## Pannon Egyetem Mérnöki Kar

SEGÉDLET

## Műszaki hőtan feladatgyűjtemény

Műszaki hőtan Műszaki áramlástan és hőtan II. Műszaki áramlás- és hőtan

# Tartalomjegyzék

$\mathbf{A}$	apadatok	2
	A tárgy adatai	2
	A segédlet célja	2
	Ajánlott szakirodalom	2
1.	Levegő állapotváltozásai	3
	K1/9. feladat	3
2.	Víz és vízgőz állapotváltozásai	5
	K2/1. feladat	5
3.	Munkát szolgáltató körfolyamatok	6
	K1/5. feladat	6
4.	Hűtőgépek, hűtőkörfolyamatok	7
	MH31. feladat: Fojtószelepes ammónia hűtőgép	7
<b>5.</b>	Hőterjedés álló közegben	9
	K5/1. feladat: Hőterjedés sík kazánfalban	6
	K5/2. feladat: Szénacél csőre kifagyó jégréteg	11
	K5/4. feladat: Hengeres fal közelítése síkfallal	14
	HS3. feladat: Háromrétegű síkfal hőfrogalma és hőmérsékletei	15
<b>6.</b>	Hőterjedés áramló közegben	17
	K6/1. feladat: Ellenáramú hőcserélő számítása	17
	K6/4. feladat: Hőátadás és lecsapódás függőleges csőfalon	19
7.	Hőcserélők, hőszigetelés	21
	K7/1. feladat	21
	K7/2. feladat	24

## Alapadatok

### A tárgy adatai

Név: Műszaki áramlástan és hőtan II. (Műszaki hőtan)

Kód: VEMKGEB242H

Kreditérték: 2 (1 elmélet, 1 gyakorlat)

Követelmény típus: vizsga

Szervezeti egység: Gépészmérnöki Intézet

Előadás látogatása: kötelező Gyakorlat látogatása: kötelező

Számonkérés: a félév végén zárthelyi, írásbeli és szóbeli vizsga

## A segédlet célja

A segédlet célja ismertetni a **Műszaki hőtan szemináriumi segédlet és példatár** (Dr. Pleva László, Zsíros László) feladatainak megoldását.

A segédlet kidolgozása még folyamatban van, ezen sorok írásakor az elsődleges célja az ötödik, hatodik és hetedik fejezetben található feladatok megoldásának ismertetése, melyekre a 2016/17-es tanév őszi féléve során nem jutott idő az előadásokon, azonban a számonkérés részét képezik.

## Ajánlott szakirodalom

- Dr. Pleva László, Zsíros László: Műszaki hőtan, Pannon Egyetemi Kiadó (ebből kimarad: 59-62; 66-69; 100-104; 114-209; 237-245; 280-309 oldalak)
- M. A. Mihajev: A hőátadás számításának gyakorlati alapjai, Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.

## Levegő állapotváltozásai

## K1/9. feladat: Nedves vízgőz kiterjedése

 $V_1=1,5\,\mathrm{m}^3$  térfogatú,  $p_1=16\,\mathrm{bar}$  nyomású és  $x_1=0,95$  fajlagos gőztartalmú vízgőz **adiabatikusan**  $p_2=0,1\,\mathrm{bar}$  nyomásig terjed ki. Határozza meg a kiterjedés kezdetén és végén a gőz állapotjelzőit, a gőz m tömegét és a gőz által végzett  $w_t$  technikai munkát!

Ábrázolja a folyamatot T-s diagramban!

### Ismert jellemzők a kezdeti állapotban

$$\begin{split} p_1 &= 16 \, \mathrm{bar}, \quad V_1 = 1.5 \, \mathrm{m}^3, \quad x_1 = 0.95, \quad h_1' = 858.3 \, \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}, \quad h_1'' = 2793 \, \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} \\ s_1' &= 2.344 \, \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg \, K}}, \quad s_1'' = 6.442 \, \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg \, K}}, \quad v_1' = 0.001 \, 16 \, \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}, \quad v_1'' = 0.1238 \, \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}} \end{split}$$

### Ismert jellemzők a végállapotban

$$h_2' = 191, 9 \, \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad h_2'' = 2584 \, \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad s_2' = 0,6492 \, \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}, \quad s_2'' = 8,149 \, \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

#### Az állapotjelzők a kezdeti állapotban

A kezdeti állapothoz tartozó  $h_1$  hőtartalom,  $v_1$  fajtérfogat és  $s_1$  entrópia a szélsőértékek és az  $x_1$  fajlagos gőztartalom felhasználásával számolható:

$$h_1 = (1 - x_1) h_1' + x_1 h_1'' = 2696,27 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$
 (1.1)

$$v_1 = (1 - x_1) v_1' + x_1 v_1'' = 0,1176 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$
 (1.2)

$$s_1 = (1 - x_1) s_1' + x_1 s_1'' = 6.237 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$
(1.3)

