgőz kiterjedése

$V_1 = 1{,}5\,\mathrm{m}^3$ térfogatú, $p_1 = 16\,\mathrm{bar}$ nyomású és $x_1 = 0{,}95$ fajlagos gőztartalmú vízgőz **adiabatikusan** $p_2 = 0{,}1\,\mathrm{bar}$ nyomásig terjed ki. Határozza meg a kiterjedés kezdetén és végén a gőz állapotjelzőit, a gőz m tömegét és a gőz által végzett w_t technikai munkát!

Ábrázolja a folyamatot $T-s$ diagramban!

Ismert jellemzők a kezdeti állapotban

$$p_1 = 16\,\mathrm{bar}, \quad V_1 = 1{,}5\,\mathrm{m}^3, \quad x_1 = 0{,}95, \quad h_1' = 858{,}3\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}, \quad h_1'' = 2793\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}$$

$$s_1' = 2{,}344\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}}, \quad s_1'' = 6{,}442\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}}, \quad v_1' = 0{,}001\,16\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}, \quad v_1'' = 0{,}1238\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}$$

Ismert jellemzők a végállapotban

$$h_2' = 191{,}9\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}, \quad h_2'' = 2584\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}, \quad s_2' = 0{,}6492\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}}, \quad s_2'' = 8{,}149\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}}$$

Az állapotjelzők a kezdeti állapotban

A kezdeti állapothoz tartozó h_1 hőtartalom, v_1 fajtérfogat és s_1 entrópia a szélsőértékek és az x_1 fajlagos gőztartalom felhasználásával számolható:

$$h_1 = (1-x_1)\,h_1' + x_1 h_1'' = 2696{,}27\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} \tag{1.1}$$

$$v_1 = (1-x_1)\,v_1' + x_1 v_1'' = 0{,}1176\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}} \tag{1.2}$$

$$s_1 = (1-x_1)\,s_1' + x_1 s_1'' = 6{,}237\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}} \tag{1.3}$$

A kiterjedő gőz tömege az azonos állapotra vonatkozó térfogat és fajtérfogat hányadosa. A kezdeti állapotra mindkét mennyiség ismert:

$$m = \frac{V_1}{v_1} = 12{,}74\,\mathrm{kg} \tag{1.4}$$

Az állapotjelzők a végállapotban

A végállapot állapotjelzőinek számolásához szükségünk van az ismert szélsőértékek mellett az x_2 fajlagos gőztartalomra is. Az állapotváltozás adiabatikus jellegű, emiatt $s_1 \approx s_2$ (ha reverzibilisnek tekintjük az állapotváltozást, akkor $s_1 = s_2$):

$$s_2 = (1 - x_2)\, s_2' + x_2 s_2'' \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{s_2 - s_2'}{s_2'' - s_2'} \approx \frac{s_1 - s_2'}{s_2'' - s_2'} = 0{,}745 \tag{1.5}$$

A hőtartalom a végállapotban:

$$h_2 = (1 - x_2)\, h_2' + x_2 h_2'' = 1974\, \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} \tag{1.6}$$

A technikai munka

Az állapotváltozás technikai munkáját az első főtétel átáramlott rendszerek

2. fejezet

Víz és vízgőz állapotváltozásai

K2/1. feladat: Gőzfejlesztés állandó nyomáson

MH 14. Gőztároló számítása

Név	Somodi Mihály András
Szak	Mechatronikai mérnöki alapszak
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Egy gőztároló $4{,}5\,\mathrm{m}^3$ térfogatú dobjában $p_1 = 28\,\mathrm{bar}$ telítési nyomáson lévő $V = 3{,}7\,\mathrm{m}^3$ víz van. Határozza meg a dobban lévő gőz mennyiségét (m_g) és fajlagos gőztartalmát (x)!

Fajtérfogatok p_1 nyomáson:

$$v' = 0{,}001\,21\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}, \qquad v'' = 0{,}071\,41\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}$$

A keletkezett gőz tömegének számítása

Először meg kell határozni, hogy mennyi helyet foglal el a gőz, a dob teljes térfogatából:

$$V_g = V_{telj.} - V_v = 4{,}5\,\mathrm{m}^3 - 3{,}7\,\mathrm{m}^3 = 0{,}8\,\mathrm{m}^3 \tag{2.1}$$

Tudjuk, hogy a keletkezett gőz tömege az azonos állapotra vonatkozó térfogat és a fajtérfogat hányadosa. Ebben az esetben a fajtérfogat szélső értékét kell felhasználni:

$$m_g = \frac{V_g}{v''} = \frac{0{,}8\,\mathrm{m}^3}{0{,}071\,41\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}} = 11{,}2\,\mathrm{kg} \tag{2.2}$$

A fajlagos gőztartalom számítása

A fajlagos gőztartalmat keverékmezőben, meg lehet határozni a két fázis arányával. Általános esetben az egyik fázis tömege és a két fázis együttes tömegének hányadosaként. Ehhez meg kell határoznunk a víz tömegét is, amelyet a 2.2-es egyenlethez hasonlóan meg tudunk tenni:

$$m_v = \frac{V_g}{v'} = \frac{3{,}7\,\mathrm{m}^3}{0{,}001\,21\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}} = 3057{,}8512\,\mathrm{kg} \tag{2.3}$$

Ezek után kiszámolható a fajlagos gőztartalom:

$$x = \frac{m_g}{m_g + m_v} = \frac{11{,}2\,\mathrm{kg}}{11{,}2\,\mathrm{kg} + 3057{,}8512\,\mathrm{kg}} \approx 0{,}003\,65 \tag{2.4}$$

MH 15. Vízgőz fojtása

Név	Somodi Mihály András
Szak	Mechatronikai mérnöki alapszak
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Az **MH 14.** számú példában szereplő gőztárolóban lévő közeget $p_2 = 1\,\text{bar}$, környezeti nyomásra fojtjuk. Mennyi gőz keletkezik az állapotváltozás során és mennyi a fojtás miatt bekövetkező entrópia növekedés? Mennyi munkát kapnánk, ha a fojtás helyett adiabatikus reverzibilis expanziót alkalmaznánk? Ábrázolja T-s diagramban a folyamatot!

Adatok(gőztáblázatból):

p_1 **nyomáson:**

$$h_1' = 990{,}4\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \qquad s_1' = 2{,}61\,\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

p_2 **nyomáson:**

$$h_2' = 417{,}4\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \qquad s_2' = 1{,}3026\,\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}, \qquad s_2'' = 7{,}360\,\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}, \qquad r_2 = 2258\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \qquad t_s = 99{,}6\,^{\circ}\text{C}$$

A fajlagos gőztartalom számítása

Ennek meghatározásához, először ki kell számolni a h_1-et: ($h_1'' = 2803\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ gőztáblázatból)

$$h_1 = (1 - x_1)h_1' + x_1 h_1'' = 997{,}02\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \tag{2.5}$$

A fajlagos gőztartalmat úgy kapjuk meg, hogy figyelembe vesszük, hogy az entalpia a fojtás során állandó, a két állapot között ezért fennáll, hogy $h_1 = h_2$. Ehhez először azonban meg kell határoznunk a h_2''-t, amelyet a fajlagos párolgáshő segítségével ki lehet számolni:

$$h_2'' = r_2 + h_1' = 2675{,}4\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \tag{2.6}$$

Végül pedig, a 2-es állapothoz tartozó fajlagos gőztartalmat az entalpia képletének átrendezéséből:

$$h_2 = (1 - x_2)\,h_2' + x_2 h_2'' \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{h_2 - h_2'}{h_2'' - h_2'} = \frac{h_1 - h_2'}{h_2'' - h_2'} = 0{,}2567 \tag{2.7}$$

A keletkezett gőz tömegének számítása

A keletkezett gőz tömegének számításához szükségünk van a kiindulási állapotban lévő tömegre és a 2-es állapot fajlagos gőztartalmára. A fajlagos gőztartalom képletébe illesztve lehet megkapni a keletkezett gőz tömegét:

$$x_2 = \frac{m_g}{m_{telj.}} \qquad \Rightarrow \qquad m_g = x_2 m_{telj.} = 0{,}2567 \cdot 3069{,}1\,\text{kg} = 787{,}8\,\text{kg} \tag{2.8}$$

Az entrópia növekedés számítása

Az entrópia növekedését ki lehet számolni, a két állapot entrópiájának különbségeként, amelyeket a következő módon kapunk: ($s_1'' = 6{,}213\,\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$ gőztáblázatból)

$$s_1 = (1 - x_1)s_1' + x_1 s_1'' = 2{,}6232\,\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \tag{2.9}$$

$$s_2 = (1 - x_2)s_2' + x_2 s_2'' = 2{,}8575\,\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \tag{2.10}$$

Ezekből az entrópia növekedése az állapotváltozás során:

$$\Delta s = s_2 - s_1 \approx 0{,}2344\,\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \tag{2.11}$$