A kiterjedő gőz tömege az azonos állapotra vonatkozó térfogat és fajtérfogat hányadosa. A kezdeti állapotra mindkét mennyiség ismert:

$$m = \frac{V_1}{v_1} = 12,74 \,\mathrm{kg} \tag{1.4}$$

### Az állapotjelzők a végállapotban

A végállapot állapotjelzőinek számolásához szükségünk van az ismert szélsőértékek mellett az  $x_2$  fajlagos gőztartalomra is. Az állapotváltozás adiabatikus jellegű, emiatt  $s_1 \approx s_2$  (ha reverzibilisnek tekintjük az állapotváltozást, akkor  $s_1 = s_2$ ):

$$s_2 = (1 - x_2) \, s_2' + x_2 s_2'' \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{s_2 - s_2'}{s_2'' - s_2'} \approx \frac{s_1 - s_2'}{s_2'' - s_2'} = 0,745 \tag{1.5}$$

A hőtartalom a végállapotban:

$$h_2 = (1 - x_2) h_2' + x_2 h_2'' = 1974 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$
 (1.6)

#### A technikai munka

Az állapotváltozás technikai munkáját az első főtétel átáramlott rendszerek

# Víz és vízgőz állapotváltozásai

 $\mathrm{K}2/1$ . feladat: Gőzfejlesztés állandó nyomáson

# Munkát szolgáltató körfolyamatok

K1/5. feladat: Levegő Carnot-körfolyamata

## Hűtőgépek, hűtőkörfolyamatok

### MH31. feladat: Fojtószelepes ammónia hűtőgép

Név	Steiber Árpád	
Szak	Vegyészmérnöki	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév	

Egy kompresszoros ammóniás hűtőgép - fojtószeleppel - hűtőteljesítménye  $-15\,^{\circ}$ C elpárolgási és  $25\,^{\circ}$ C kondenzációs hőmérséklet mellett  $10\,\mathrm{kW}$ . Határozza meg a sűrítés véghőmérsékletét adiabatikus, reverzibilis esetben, ha a kompresszor száraz telített gőzt szív be. Mennyi a körfolyamatban keringetett ammónia mennyisége, a körfolyamat fenntartásához szükséges villamos teljesítmény, valamint a hűtővíz mennyisége, ha annak felmelegedése

$$\Delta T = 10 \,^{\circ} \text{C} \tag{4.1}$$

A rendelkezésre álló gőztáblázati adatok

$$T = -15 \,^{\circ}\text{C}$$
  $h'' = 1587,53 \, \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$   $s'' = 6,301 \, \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$   $T = 25 \,^{\circ}\text{C}$   $h' = 460,82 \, \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ 

A sűrítés végén a tömegfajlagos hőtartalom  $h_2=1793,0\,\frac{\rm kJ}{\rm kg}$   $(p_h$  diagramból). A víz fajhője

$$c_V = 4.18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \tag{4.2}$$

Sűrítés utáni nyomás $(p_F)$  és a sűrítés előtti nyomás $(p_A)$ 

$$P_F = 1 \,\mathrm{MPa} \qquad P_A = 0.236 \,\mathrm{MPa}$$
 (4.3)

Rajzolja le a folyamatot T-s diagramban, jelölje be az elvondandó hőt és a kívülről bevezetett munkát!

A hűtőtérből elvont hő:

$$q_h = h_1 - h_4 = h_1 - h_3 = 1587,53 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 460,821 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 1126,709 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \tag{4.4}$$

Az ammónia tömegárama:

$$\dot{m}_A = \frac{Q_H}{q_H} = \frac{100 \frac{\text{kJ}}{\text{s}}}{1126,709 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}} = 0,08875 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 319,51 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$$
(4.5)

A kompresszor technikai munkája:

$$w_k = h_2 - h_1 = 1793,0 \, \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} - 1587,53 \, \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} = 205,47 \, \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} \tag{4.6}$$

A folyamat fenntartásához szükséges villamos teljesítmény:

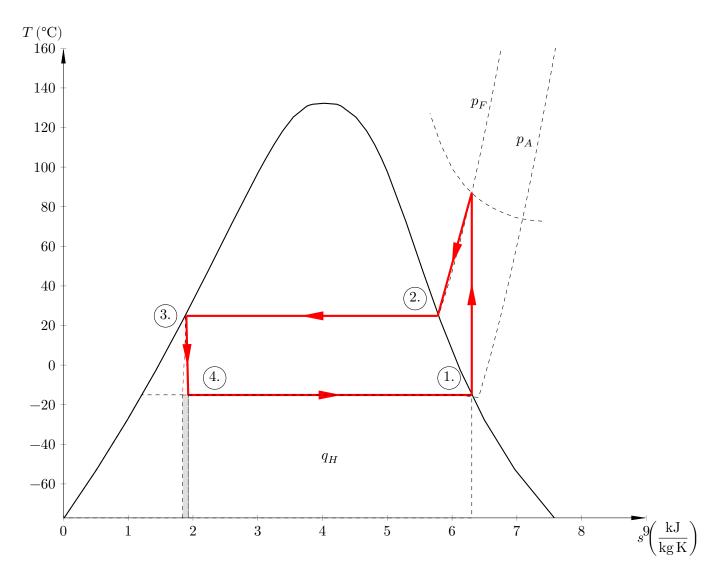
$$P = w\dot{m}_A = 205,47 \,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} 0,08875 \,\frac{\text{kg}}{\text{s}} = 18,24 \,\text{W} \tag{4.7}$$

A környezet felé leadott hőmennyiség:

$$q_k = h_2 - h_3 = h_2 - h_4 = 1793,0 \, \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} - 460,82 \, \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} = 1332,18 \, \frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} \tag{4.8}$$

A hűtővíz mennyisége

$$\dot{m}_v = \frac{Q_H}{c_V \Delta T} = \frac{100 \frac{\text{kJ}}{\text{s}}}{4.18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} 10 \text{ K}} = 2.39 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$
(4.9)



4.1. ábra. T-s diagram

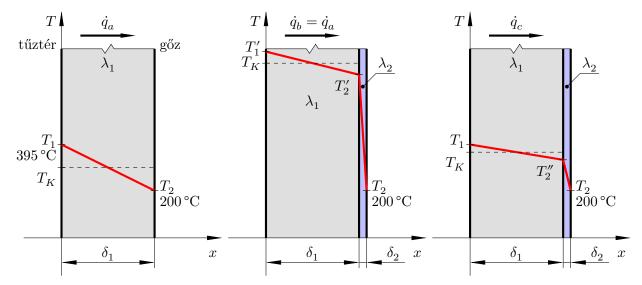
## Hőterjedés álló közegben

K5/1. feladat: Hőterjedés sík kazánfalban

Név	Szalay István
Szak	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Egy kazánban 10 bar nyomású gőzt termelnek. A kazánfal belső felülete 200 °C, külső (tűztér felőli) felülete pedig 395 °C hőmérsékletű. A kazán fala  $\delta_1=16\,\mathrm{mm}$  vastagságú.

A kazán falának hővezetési tényezője  $\lambda_1=43\,\frac{W}{m\,K}.$  (A kazán falát síkfalnak tekintjük.)



(a) A hőmérséklet-hely függvény az (b) A hőmérséklet-hely függvény (c) A hőmérséklet-hely függvény a az b) esetben. c) esetben.

### a) Határozzuk meg a fal közepes hőmérsékletét és a falban kialakuló hőáramsűrűséget!

A fal közepes hőmérséklete a lineáris hőmérsékleteloszlás miatt a falhőmérsékletek átlaga:

$$T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = 297.5 \,^{\circ}\text{C}$$
 (5.1)

Nem lineáris hőmérsékleteloszlás esetén a hőmérséklet-hely függvény határozott integráljának és a falvastagságnak a hányadosa a közepes hőmérséklet.

A hőáramsűrűség a falban

$$\dot{q}_a = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (T_1 - T_2) = 524 \,\frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$$
 (5.2)

Ebben a feladatban a kazánfal oldalain végbemenő hőátadást tökéletesnek tekintjük, azaz a falhőmérsékletek megegyeznek a közeghőmérsékletekkel.

## b) A kazán falára $\delta_2=1.2\,\mathrm{mm}$ vastag kazánkőréteg rakódik. Változatlan gőztermelés és gőznyomás esetén számítsuk ki a kazán falának közepes hőmérsékletét!

A vízkőréteg hővezetési tényezője  $\lambda_2=1.6\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}}.$ 

A "változatlan gőztermelés" kifejezés azt jelenti, hogy a gőzoldali falhőmérséklet és a hőáramsűrűség a falban nem változik. A vízkőréteg miatt a hőáramsűrűség csak úgy maradhat azonos  $\dot{q}_a$ -val, hogy a tűztér oldali  $T_1'$  falhőmérséklet sokkal nagyobb  $T_1$ -nél, a  $T_2'$  falhőmérséklet pedig nem azonos a gőzoldali  $T_2$  hőmérséklettel. A vízkőréteg hővezetési tényezője sokkal kisebb a kazánlemezénél, ezért a kisebb rétegvastagság ellenére nagyobb hőmérséklet esik rajta.