A munka számítása adiabatikus reverzibilis expanzió esetén

A munka kiszámításánál figyelembe kell vennünk, hogy itt már nem fojtással dolgozunk, ezért a feltételek megváltoznak. Adiabatikus tehát $q = 0$ és $s_1 \approx s_2$ (reverzibilis is ezért $s_1 = s_2$). Ennek viszont a következménye, hogy újra kell számolni a fajlagos gőztartalmat, mivel immár az entalpia, az 1-es és a 2-es állapotban nem egyezik meg. Ebből kifolyólag:

$$x_{ad} = \frac{s_2 - s_2'}{s_2'' - s_2'} = \frac{s_1 - s_2{}'}{s_2'' - s_2'} = 0{,}2178 \tag{2.12}$$

Innen pedig az expanzió végrehajtása után az entalpia:

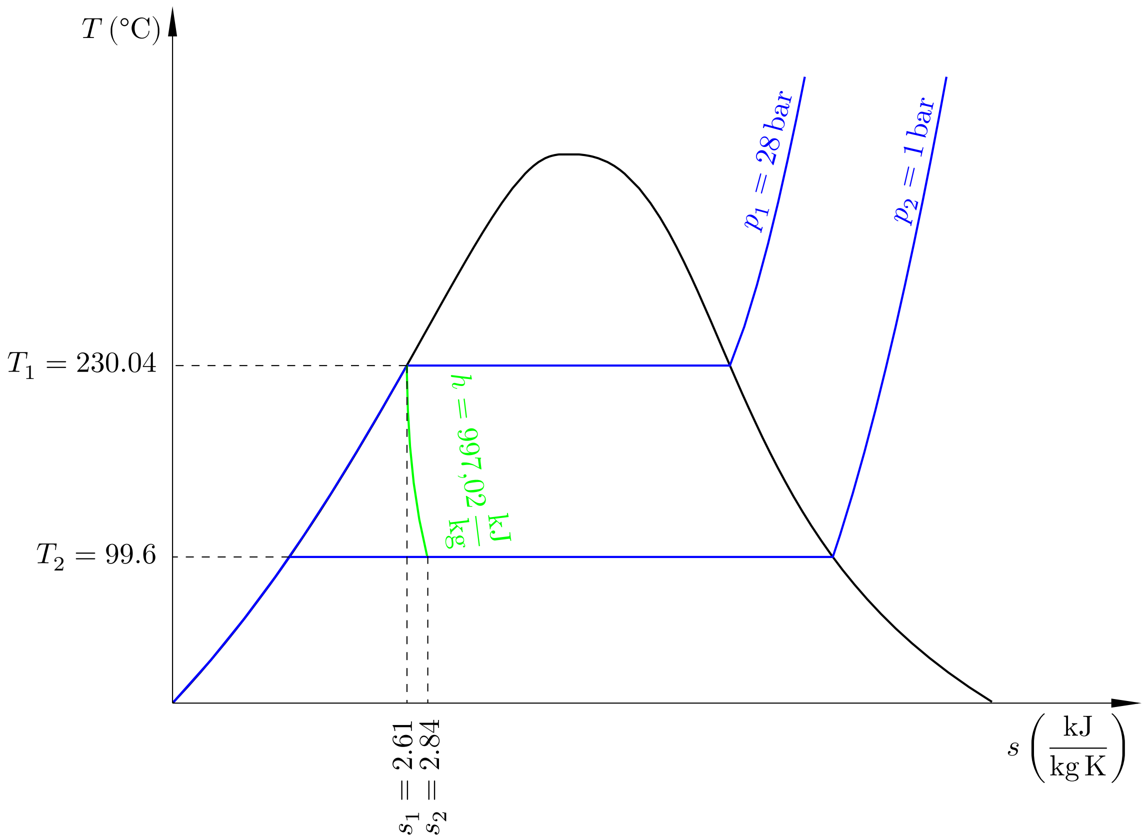
$$h_{2uj} = (1 - x_{ad})h_2' + x_{ad}h_2'' = 909{,}1924\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \tag{2.13}$$

Ebből pedig a munkát:

$$w_t = h_1 - h_{2uj} = 87{,}8276\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \tag{2.14}$$

$$W_{ad} = m_g w_t = 69\,190{,}58\,\text{kJ} \Rightarrow 69\,190\,583\,\text{J} \tag{2.15}$$

T-s diagram



2.1. ábra. Fojtás a $T - s$ diagramon

3. fejezet

Munkát szolgáltató körfolyamatok

K1/5. feladat: Levegő Carnot-körfolyamata

4. fejezet

Hűtőgépek, hűtőkörfolyamatok

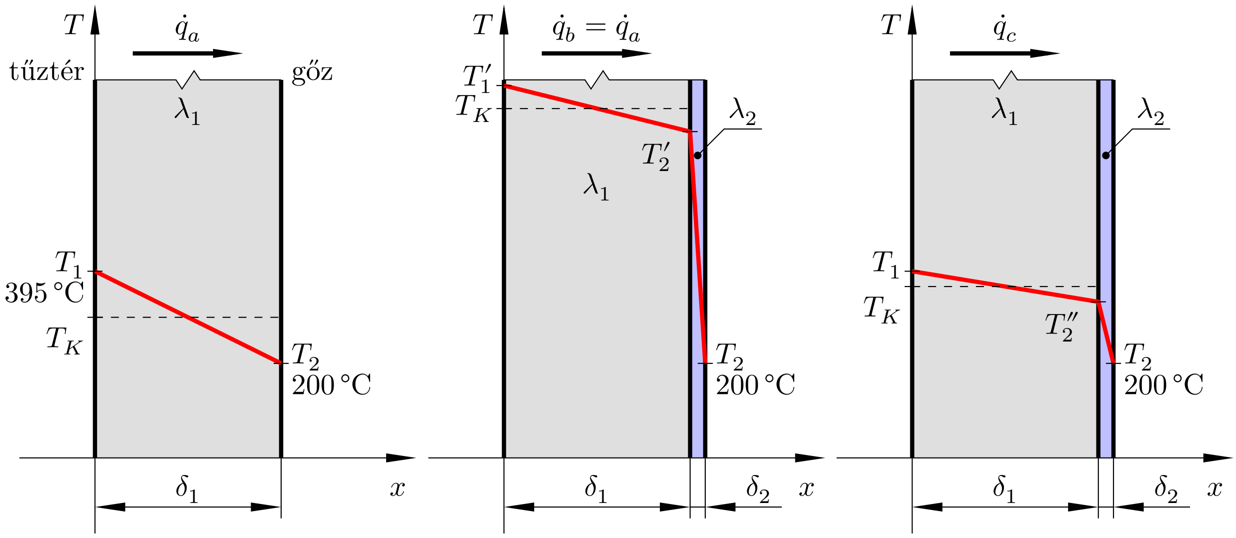
5. fejezet

Hőterjedés álló közegben

K5/1. feladat

Egy kazánban 10 bar nyomású gőzt termelnek. A kazánfal belső felülete 200 °C, külső (tűztér felőli) felülete pedig 395 °C hőmérsékletű. A kazán fala $\delta_1 = 16\,\mathrm{mm}$ vastagságú.

A kazán falának hővezetési tényezője $\lambda_1 = 43\,\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}}$. (A kazán falát síkfalnak tekintjük.)



(a) A hőmérséklet-hely függvény az a) esetben.

(b) A hőmérséklet-hely függvény az b) esetben.

(c) A hőmérséklet-hely függvény a c) esetben.

a) Határozzuk meg a fal közepes hőmérsékletét és a falban kialakuló hőáramsűrűséget!

A fal közepes hőmérséklete a lineáris hőmérsékleteloszlás miatt a falhőmérsékletek átlaga:

$$T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = 297{,}5\,°\mathrm{C} \tag{5.1}$$

Nem lineáris hőmérsékleteloszlás esetén a hőmérséklet-hely függvény határozott integráljának és a falvastagságnak a hányadosa a közepes hőmérséklet.

A hőáramsűrűség a falban

$$\dot{q}_a = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(T_1 - T_2) = 524\,\frac{\mathrm{kW}}{\mathrm{m}^2} \tag{5.2}$$

Ebben a feladatban a kazánfal oldalain végbemenő hőátadást tökéletesnek tekintjük, azaz a falhőmérsékletek megegyeznek a közeghőmérsékletekkel.

b) A kazán falára $\delta_2 = 1{,}2\,\mathrm{mm}$ vastag kazánkőréteg rakódik. Változatlan gőztermelés és gőznyomás esetén számítsuk ki a kazán falának közepes hőmérsékletét!

A vízkőréteg hővezetési tényezője $\lambda_2 = 1{,}6\,\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}}$.

A ”változatlan gőztermelés” kifejezés azt jelenti, hogy a gőzoldali falhőmérséklet és a hőáramsűrűség a falban nem változik. A vízkőréteg miatt a hőáramsűrűség csak úgy maradhat azonos $\dot{q}_a$-val, hogy a tűztér oldali T_1' falhőmérséklet sokkal nagyobb T_1-nél, a T_2' falhőmérséklet pedig nem azonos a gőzoldali T_2 hőmérséklettel. A vízkőréteg hővezetési tényezője sokkal kisebb a kazánlemezénél, ezért a kisebb rétegvastagság ellenére nagyobb hőmérséklet esik rajta.

A fal közepes hőmérséklete itt is a két falhőmérséklet átlaga:

$$T_K' = \frac{T_1' + T_2'}{2} \tag{5.3}$$

A T_1' és a T_2' falhőmérséklet a q_b hőáramsűrűség alapján számítható ki:

$$\dot{q}_b = \dot{q}_a = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(T_1' - T_2') = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(T_2' - T_2) \tag{5.4}$$

$$T_2' = T_2 + \frac{\delta_2}{\lambda_2}\dot{q}_a = 200\,°\mathrm{C} + \frac{1{,}2\,\mathrm{mm}}{1{,}6\,\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}}} 524\,\frac{\mathrm{kW}}{\mathrm{m}^2} = 593\,°\mathrm{C} \tag{5.5}$$

$$T_1' = T_2' + \frac{\delta_1}{\lambda_1}\dot{q}_a = 593\,°\mathrm{C} + \frac{16\,\mathrm{mm}}{43\,\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}}} 524\,\frac{\mathrm{kW}}{\mathrm{m}^2} = 788\,°\mathrm{C} \tag{5.6}$$

c) Ha szilárdsági okok miatt a fal hőmérséklete nem emelkedhet, de a gőznyomás változatlan, mekkora lesz a hőáramsűrűség?

Ha gőznyomás nem változik, akkor a gőz hőmérséklete sem változik, mivel a kazánban a nedves gőzmezőbe eső állapotú a víz, és ott T–s diagram szerint az izotermák és az izobár vonalak egybeesnek. Tehát a gőzoldali hőmérséklet T_2. Ha szilárdsági okok miatt a fal hőmérséklete nem emelkedhet, akkor a tűztér oldali hőmérséklet az eredeti T_1.

A $\dot{q}_c$ hőáramsűrűség azonos a kazánfalban és a vízkőrétegben:

$$\dot{q}_c = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(T_1 - T_2'') = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(T_2'' - T_2) \tag{5.7}$$

Kifejezve a két hőmérsékletkülönbséget, és összeadva a két egyenletet:

$$\left.\begin{aligned} \dot{q}_c\frac{\delta_1}{\lambda_1} &= (T_1 - T_2'') \\ \dot{q}_c\frac{\delta_2}{\lambda_2} &= (T_2'' - T_2) \end{aligned}\right\} \quad\Rightarrow\quad \dot{q}_c\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}\right) = (T_1 - T_2) \quad\Rightarrow\quad \dot{q}_c = 173{,}78\,\frac{\mathrm{kW}}{\mathrm{m}^2} \tag{5.8}$$

A fenti két egyenletet kétismeretlenes egyenletrendszernek is tekinthetjük, ahol a hőáramsűrűség mellett a másik ismeretlen a T_2'' falhőmérséklet. A hőáramsűrűséget visszahelyettesítve megkaphatjuk az értékét:

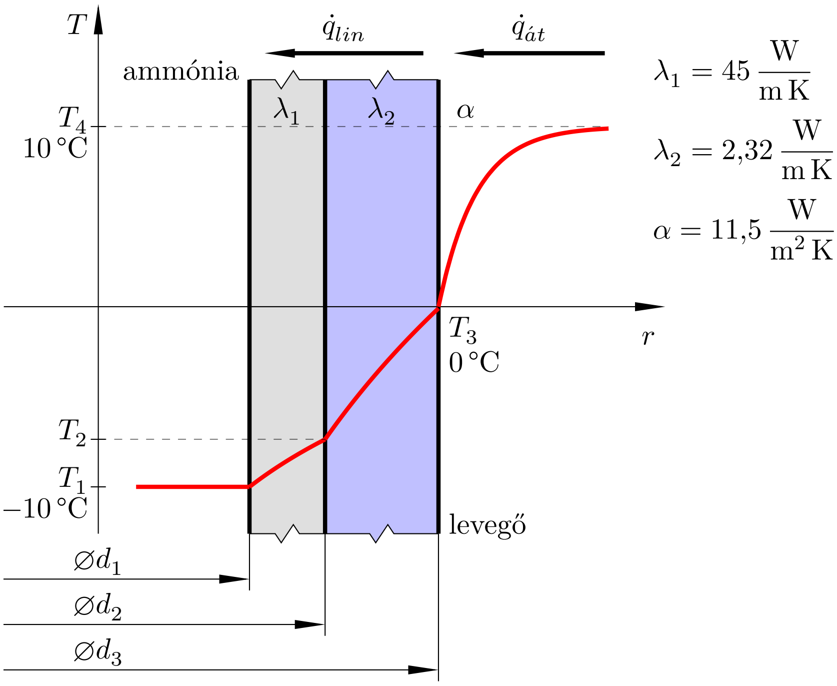
$$T_2'' = T_1 - \dot{q}_c\frac{\delta_1}{\lambda_1} = 330{,}34\,°\mathrm{C} \tag{5.9}$$

K5/2. feladat

Egy NÁ125-ös szénacél csőben (a külső átmérő $d_2 = 133\,\mathrm{mm}$, a belső átmérő $d_1 = 125\,\mathrm{mm}$, a falvastagság $s = 4\,\mathrm{mm}$) ammóniát szállítanak, amelynek nyomása $p = 2{,}9\,\mathrm{bar}$, hőmérséklete $T_1 = -10\,°\mathrm{C}$.

A környezet levegője ($T_4 = 10\,°\mathrm{C}$) melegíti a csövet, ammónia forrásban van a cső belsejében, így belülről hőelvonás van, és a cső hideg külső felületére kifagy a levegő nedvességtartalma. A kifagyott jégréteg szigetelőként működik, beáll az egyensúlyi állapot.

Meghatározandó a csőre fagyott jégréteg külső d_3 átmérője! A jégréteg felületének hőmérséklete $T_3 = 0\,°\mathrm{C}$ (olvadó jég), a csőfal belső hőmérséklete pedig a forrásban lévő ammónia jó hőátadási tényezője miatt $T_1 = -10\,°\mathrm{C}$-nak vehető (a hőátadás termikus ellenállása elhanyagolható).



5.2. ábra. A hőmérséklet-hely függvény **nem méretarányos** vázlata.

Vizsgálat többrétegű hengeres falként

A csőfal és a rárakódó jégréteg hengeres alakú, ezért lineáris a hőáramsűrűségeket tudjuk felírni. A csőfalban és a jégrétegben állandósult a hőmérsékleteloszlás és csak hővezetés történik. A hengeres falakra a $\dot{q}_{lin}$ **vezetéses** lineáris hőáramsűrűség vonatkozik.

$$\dot{q}_{lin} = \frac{T_3 - T_1}{\dfrac{\ln\frac{d_2}{d_1}}{2\pi\lambda_1} + \dfrac{\ln\frac{d_3}{d_2}}{2\pi\lambda_2}} \tag{5.10}$$

A levegőből a jégrétegbe **átadódó** $\dot{q}_{át}$ lineáris hőáramsűrűség:

$$\dot{q}_{át} = \alpha d_3 \pi (T_4 - T_3) \tag{5.11}$$

A két lineáris hőáramsűrűséget az ábrán úgy vettük fel, hogy a hőmérsékletcsökkenés irányába pozitívak, ezért a felírásuknál a nagyobb hőmérsékletből vonjuk ki a kisebbet.

Az energiamegmaradás miatt a két lineáris hőáramsűrűség egyenlő:

$$\dot{q}_{lin} = \dot{q}_{át} = \dot{q} \tag{5.12}$$

A fentiekből az alábbi kétismeretlenes egyenletrendszert kapjuk, amiben a jégréteg d_3 átmérője a a $\dot{q}$ lineáris hőáramsűrűség az ismeretlenek. Az egyenletrendszer nem lineáris, átrendezéssel nem oldható meg (transzcendens), csak numerikus közelítő megoldása lehetséges:

$$\left.\begin{aligned} \dot{q} &= \frac{T_3 - T_1}{\dfrac{\ln \frac{d_2}{d_1}}{2\pi\lambda_1} + \dfrac{\ln \frac{d_3}{d_2}}{2\pi\lambda_2}} \\ \dot{q} &= \alpha d_3 \pi (T_4 - T_3) \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \left\{\begin{aligned} &\dot{q} \approx 137{,}873\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}} \\ &d_3 \approx 381{,}6\,\mathrm{mm} \end{aligned}\right. \tag{5.13}$$

Innen a jégréteg vastagsága $\frac{1}{2}(d_3 - d_2) = 124{,}3\,\mathrm{mm}$.