A fal közepes hőmérséklete itt is a két falhőmérséklet átlaga:

$$T_K' = \frac{T_1' + T_2'}{2} \tag{5.3}$$

A  $T_1^\prime$ és a  $T_2^\prime$  falhőmérséklet a  $q_b$ hőáramsűrűség alapján számítható ki:

$$\dot{q}_b = \dot{q}_a = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (T_1' - T_2') = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (T_2' - T_2) \tag{5.4}$$

$$T_2' = T_2 + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \dot{q}_a = 200 \,^{\circ}\text{C} + \frac{1,2 \,\text{mm}}{1,6 \,\frac{\text{W}}{\text{m K}}} 524 \,\frac{\text{kW}}{\text{m}^2} = 593 \,^{\circ}\text{C}$$
 (5.5)

$$T_1' = T_2' + \frac{\delta_1}{\lambda_1} \dot{q}_a = 593 \,^{\circ}\text{C} + \frac{16 \,\text{mm}}{43 \,\frac{\text{W}}{\text{m K}}} 524 \,\frac{\text{kW}}{\text{m}^2} = 788 \,^{\circ}\text{C}$$
 (5.6)

## c) Ha szilárdsági okok miatt a fal hőmérséklete nem emelkedhet, de a gőznyomás változatlan, mekkora lesz a hőáramsűrűség?

Ha gőznyomás nem változik, akkor a gőz hőmérséklete sem változik, mivel a kazánban a nedves gőzmezőbe eső állapotú a víz, és ott T-s diagram szerint az izotermák és az izobár vonalak egybeesnek. Tehát a gőzoldali hőmérséklet  $T_2$ . Ha szilárdsági okok miatt a fal hőmérséklete nem emelkedhet, akkor a tűztér oldali hőmérséklet az eredeti  $T_1$ .

A  $\dot{q}_c$  hőáramsűrűség azonos a kazánfalban és a vízkőrétegben:

$$\dot{q}_c = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (T_1 - T_2'') = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (T_2'' - T_2) \tag{5.7}$$

Kifejezve a két hőmérsékletkülönbséget, és összeadva a két egyenletet:

$$\frac{\dot{q}_c \frac{\delta_1}{\lambda_1} = (T_1 - T_2'')}{\dot{q}_c \frac{\delta_2}{\lambda_2} = (T_2'' - T_2)} \Rightarrow \dot{q}_c \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}\right) = (T_1 - T_2) \Rightarrow \dot{q}_c = 173,78 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2}$$
(5.8)

A fenti két egyenletet kétismeretlenes egyenletrendszernek is tekinthetjük, ahol a hőáramsűrűség mellett a másik ismeretlen a  $T_2''$  falhőmérséklet. A hőáramsűrűséget visszahelyettesítve megkaphatjuk az értékét:

$$T_2'' = T_1 - \dot{q}_c \frac{\delta_1}{\lambda_1} = 330,34 \,^{\circ}\text{C}$$
 (5.9)

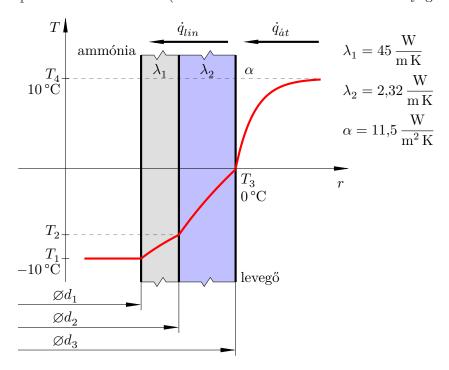
K5/2. feladat: Szénacél csőre kifagyó jégréteg

Név	Szalay István	
Szak		
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév	

Egy NÁ125-ös szénacél csőben (a külső átmérő  $d_2=133\,\mathrm{mm}$ , a belső átmérő  $d_1=125\,\mathrm{mm}$ , a falvastagság  $s=4\,\mathrm{mm}$ ) ammóniát szállítanak, amelynek nyomása  $p=2.9\,\mathrm{bar}$ , hőmérséklete  $T_1=-10\,\mathrm{^{\circ}C}$ .

A környezet levegője ( $T_4 = 10\,^{\circ}$ C) melegíti a csövet, ammónia forrásban van a cső belsejében, így belülről hőelvonás van, és a cső hideg külső felületére kifagy a levegő nedvességtartalma. A kifagyott jégréteg szigetelőként működik, beáll az egyensúlyi állapot.

Meghatározandó a csőre fagyott jégréteg külső  $d_3$  átmérője! A jégréteg felületének hőmérséklete  $T_3=0\,^{\circ}\mathrm{C}$  (olvadó jég), a csőfal belső hőmérséklete pedig a forrásban lévő ammónia jó hőátadási tényezője miatt  $T_1=-10\,^{\circ}\mathrm{C}$ -nak vehető (a hőátadás termikus ellenállása elhanyagolható).



5.2. ábra. A hőmérséklet-hely függvény **nem méretarányos** vázlata.