A méretarányos ábra és a hőmérséklet hely függvény

A lineáris hőáramsűrűség és a jég külső átmérőjének numerikus közelítő megoldását felhasználva megrajzolható méretarányosan a $T(r)$ hőmérséklet-hely függvény. A hőmérséklet a d_1 átmérőn belül állandó T_1 érték. A csőfalban és a jégrétegben $T(r) = T_0 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda} \ln \frac{r}{r_0}$ alakban írható fel, ahol a T_0 a belső r_0 sugárhoz tartozó hőmérséklet.

A csőfal esetén $T_0 = T_1$ és $r_0 = \frac{d_1}{2}$:

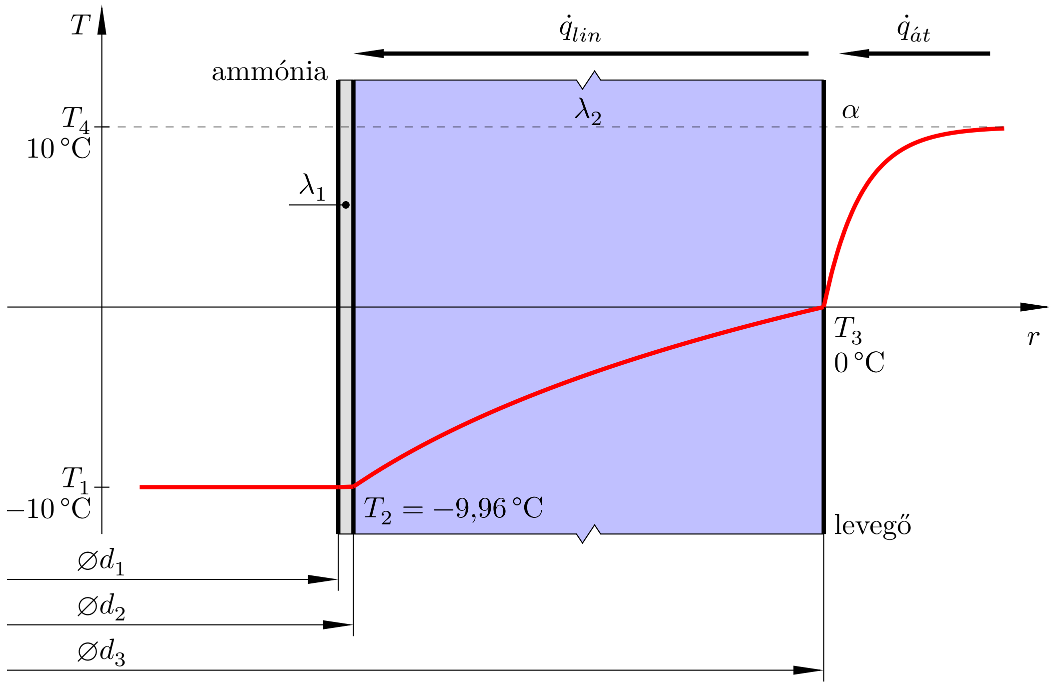
$$T(r) = T_1 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda_1} \ln \frac{2r}{d_1} \tag{5.14}$$

Innen megkaphatjuk a csőfal és a jégréteg határfelületének hőmértékletét, T_2-t:

$$T_2 = T\left(\frac{d_2}{2}\right) = T_1 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} = -9{,}96\,{}^\circ\mathrm{C} \tag{5.15}$$

A jégréteg esetén $T_0 = T_2$ és $r_0 = \frac{d_2}{2}$:

$$T(r) = T_2 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda_2} \ln \frac{2r}{d_2} \tag{5.16}$$



5.3. ábra. A hőmérséklet-hely függvény méretarányosan ábrázolva.

Vizsgálat többrétegű síkfalként

A hengeres falon keresztül történő hőterjedés mindig közelíthető a hengeres fal kiterítésével kapott síkfalon át történő hőterjedéssel. A közelítés hibája a a hengeres fal vastagságától függ, minél vékonyabb, annál kisebb a síkfallal történő közelítés hibája.

A többrétegű hengeres falat többrétegű síkfallal közelíthetjük. A közelítő síkfal vastagsága és hossza megegyezik a hengeres réteg vastagságával és hosszával, a szélessége a hengeres réteg közepes átmérőjéhez tartozó kerülettel közelíthető:

$$\left.\begin{aligned} \dot{q}_{lin} &= \frac{\lambda_1}{\frac{d_2-d_1}{2}} \frac{d_1+d_2}{2} \pi (T_2 - T_1) \\ \dot{q}_{lin} &= \frac{\lambda_2}{\frac{d_3-d_2}{2}} \frac{d_2+d_3}{2} \pi (T_3 - T_2) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \dot{q}_{lin} = \frac{T_3 - T_1}{\dfrac{d_2-d_1}{\lambda_1 (d_1+d_2) \pi} + \dfrac{d_3-d_2}{\lambda_2 (d_2+d_3) \pi}} \tag{5.17}$$

A falbeli lineáris hőáram és a hőátadást jellemző lineáris hőáram most is egyenlő.

$$\dot{q}_{lin} = \frac{T_3 - T_1}{\dfrac{d_2-d_1}{\lambda_1 (d_1+d_2) \cancel{\pi}} + \dfrac{d_3-d_2}{\lambda_2 (d_2+d_3) \cancel{\pi}}} = \alpha d_3 \cancel{\pi} (T_4 - T_3) = \dot{q}_{át} \tag{5.18}$$

Egyszerűsítve, és kifejezve a hőmérsékletkülönbségek hányadosát:

$$\underbrace{\frac{T_3 - T_1}{T_4 - T_3}}_{\substack{T \\ \text{állandó}}} = \underbrace{\frac{(d_2 - d_1)\,\alpha}{\lambda_1 (d_1 + d_2)}}_{\substack{C \\ \text{állandó}}} d_3 + \frac{(d_3 - d_2)\,\alpha d_3}{\lambda_2 (d_2 + d_3)} \tag{5.19}$$

Vezessük be a T és C állandókat, hogy gyorsabb és átláthatóbb legyen az egyenlet átrendezése:

$$T = C d_3 + \frac{(d_3 - d_2)\,\alpha d_3}{\lambda_2 (d_2 + d_3)} \tag{5.20}$$

Megszüntetve a törtet d_3-ra másodfokú egyenletet kapunk:

$$T\lambda_2 (d_2 + d_3) = C d_3 \lambda_2 (d_2 + d_3) + (d_3 - d_2)\,\alpha d_3 \tag{5.21}$$

$$0\,\mathrm{W} = (C\lambda_2 + \alpha)\, d_3^2 + (C\lambda_2 d_2 - d_2\alpha - T\lambda_2)\, d_3 - T\lambda_2 d_2 \tag{5.22}$$

Innen a d_3 közelítő értéke:

$$d_{3,1} = 0{,}4008\,\mathrm{m}, \qquad \underbrace{\Big(d_{3,2} = -0{,}0668\,\mathrm{m}\Big)}_{\substack{\text{a másodfokú egyenletnek megoldása,} \\ \text{de a fizikai problémának nem}}} \tag{5.23}$$

A d_3 közelítő megoldással nyert értéke tehát 400,8 mm. A nemlineáris egyenlet közelítő numerikus megoldásától ez 5 %-kal tér el.

K5/4. feladat

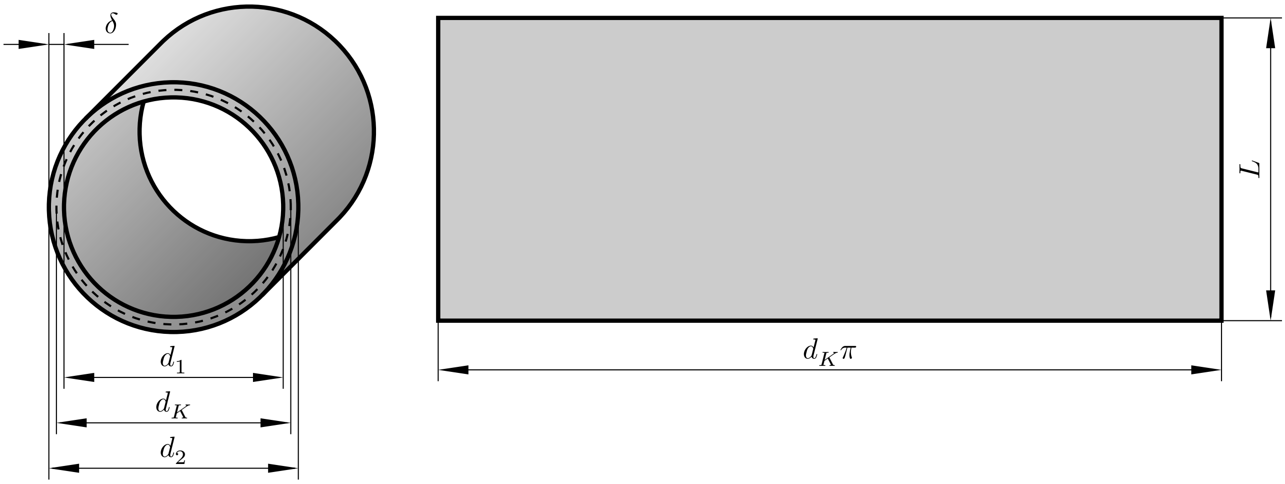
Gyakorlati számítások során szokás a hengeres falon vezetéssel átjutó hőáramot közelítő módon síkfalra vonatkozó összefüggésekkel számolni.

Határozza meg egy hengeres fal külső d_2 és belső d_1 átmérőjének hányadosa függvényében, hogy a lineáris hőáramsűrűség számításakor hány %-os hibát vétünk az alábbi közelítő összefüggéseket használva:

$$\dot{q}_{lin} = \frac{\lambda}{\delta} d_K \pi \left(T_1 - T_2\right) \tag{5.24}$$

ahol δ a falvastagság és d_K a közepes átmérő:

$$\delta = \frac{d_2 - d_1}{2}, \quad \text{és} \quad d_K = \frac{d_1 + d_2}{2} \tag{5.25}$$



5.4. ábra. Hengeres fal kiterítése és közelítése síkfallal.

A hőáramra vonatkozó valós és a közelítő összefüggés:

$$\dot{Q}_{valós} = \frac{2\pi\lambda L}{\ln\frac{d_2}{d_1}} \left(T_1 - T_2\right) \quad \text{és} \quad \dot{Q}_{közelítő} = \frac{2\lambda}{d_2 - d_1}\frac{d_1 + d_2}{2}\pi L \left(T_1 - T_2\right) \tag{5.26}$$

A vizsgálatot a $\varphi = \dfrac{d_2}{d_1} \in [1, 3]$ intervallumban, 0,5-es lépésekben végezzük el. A vizsgálat az ε relatív hiba értékének kiszámítását jelenti a φ átmérőhányados különböző értékei mellett. A relatív hiba, behelyettesítve a hőáramokat:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}_{valós} - \dot{Q}_{közelítő}}{\dot{Q}_{valós}} = 1 - \frac{\dot{Q}_{közelítő}}{\dot{Q}_{valós}} = 1 - \frac{\dfrac{\cancel{2}\lambda}{d_2 - d_1}\dfrac{d_1 + d_2}{2}\cancel{\pi}\cancel{L}\cancel{\left(T_1 - T_2\right)}}{\dfrac{\cancel{2}\cancel{\pi}\lambda\cancel{L}}{\ln\frac{d_2}{d_1}}\cancel{\left(T_1 - T_2\right)}} \tag{5.27}$$

Kifejezve d_2-t φd_1 alakban:

$$\varepsilon = 1 - \frac{d_1 + d_2}{d_2 - d_1}\frac{1}{2}\ln\frac{d_2}{d_1} = 1 - \frac{d_1 + \varphi d_1}{\varphi d_1 - d_1}\frac{1}{2}\ln\varphi = 1 - \frac{1 + \varphi}{\varphi - 1}\frac{1}{2}\ln\varphi \tag{5.28}$$

A relatív hiba értékei a vizsgált intervallumban:

φ	1	1,5	2	2,5	3
$\varepsilon(\varphi)$	$\lim\limits_{\varphi\to 1+} \varepsilon(\varphi) = 0$	0,0134	0,0382	0,0645	0,0897

6. fejezet

Hőterjedés áramló közegben

K6/1. feladat

Egy ellenáramú hőcserélőnél veszteségmentes hőcserét feltételezve a következő adatokat ismerjük: a közegek kezdeti hőmérsékletei $T_{1k} = 140\,°\mathrm{C}$ és $T_{2k} = 15\,°\mathrm{C}$, a két közeg konvektív vízértéke egyenlő $\dot{w} = \dot{w}_1 = \dot{w}_2 = 58\,000\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}}$, a hőátszármaztatási tényező $\kappa = 220\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{K}}$, a teljes hőátadó felület $A_{\ddot{O}} = 100\,\mathrm{m}^2$.

a) A véghőmérsékletek meghatározása

A hőcserélőben történő hőterjedést a következő hőáramokkal jellemezhetjük:

- Az ①-es közeg belépő hőszállításos hőárama $\dot{w}_1 T_{1k}$, a kilépő hőszállításos hőáram $\dot{w}_1 T_{1v}$, a kettő különbsége az ①-es közeg által **leadott** $\Delta\dot{Q}_1 = \dot{w}_1\,(T_{1v} - T_{1k})$; negatív, mert az ①-es közeg hőmérséklete csökken.
- Az átszármaztatott hőáram $\Delta\dot{Q}_{átsz} = \kappa A_{\ddot{O}} \Delta T_{köz,ln}$, értéke pozitív, a számításánál figyelembe kell venni, hogy a $\dot{w}_1 = \dot{w}_2$ egyenlőség miatt a két közeg közötti hőmérsékletkülönbség állandó $\Delta T = \Delta T_N = \Delta T_K$, és ezzel egyenlő a logaritmikus közepes hőmérsékletkülönbség is.

$$\dot{w}_1 = \dot{w}_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta T_{köz,ln} = \lim_{\Delta T_N \to \Delta T_K} \frac{\Delta T_N - \Delta T_K}{\ln \frac{\Delta T_N}{\Delta T_K}} = \Delta T_N = \Delta T_K = \Delta T \tag{6.1}$$

  A ΔT hőmérsékletkülönbség felírható a megfelelő vég- és kezdeti hőmérsékletek különbségeként, például $\Delta T = T_{1v} - T_{2k}$.

- A ②-es közeg belépő hőszállításos hőárama $\dot{w}_2 T_{2k}$, a kilépő hőszállításos hőáram $\dot{w}_2 T_{2v}$, a kettő különbsége a ②-es közeg által **felvett** $\Delta\dot{Q}_2 = \dot{w}_2\,(T_{2v} - T_{2k})$; pozitív, mert a ②-es közeg hőmérséklete növekszik.

A három hőáram az energiamegmaradás miatt egyenlő, ez alapján a két ismeretlen véghőmérsékletre egy kétismeretlenes egyenletrendszert tudunk felírni (behelyettesítve ΔT-t és a közös $\dot{w}$-t):

$$-\Delta\dot{Q}_1 = \Delta\dot{Q}_{átsz} = \Delta\dot{Q}_2 \quad \Rightarrow \quad \left.\begin{aligned} I.\ -\dot{w}\left(T_{1v} - T_{1k}\right) &= \kappa A_{\ddot{O}}\left(T_{1v} - T_{2k}\right) \\ II.\ -\dot{w}\left(T_{1v} - T_{1k}\right) &= \dot{w}\left(T_{2v} - T_{2k}\right) \end{aligned}\right\} \tag{6.2}$$

Az egyenletrendszer lineáris, a véghőmérsékletek átrendezéssel kifejezhetők:

$$T_{1v} = \frac{\kappa A_{\ddot{O}} T_{2k} + \dot{w} T_{1k}}{\kappa A_{\ddot{O}} + \dot{w}} = 105{,}625\,°\mathrm{C} \tag{6.3}$$

$$T_{2v} = T_{2k} + T_{1k} - T_{1v} = 49{,}375\,°\mathrm{C} \tag{6.4}$$

b) Mekkora kellene legyen a hőátszármaztatási tényező, hogy a két véghőmérséklet egyenlő legyen?