### Vizsgálat többrétegű hengeres falként

A csőfal és a rárakódó jégréteg hengeres alakú, ezért lineáris a hőáramsűrűségeket tudjuk felírni. A csőfalban és a jégrétegben állandósult a hőmérsékleteloszlás és csak hővezetés történik. A hengeres falakra a  $\dot{q}_{lin}$  vezetéses lineáris hőáramsűrűség vonatkozik.

$$\dot{q}_{lin} = \frac{T_3 - T_1}{\frac{\ln \frac{d_2}{d_1}}{2\pi\lambda_1} + \frac{\ln \frac{d_3}{d_2}}{2\pi\lambda_2}}$$
(5.10)

A levegőből a jégrétegbe **átadódó**  $\dot{q}_{\acute{a}t}$  lineáris hőáramsűrűség:

$$\dot{q}_{\acute{a}t} = \alpha d_3 \pi (T_4 - T_3) \tag{5.11}$$

A két lineáris hőáramsűrűséget az ábrán úgy vettük fel, hogy a hőmérsékletcsökkenés irányába pozitívak, ezért a felírásuknál a nagyobb hőmérsékletből vonjuk ki a kisebbet.

Az energiamegmaradás miatt a két lineáris hőáramsűrűség egyenlő:

$$\dot{q}_{lin} = \dot{q}_{\acute{a}t} = \dot{q} \tag{5.12}$$

A fentiekből az alábbi kétismeretlenes egyenletrendszert kapjuk, amiben a jégréteg  $d_3$  átmérője a a  $\dot{q}$  lineáris hőáramsűrűség az ismeretlenek. Az egyenletrendszer nem lineáris, átrendezéssel nem oldható meg (transzcendens), csak numerikus közelítő megoldása lehetséges:

Innen a jégréteg vastagsága  $\frac{1}{2}\left(d_{3}-d_{2}\right)=124{,}3\,\mathrm{mm}.$ 

### A méretarányos ábra és a hőmérséklet hely függvény

A lineáris hőáramsűrűség és a jég külső átmérőjének numerikus közelítő megoldását felhasználva megrajzolható méretarányosan a T(r) hőmérséklet-hely függvény. A hőmérséklet a  $d_1$  átmérőn belül állandó  $T_1$  érték. A csőfalban és a jégrétegben  $T(r) = T_0 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda} \ln\frac{r}{r_0}$  alakban írható fel, ahol a  $T_0$  a belső  $r_0$  sugárhoz tartozó hőmérséklet.

A csőfal esetén  $T_0 = T_1$  és  $r_0 = \frac{d_1}{2}$ :

$$T(r) = T_1 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda_1} \ln \frac{2r}{d_1}$$
 (5.14)

Innen megkaphatjuk a csőfal és a jégréteg határfelületének hőmértékletét,  $T_2$ -t:

$$T_2 = T\left(\frac{d_2}{2}\right) = T_1 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda_1} \ln\frac{d_2}{d_1} = -9.96\,^{\circ}\text{C}$$
 (5.15)

A jégréteg esetén  $T_0 = T_2$  és  $r_0 = \frac{d_2}{2}$ :

$$T(r) = T_2 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda_2} \ln\frac{2r}{d_2}$$
 (5.16)

#### Vizsgálat többrétegű síkfalként

A hengeres falon keresztül történő hőterjedés mindig közelíthető a hengeres fal kiterítésével kapott síkfalon át történő hőterjedéssel. A közelítés hibája a a hengeres fal vastagságától függ, minél vékonyabb, annál kisebb a síkfallal történő közelítés hibája.

A többrétegű hengeres falat többrétegű síkfallal közelíthetjük. A közelítő síkfal vastagsága és hossza megegyezik a hengeres réteg vastagságával és hosszával, a szélessége a hengeres réteg közepes átmérőjéhez tartozó kerülettel közelíthető:

$$\dot{q}_{lin} = \frac{\lambda_1}{\frac{d_2 - d_1}{2}} \frac{d_1 + d_2}{2} \pi (T_2 - T_1)$$

$$\dot{q}_{lin} = \frac{\lambda_2}{\frac{d_3 - d_2}{2}} \frac{d_2 + d_3}{2} \pi (T_3 - T_2)$$

$$\Rightarrow \dot{q}_{lin} = \frac{T_3 - T_1}{\frac{d_2 - d_1}{\lambda_1 (d_1 + d_2) \pi} + \frac{d_3 - d_2}{\lambda_2 (d_2 + d_3) \pi}$$

$$(5.17)$$

A falbeli lineáris hőáram és a hőátadást jellemző lineáris hőáram most is egyenlő.

$$\dot{q}_{lin} = \frac{T_3 - T_1}{\frac{d_2 - d_1}{\lambda_1 (d_1 + d_2) \, \pi} + \frac{d_3 - d_2}{\lambda_2 (d_2 + d_3) \, \pi}} = \alpha d_3 \, \pi (T_4 - T_3) = \dot{q}_{\acute{a}t} \tag{5.18}$$



5.3. ábra. A hőmérséklet-hely függvény méretarányosan ábrázolva.