A feltétel egyenlet alakban $T_{1v} = T_{2v}$. Mivel a konvektív vízértékek továbbra is egyenlők, a $T\left(A\right)$ hőmérséklet-hely függvények lineárisak és azonos meredekségűek, ezért a két véghőmérséklet úgy lehet egyenlő, ha a kezdeti hőmérsékletek átlagával is egyenlők:

$$T_{1v} = T_{2v} = \frac{T_{1k} + T_{2k}}{2} = 77{,}5\,°\mathrm{C} \tag{6.5}$$

A módosított κ^* hőátszármaztatási tényező az átszármaztatott és az egyik szállításos hőáram egyenlőségéből kifejezhető:

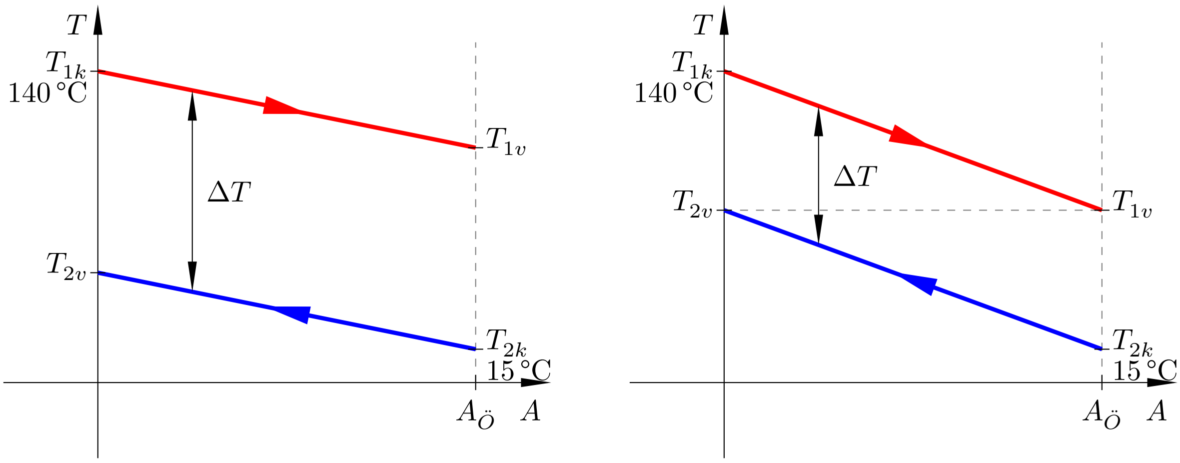
$$-\Delta\dot{Q}_1 = \Delta\dot{Q}_{átsz} \quad \Rightarrow \quad -\dot{w}\left(T_{1v} - T_{1k}\right) = \kappa^* A_{Ö}\left(T_{1v} - T_{2k}\right) \tag{6.6}$$

Kifejezve a hőátszármaztatási tényező:

$$\kappa^* = \frac{\dot{w}\left(T_{1k} - T_{1v}\right)}{A_{Ö}\left(T_{1v} - T_{2k}\right)} = \frac{\dot{w}\Delta T}{A_{Ö}\Delta T} = \frac{\dot{w}}{A_{Ö}} = 580\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\,K}} \tag{6.7}$$

c) A léptékhelyes hőmérséklet-hely függvények

Hőcserélőknél a hőmérséklet-hely függvény a $T(A)$ függvény, amit közegenként különböző, és a helyet az A érintett hőátadó felület jelenti. Az a) és b) részben a konvektív vízértékek egyenlők, ezért lineárisak a $T(A)$ függvények.



(a) A hőmérséklet-hely függvények az a) esetben.

(b) A hőmérséklet-hely függvények a b) esetben.

A kézzel történő feladatmegoldást gyakran lehet az ábrák közelítő felrajzolásával kezdeni, azonban az görbék jelleghelyes rajzolása általában csak a számítások elvégzése után lehetséges.

K6/4. feladat

Határozza meg, hogy **száraz telített vízgőzből** mennyi csapódik le óránként egy $d = 40\,\mathrm{mm}$ átmérőjű, $L = 1\,\mathrm{m}$ magas, függőleges cső külső falára $p = 1{,}01\,\mathrm{bar}$ gőznyomás esetén, ha a csőfelület középhőmérséklete $T_F = 60\,°\mathrm{C}$! A p nyomáshoz tartozó forráspont $T_S = 100\,°\mathrm{C}$.

A víz anyagjellemzői a közepes $T_K = \frac{T_S+T_F}{2}$ hőmérsékleten: a párolgáshő $r = 2257{,}3\,\dfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}$, a sűrűség $\varrho_{80} = 971{,}6\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, a hővezetési tényező $\lambda_{80} = 0{,}67\,\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}}$, a dinamikai viszkozitás $\eta_{80} = 351 \cdot 10^{-6}\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m\,s}}$.

Nusselt folyadékréteg elmélete szerint a gőz és a lecsapódó folyadékréteg által befolyt csőfal közötti hőátadási tényező az alábbi alakban számolható, ha a folyadék áramlása réteges/lamináris:

$$\alpha = c\left(\frac{r\varrho^2\lambda^3 g}{\eta H \Delta T}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{6.8}$$

A c értéke, illetve a H jelentése a cső elhelyezkedésétől függ: függőleges fal vagy cső esetén $c_1 = 0{,}943$, és $H = L$ (az L a magasság vagy függőleges hossz), vízszintes cső esetén $c_2 = 0{,}726$, és $H = d$ (a d a külső átmérő).

a) Függőleges cső vizsgálata

A gőz lecsapódása során a rejtett hőt adja le átadással a csőnek. Ezt a két hőáram egyenlőségével írhatjuk le, azaz $\dot{Q}_{rejtett} = \dot{Q}_{átadás}$. Kifejtve a két hőáram:

$$\dot{Q}_{rejtett} = \dot{m}r \quad \text{és} \quad \dot{Q}_{átadás} = \alpha A\left(T_S - T_F\right) = \alpha d\pi L\left(T_S - T_F\right) \tag{6.9}$$

A hőátadási tényező függőleges csőnél:

$$\alpha_{függőleges} = 0{,}943\left(\frac{r\varrho_{80}^2\lambda_{80}^3 g}{\eta_{80} L\left(T_S - T_F\right)}\right)^{\frac{1}{4}} = 4{,}338\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\,K}} \tag{6.10}$$

A lecsapódás tömegárama a függőleges helyzetű csövön:

$$\dot{m}_{függőleges} = \frac{\alpha_{függőleges} d\pi L\left(T_S - T_F\right)}{r} = 9{,}65 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} = 34{,}775\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}} \tag{6.11}$$

b) Vizsgáljuk meg a lecsapódott gőzmennyiséget akkor is, ha a cső vízszintes helyzetű!

A hőátadási tényező vízszintes csőnél:

$$\alpha_{vízszintes} = 0{,}943\left(\frac{r\varrho_{80}^2\lambda_{80}^3 g}{\eta_{80} L\left(T_S - T_F\right)}\right)^{\frac{1}{4}} = 7{,}468\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\,K}} \tag{6.12}$$

A lecsapódás tömegárama a vízszintes helyzetű csövön:

$$\dot{m}_{vízszintes} = \frac{\alpha_{vízszintes} d\pi L\left(T_S - T_F\right)}{r} = 16{,}6 \cdot 10^{-3}\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} = 59{,}86\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}} \tag{6.13}$$

c) A vízszintes vagy a függőleges elrendezést célszerű választani? Mikor nagyobb a hőátadási tényező?

A kérdés arra vonatkozik, hogy a d és az L viszonya alapján melyik elrendezést célszerű választani. A feladatot az alábbi egyenlőtlenség alakban célszerű megfogalmazni:

$$\alpha_{függőleges} < \alpha_{vízszintes} \quad \Rightarrow \quad c_1\left(\frac{\cancel{r\varrho^2\lambda^3 g}}{\cancel{\eta} L \cancel{\Delta T}}\right)^{\frac{1}{4}} < c_2\left(\frac{\cancel{r\varrho^2\lambda^3 g}}{\cancel{\eta} d \cancel{\Delta T}}\right)^{\frac{1}{4}} \quad \Rightarrow \quad \frac{c_1^4}{c_2^4} d < L \tag{6.14}$$

Azaz, ha $2{,}846d < L$, akkor $\alpha_{függőleges} < \alpha_{vízszintes}$.

7. fejezet

Hőcserélők, hőszigetelés

K7/1. feladat

Egy $A_Ö = 15\,\mathrm{m}^2$ hőátadó felületű csőköteges hőcserélőben $\dot{m}_a = 820\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}}$ tömegáramú cseppfolyós ammóniát kell vízzel lehűtenünk. Az ammónia belépési hőmérséklete $T_{ak} = 25\,°\mathrm{C}$, a rendelkezésre álló hűtővíz hőmérséklete $T_{vk} = 12\,°\mathrm{C}$.

Ha az ellenáramú hőcserélőn $\dot{m}_v = 1130\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}}$ tömegáramú vizet áramoltatunk keresztül és a hőátszármaztatási tényező $\kappa = 160\,\dfrac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{K}}$, akkor mekkorák lesznek a kilépési hőmérsékletek?

A víz fajhője $c_v = 4{,}18\,\dfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}}$, az ammónia fajhője $c_a = 4{,}6\,\dfrac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg\,K}}$.

a) A hőcserét leíró egyenletek

Az ammónia a hűtött közeg, ezért ez lesz az ①-es közeg, a víz pedig a ②-es. A meghatározandó ismeretlenek a T_{av} és T_{vv} véghőmérsékletek, emiatt két független egyenletet kell felírnunk. A hőcserélőben a leadott, az átszármaztatott és a felvett hőáram az energiamegmaradás miatt egyenlő. A leadott és a felvett hőáram egyenlőségéből a véghőmérsékletekre lineáris egyenletet kapunk, az átszármaztatott hőáram viszont csak akkor ad lineáris egyenletet, ha a konvektív vízértékek egyenlők. A konvektív vízértékek:

$$\dot{w}_a = \dot{m}_a c_a = 1047\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}} \quad \text{és} \quad \dot{w}_v = \dot{m}_v c_v = 1312\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{K}} \tag{7.1}$$

Később a számítási eredmények ellenőrzésére lesz használható az a tény, hogy a nagyobb konvektív vízértékű közeg hőmérséklete változik kevesebbet.

A konvektív vízértékek nem egyenlők, emiatt célszerű keresni egy másik egyenletet, ami lineáris. Ez lehet a $\Delta T(A)$ hőmérsékletkkülönbség-hely függvény a teljes $A_Ö$ hőátadó felületre.

$$\Delta T(A_Ö) = \Delta T_N \mathrm{e}^{-\kappa \overleftrightarrow{m} A_Ö} = \Delta T_K \tag{7.2}$$

Ennél az egyenletnél a ΔT_N és a ΔT_K hőmérsékletkülönbségek helyes felírására kell odafigyelni, mivel ellenáramú hőcserénél a **nagyobb konvektív vízértékű közeg belépésénél van a kisebb hőmérsékletkülönbség**. Azaz vizsgált esetben $\Delta T_N = T_{ak} - T_{vv}$ az ammónia belépésénél és $\Delta T_K = T_{av} - T_{vk}$ a víz belépésénél.

Ezek alapján a két ismeretlen véghőmérsékletre az alábbi kétismeretlenes egyenletrendszert tudjuk felírni:

$$\begin{matrix} -\Delta\dot{Q}_a = \Delta\dot{Q}_v \\[2ex] \Delta T(A_Ö) = \Delta T_K \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \left.\begin{matrix} I. \; -\dot{w}_a\left(T_{av} - T_{ak}\right) = \dot{w}_v\left(T_{vv} - T_{vk}\right) \\[2ex] II. \; \left(T_{ak} - T_{vv}\right)\mathrm{e}^{-\kappa \overleftrightarrow{m} A_Ö} = T_{av} - T_{vk} \end{matrix}\right\} \tag{7.3}$$

A fenti egyenletrendszer megoldható egyszerű átrendezéssel, azonban mivel gyakran előfordul, kialakult egy mátrixos megoldási módszer is.

Mindkét a módszernél célszerű a (7.3) egyenletrendszerbe az alábbi mennyiségeket behelyettesíteni:

$$\varphi = \frac{\dot{w}_1}{\dot{w}_2} = \frac{\dot{w}_a}{\dot{w}_v} \quad \text{és} \quad \eta = \mathrm{e}^{-\kappa \overset{\rightleftarrows}{m} A_{\ddot{O}}} \tag{7.4}$$

A φ a konvektív vízértékek hányadosa, az η az exponenciális függvény értéke.

b) Megoldás átrendezéssel

A (7.3) egyenletrendszer átrendezéssel megoldható. A (7.4) szerinti behelyettesítéssel rövidebbek az egyenletek. Az $I.$ egyenlet átrendezése, φ és η behelyettesítése után:

$$\left.\begin{aligned} I.\ &\varphi\left(T_{ak} - T_{av}\right) = T_{vv} - T_{vk} \\ II.\ &\left(T_{ak} - T_{vv}\right)\eta = T_{av} - T_{vk} \end{aligned}\right\} \tag{7.5}$$

Fejezzük ki T_{vv}-t az $I.$ egyenletből és helyettesítsük be a $II.$-ba:

$$I.\ T_{vv} = \varphi T_{ak} + T_{vk} - \varphi T_{av} \tag{7.6}$$

$$II.\ T_{av} + \eta\left(\varphi T_{ak} + T_{vk} - \varphi T_{av}\right) = \eta T_{ak} + T_{vk} \tag{7.7}$$

$$II.\ T_{av} = \frac{\eta T_{ak} + T_{vk} - \eta\left(\varphi T_{ak} + T_{vk}\right)}{1 - \eta\varphi} = 15{,}32\,°\mathrm{C} \tag{7.8}$$

Visszahelyettesítve az $I.$ egyenletbe, megkapjuk a víz véghőmérsékletét:

$$I.\ T_{vv} = \varphi T_{ak} + T_{vk} - 15{,}32\,°\mathrm{C} = 19{,}72\,°\mathrm{C} \tag{7.9}$$

c) Megoldás mátrix alakban

A (7.5) egyenletrendszer átrendezéses megoldást paraméteresen elvégezve mindkét ismeretlen hőmérsékletre az $\mathbf{T}_v = c\mathbf{A}\mathbf{T}_k$ mátrix alakra hozható. A (7.8) egyenlet jobb oldalát alakítsuk a kezdeti hőmérsékletes lineáris kombinációjává:

$$T_{av} = \frac{\eta\left(1-\varphi\right)T_{ak} + \left(1-\eta\right)T_{vk}}{1-\eta\varphi} = \frac{1}{1-\eta\varphi}\begin{bmatrix}\eta\left(1-\varphi\right) & 1-\eta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_{ak}\\ T_{vk}\end{bmatrix} \tag{7.10}$$

A $II.$ egyenletből kifejezve T_{av} és behelyettesítve az $I.$ egyenletbe:

$$II.\ T_{av} = \left(T_{ak} - T_{vv}\right)\eta + T_{vk} \tag{7.11}$$

$$I.\ \varphi\left(T_{ak} - \left(T_{ak} - T_{vv}\right)\eta + T_{vk}\right) = T_{vv} - T_{vk} \tag{7.12}$$

$$T_{vv} = \frac{\varphi\left(T_{ak} - T_{ak}\eta + T_{vk}\right) + T_{vk}}{1-\eta\varphi} \tag{7.13}$$

Innen a mátrixos alak:

$$T_{vv} = \frac{\varphi\left(1-\eta\right)T_{ak} + T_{vk}\left(1+\varphi\right)}{1-\eta\varphi} = \frac{1}{1-\eta\varphi}\begin{bmatrix}\varphi\left(1-\eta\right) & 1+\varphi\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_{ak}\\ T_{vk}\end{bmatrix} \tag{7.14}$$

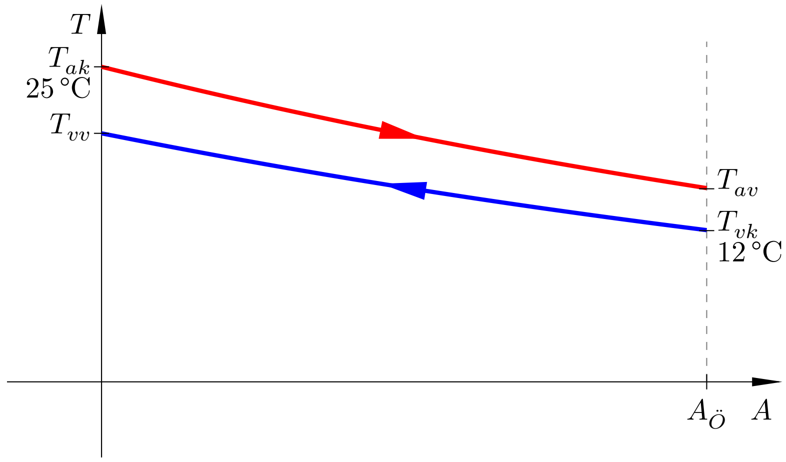
Összevonva két mátrixos egyenlet:

$$\begin{bmatrix}T_{av}\\ T_{vv}\end{bmatrix} = \frac{1}{1-\eta\varphi}\begin{bmatrix}\eta\left(1-\varphi\right) & 1-\eta\\ \varphi\left(1-\eta\right) & 1-\varphi\end{bmatrix}\begin{bmatrix}T_{ak}\\ T_{vk}\end{bmatrix} \tag{7.15}$$

Itt a c állandót és az $\mathbf{A}$ mátrix elemeit kell kiszámolni, és képezni velük a kezdeti hőmérsékletek lineáris kombinációit.

d) A léptékhelyes hőmérséklet-hely függvények

A véghőmérsékletek megrajzolása után megrajzolhatók a hőmérséklet-hely függvények.



7.1. ábra. A hőmérséklet-hely függvények.

A kézzel történő feladatmegoldást gyakran lehet az ábrák közelítő felrajzolásával kezdeni, azonban az görbék jelleghelyes rajzolása általában csak a számítások elvégzése után lehetséges.

K7/2. feladat

Egy olajipari hűtőnél mérés útján határozzuk meg a hőátszármaztatási tényezőt, a környezeti hatást, és rajzoljuk le axonometrikusan a hőcserélőt!

A hőcserélő 1-4-es (azaz köpenyoldalon 1-szeres, csőoldalon 4-szeres) átfutású, a csőkötegben hűtővíz, a köpenyoldalon benzin áramlik. Hőszigetelés nincs, a ”hőveszteség”, a benzinből a környezetbe távozó hő valójában nyereség, ennyivel kevesebb hűtővíz szükséges. A benzin a hűtött közeg, ezért ez lesz az ①-es közeg, a víz pedig a ②-es.