Egyszerűsítve, és kifejezve a hőmérsékletkülönbségek hányadosát:

$$\underbrace{\frac{T_3 - T_1}{T_4 - T_3}}_{\text{állandó}} = \underbrace{\frac{(d_2 - d_1) \alpha}{\lambda_1 (d_1 + d_2)}}_{C} d_3 + \underbrace{\frac{(d_3 - d_2) \alpha d_3}{\lambda_2 (d_2 + d_3)}}_{C}$$
(5.19)

Vezessük be a T és C állandókat, hogy gyorsabb és átláthatóbb legyen az egyenlet átrendezése:

$$T = Cd_3 + \frac{(d_3 - d_2) \alpha d_3}{\lambda_2 (d_2 + d_3)}$$
 (5.20)

Megszüntetve a törtet  $d_3$ -ra másodfokú egyenletet kapunk:

$$T\lambda_{2}\left(d_{2}+d_{3}\right)=Cd_{3}\lambda_{2}\left(d_{2}+d_{3}\right)+\left(d_{3}-d_{2}\right)\alpha d_{3} \tag{5.21}$$

$$0\,\mathbf{W} = \left(C\lambda_2 + \alpha\right)d_3^2 + \left(C\lambda_2d_2 - d_2\alpha - T\lambda_2\right)d_3 - T\lambda_2d_2 \tag{5.22}$$

Innen a  $d_3$  közelítő értéke:

$$d_{3,1} = 0.4008 \,\mathrm{m}, \qquad \underbrace{\left(d_{3,2} = -0.0668 \,\mathrm{m}\right)}_{\text{a másodfokú egyenletnek megoldása,}} \tag{5.23}$$

A  $d_3$  közelítő megoldással nyert értéke tehát 400,8 mm. A nemlineáris egyenlet közelítő numerikus megoldásától ez 5 %-kal tér el.

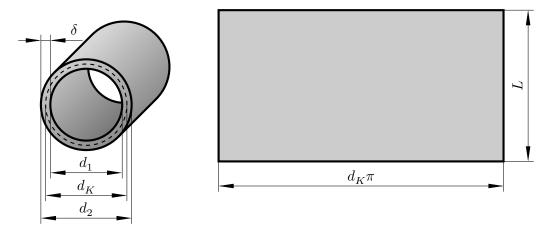
## K5/4. feladat: Hengeres fal közelítése síkfallal

Név	Szalay István	
Szak		
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév	

Gyakorlati számítások során szokás a hengeres falon vezetéssel átjutó hőáramot közelítő módon síkfalra vonatkozó összefüggésekkel számolni. Határozza meg egy hengeres fal külső  $d_2$  és belső  $d_1$  átmérőjének hányadosa függvényében, hogy a lineáris hőáramsűrűség számításakor hány %-os hibát vétünk az alábbi közelítő összefüggéseket használva:

$$\dot{q}_{lin} = \frac{\lambda}{\delta} d_K \pi \left( T_1 - T_2 \right), \quad \delta = \frac{d_2 - d_1}{2}, \quad \text{\'es} \quad d_K = \frac{d_1 + d_2}{2}$$
 (5.24)

ahol $\delta$ a falvastagság és  $d_K$ a közepes átmérő.



5.4. ábra. Hengeres fal kiterítése és közelítése síkfallal.

A hőáramra vonatkozó valós és a közelítő összefüggés:

$$\dot{Q}_{val\'os} = \frac{2\pi\lambda L}{\ln\frac{d_2}{d_*}} \left(T_1 - T_2\right) \quad \text{\'es} \quad \dot{Q}_{k\"ozel\'at\~o} = \frac{2\lambda}{d_2 - d_1} \frac{d_1 + d_2}{2} \pi L \left(T_1 - T_2\right) \tag{5.25}$$

A vizsgálatot a  $\varphi=\frac{d_2}{d_1}\in[1,3]$  intervallumban, 0,5-es lépésekben végezzük el. A vizsgálat az  $\varepsilon$  relatív hiba értékének kiszámítását jelenti a  $\varphi$  átmérőhányados különböző értékei mellett. A relatív hiba, behelyettesítve a hőáramokat:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}_{valós} - \dot{Q}_{k\ddot{o}zel\acute{t}l\ddot{o}}}{\dot{Q}_{val\acute{o}s}} = 1 - \frac{\dot{Q}_{k\ddot{o}zel\acute{t}l\ddot{o}}}{\dot{Q}_{val\acute{o}s}} = 1 - \frac{\frac{2\lambda}{d_2 - d_1} \frac{d_1 + d_2}{2} \pi \lambda (T_1 - T_2)}{\frac{2\pi \lambda \lambda}{\ln \frac{d_2}{d_1}} (T_1 - T_2)}$$

$$(5.26)$$

Kifejezve  $d_2$ -t  $\varphi d_1$  alakban:

$$\varepsilon = 1 - \frac{d_1 + d_2}{d_2 - d_1} \frac{1}{2} \ln \frac{d_2}{d_1} = 1 - \frac{d_1 + \varphi d_1}{\varphi d_1 - d_1} \frac{1}{2} \ln \varphi = 1 - \frac{1 + \varphi}{\varphi - 1} \frac{1}{2} \ln \varphi$$
 (5.27)

A relatív hiba értékei a vizsgált intervallumban:

$\varphi$	1	1,5	2	2,5	3
$\varepsilon(\varphi)$	$\lim_{\varphi \to 1+} \varepsilon(\varphi) = 0$	0,0134	0,0382	0,0645	0,0897

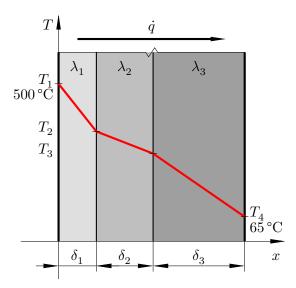
## HS3. feladat: Háromrétegű síkfal hőforgalma és hőmérsékletei

Név	Steiber Árpád	
Szak	Vegyészmérnöki	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév	

Kiszámítandó a három rétegű végtelennek tekinthető sík fal  $6\,\mathrm{m}^2$  felületen átadódó hőáram, stacionárius, hőforrás nélküli esetben, ha az adatok a következők:

$$\begin{split} \delta_1 &= 10\,\mathrm{mm}\ \lambda_1 = 0.1\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}}\\ \delta_2 &= 20\,\mathrm{mm}\ \lambda_1 = 0.15\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}}\\ \delta_2 &= 30\,\mathrm{mm}\ \lambda_1 = 0.03\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m\,K}} \end{split}$$

A fal külső felületein a hőmérséklet  $T_1=500\,^{\circ}\mathrm{C}$  és  $T_4=65\,^{\circ}\mathrm{C}$ . Mennyi az érintkező felületek hőmérséklete? Rajzolja fel a hőmérséklet-hely függvényt!



5.5. ábra. A hőmérséklet-hely függvény

FOURIER törvénye szerint egy homogén testben a hőáram a csökkenő hőmérsékletek irányába mutat, arányos a terjedési irányú, hosszegységenkénti hőmérséklet-változással és az erre az irányra merőleges keresztmetszettel.

$$\dot{Q} = \lambda A \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \tag{5.28}$$

A hőáram és a keresztmetszet hányadosa a hőáramsűrűség.

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} \tag{5.29}$$

A~dT/dx differenciálhányados a hőmérséklet különbség és a fal vastagságának hányadosa. A hőáramsűrűség tehát:

$$\dot{q} = \frac{\lambda}{\delta} (T_1 - T_2) \tag{5.30}$$

A hőáramsűrűség állandósága miatt a falakra a következő egyenletet írhatjuk fel:

$$\dot{q} = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(T_1 - T_2) = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(T_2 - T_3) = \frac{\lambda_3}{\delta_3}(T_3 - T_4) \tag{5.31}$$

Egy kis átalakítással az alábbi általános képlethez jutunk.

$$\dot{q} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_n}{\lambda_n}} \Delta T \tag{5.32}$$

A jobb oldalon szereplő első tag a hőátszármaztatási tényező( $\kappa$ ). A feladat megoldásának első lépéseként ezt a tényezőt kell meghatároznunk.

$$\kappa = \frac{1}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = \frac{1}{0.01 \,\mathrm{m}} + \frac{0.02 \,\mathrm{m}}{0.15 \,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m \, K}} + \frac{0.03 \,\mathrm{m}}{0.03 \,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m \, K}}}} = 0.811 \,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2 \,\mathrm{K}}$$
(5.33)

A hőáramsűrűség meghatározása

$$\dot{q} = \frac{1}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} (T_1 - T_4) = \frac{1}{\frac{0.01\,\mathrm{m}}{\mathrm{m}\,\mathrm{K}} + \frac{0.02\,\mathrm{m}}{0.15\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}\,\mathrm{K}}} + \frac{0.03\,\mathrm{m}}{0.03\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}\,\mathrm{K}}}} (500\,\mathrm{^{\circ}C} - 65\,\mathrm{^{\circ}C}) = 352,70\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \ (5.34)$$

A hőáram:

$$\dot{Q} = \dot{q}F = 352,70 \,\frac{\text{W}}{\text{m}^2} 6 \,\text{m}^2 = 2116,2 \,\text{W}$$
 (5.35)

Az érintkező felületek hőmérsékleteinek meghatározása:

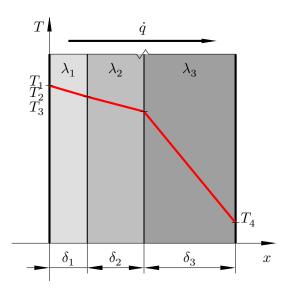
$$352.7 \frac{W}{m^2} = \frac{0.1 \frac{W}{m K}}{0.01 m} (500 \text{ °C} - T_2)$$

$$T_2 = 464.72 \text{ °C}$$
(5.36)

$$352.7 \frac{W}{m^2} = \frac{0.15 \frac{W}{m K}}{0.02 m} (464.72 \text{ °C} - T_3)$$

$$T_3 = 417.80 \text{ °C}$$
(5.37)