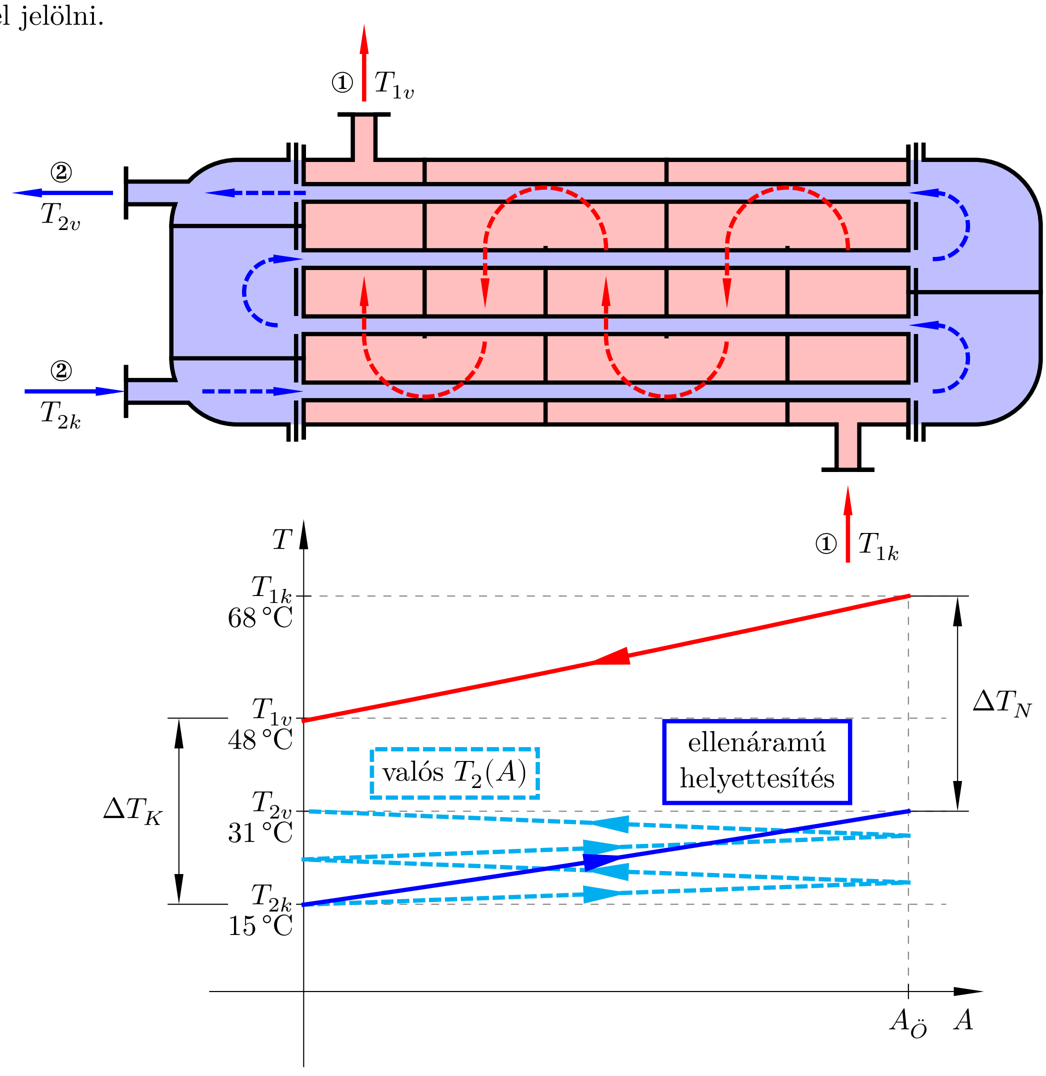
A benzin tömegárama $\dot{m}_B = 66\,000\,\frac{\text{kg}}{\text{h}}$, sűrűsége $\varrho_B = 740\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$, fajhője $c_B = 2{,}26\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$. A benzin kezdeti hőmérséklete $T_{1k} = 68\,°\text{C}$, véghőmérséklete $T_{1v} = 47\,°\text{C}$ (a változás 21 °C).

A víz tömegárama $\dot{m}_V = 45\,400\,\frac{\text{kg}}{\text{h}}$, sűrűsége $\varrho_V = 997\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$ (23 °C hőmérsékletes), fajhője $c_V = 4{,}179\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$. A víz kezdeti hőmérséklete $T_{2k} = 15\,°\text{C}$, véghőmérséklete $T_{2v} = 31\,°\text{C}$ (a változás 16 °C).

A névleges hőátadó felület $A_Ö = 100\,\text{m}^2$.

a) Készítse el a hőcserélő mérési vázlatát és rajzolja meg a hőmérséklet-hely függvényt!

A mérési vázlat a hőcserélő főbb jellemzőit ábrázolja, nem feltétlenül a térbeli elhelyezkedésük szerint, hanem a lehető legegyszerűbben. A négyszeres köpenyoldali átfutást például elegendő kiterítve, egy-egy csővel jelölni.



7.2. ábra. A hőcserélő mérési vázlata és a hőmérséklet-hely függvények.

A többszörös csőoldali átfutás miatt a hőcserélő vegyesáramú, de a hőmérséklet-hely függvény helyettesíthető egy ellenáramúval.

c) A vegyesáramú hőcserélő átszármaztatott hőárama

A vegyesáramú hőcserélő átszármaztatott hőáram az alábbi összefüggéssel számolható:

$$\dot{Q}_{átsz} = \kappa A_{Ö} \Delta T_{köz,ln} F_t \tag{7.16}$$

ahol F_t a logaritmikus közepes hőmérsékletkülönbség vegyesáram esetén szükséges helyesbítő tényezője.

d) A logaritmikus közepes hőmérsékletkülönbség (LMTD)

A logaritmikus közepes hőmérsékletkülönbség (LMTD: logarithmic mean temperature difference) számításához szükség van a kisebb és nagyobb hőmérsékletkülönbségre. Ezek leolvasásához a $T_2(A)$ hőmérséklet-hely függvényt a megfelelő ellenáramúval kell helyettesíteni (lásd 7.2. ábra).

$$\Delta T_{köz,ln} = \frac{\Delta T_N - \Delta T_K}{\ln \dfrac{\Delta T_N}{\Delta T_K}} = \frac{37\,°\mathrm{C} - 33\,°\mathrm{C}}{\ln \dfrac{37\,°\mathrm{C}}{33\,°\mathrm{C}}} = 34{,}44\,°\mathrm{C} = 34{,}44\,\mathrm{K} \tag{7.17}$$

A logaritmikus közepes hőmérsékletkülönbség egy hőmérsékletkülönbség, ezért Celsius-fokban és kelvinben azonos az értéke.

e) Az F_t helyesbítő tényező

Az F_t leolvasásához ki kell számítani a hőmérsékletviszonyokat jellemző R és S hányadosokat. Az R a meleg és hideg közeg hőmérsékletváltozásának hányadosa:

$$R = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = \frac{T_{1k} - T_{1v}}{T_{2v} - T_{2k}} = 1{,}31 \tag{7.18}$$

Az S a hidegebb közeg hőmérsékletváltozásának és a legnagyobb hőmérsékletkülönbségnek (általában a belépő hőmérsékletek különbségének) hányadosa:

$$S = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{max}} = \frac{T_{2v} - T_{2k}}{T_{1k} - T_{2k}} = 0{,}3 \tag{7.19}$$

Az F_t leolvasható értéke 0,95.

f) Az átszármaztatott hőáram és a hőátszármaztatási tényező

Az átszármaztatott hőáramot a hűtővíz által felvett hőárammal tekinthetjük azonosnak, a benzin által leadott hőáram ennél több, mivel a benzin hőjének egy része a környezetbe távozik.

$$\dot{Q}_{átsz} = \Delta \dot{Q}_V = \dot{m}_V c_V \Delta T_2 = \dot{m}_V c_V \left(T_{2v} - T_{2k}\right) = 843{,}23\,\mathrm{kW} \tag{7.20}$$

Innen a hőátszármaztatási tényező:

$$\kappa = \frac{\dot{Q}_{átsz}}{A_{Ö} \Delta T_{köz,ln} F_t} = 257{,}73\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2\,K}} \tag{7.21}$$

g) A környezeti hatás

A "hasznos hőveszteségként" megnyilvánuló környezeti hatást a benzin által leadott és a víz által felvett hőáramok különbségeként tudjuk számolni. A benzin által leadott hőáram:

$$\Delta \dot{Q}_B = \dot{m}_B c_B \Delta T_1 = \dot{m}_B c_B \left(T_{1k} - T_{1v}\right) = 870{,}1\,\mathrm{kW} \tag{7.22}$$

A környezeti hatás:

$$\Delta \dot{Q}_B - \Delta \dot{Q}_V = 26{,}9\,\mathrm{kW} \tag{7.23}$$