A számítások alapján egy valóságot tükröző hőmérséklet-hely függvény:



5.6. ábra. A realisztikus hőmérséklet-hely függvény

A feladat eredményeiből látszik, hogy a hővezetés függ a hővezetési tényezőtől és a falvastagságtól. A hővezetési tényező növekedésével az adott vastagságú fal hővezetése rosszabb, mint kisebb hővezetési tényező esetén. A falvastagság növekedésével a hővezetése romlik.

## Hőterjedés áramló közegben

K6/1. feladat: Ellenáramú hőcserélő számítása

Név	Szalay István	
Szak		
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév	

Egy ellenáramú hőcserélőnél veszteségmentes hőcserét feltételezve a következő adatokat ismerjük: a közegek kezdeti hőmérsékletei  $T_{1k}=140\,^{\circ}\mathrm{C}$  és  $T_{2k}=15\,^{\circ}\mathrm{C}$ , a két közeg konvektív vízértéke egyenlő  $\dot{w}=\dot{w}_1=\dot{w}_2=58\,000\,\mathrm{\frac{W}{K}}$ , a hőátszármaztatási tényező  $\kappa=220\,\mathrm{\frac{W}{m^2\,\mathrm{K}}}$ , a teljes hőátadó felület  $A_{\tilde{O}}=100\,\mathrm{m}^2$ .

#### a) A véghőmérsékletek meghatározása

A hőcserélőben történő hőterjedést a következő hőáramokkal jellemezhetjük:

- Az ①-es közeg belépő hőszállításos hőárama  $\dot{w}_1T_{1k}$ , a kilépő hőszállításos hőáram  $\dot{w}_1T_{1v}$ , a kettő különbsége az ①-es közeg által **leadott**  $\Delta \dot{Q}_1 = \dot{w}_1 \left( T_{1v} T_{1k} \right)$ ; negatív, mert az ①-es közeg hőmérséklete csökken.
- Az átszármaztatott hőáram  $\Delta \dot{Q}_{\acute{a}tsz} = \kappa A_{\ddot{O}} \Delta T_{k\ddot{o}z,ln}$ , értéke pozitív, a számításánál figyelembe kell venni, hogy a  $\dot{w}_1 = \dot{w}_2$  egyenlőség miatt a két közeg közötti hőmérsékletkülönbség állandó  $\Delta T = \Delta T_N = \Delta T_K$ , és ezzel egyenlő a logaritmikus közepes hőmérsékletkülönbség is.

$$\dot{w}_1 = \dot{w}_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta T_{k\ddot{o}z,ln} = \lim_{\Delta T_N \to \Delta T_K} \frac{\Delta T_N - \Delta T_K}{\ln \frac{\Delta T_N}{\Delta T_K}} = \Delta T_N = \Delta T_K = \Delta T \tag{6.1}$$

A  $\Delta T$  hőmérsékletkülönbség felírható a megfelelő vég- és kezdeti hőmérsékletek különbségeként, például  $\Delta T = T_{1v} - T_{2k}$ .

• A ②-es közeg belépő hőszállításos hőárama  $\dot{w}_2T_{2k}$ , a kilépő hőszállításos hőáram  $\dot{w}_2T_{2v}$ , a kettő különbsége a ②-es közeg által **felvett**  $\Delta\dot{Q}_2=\dot{w}_2\left(T_{2v}-T_{2k}\right)$ ; pozitív, mert a ②-es közeg hőmérséklete növekszik.

A három hőáram az energiamegmaradás miatt egyenlő, ez alapján a két ismeretlen véghőmérsékletre egy kétismeretlenes egyenletrendszert tudunk felírni (behelyettesítve  $\Delta T$ -t és a közös  $\dot{w}$ -t):

$$-\Delta \dot{Q}_{1} = \Delta \dot{Q}_{\acute{a}tsz} = \Delta \dot{Q}_{2} \quad \Rightarrow \qquad I. \quad -\dot{w} \left( \frac{\mathbf{T}_{1v}}{\mathbf{T}_{1v}} - T_{1k} \right) = \kappa A_{\ddot{O}} \left( \frac{\mathbf{T}_{1v}}{\mathbf{T}_{1v}} - T_{2k} \right)$$

$$II. \quad -\dot{w} \left( \frac{\mathbf{T}_{1v}}{\mathbf{T}_{1v}} - T_{1k} \right) = \dot{w} \left( \frac{\mathbf{T}_{2v}}{\mathbf{T}_{2v}} - T_{2k} \right)$$

$$(6.2)$$

Az egyenletrendszer lineáris, a véghőmérsékletek átrendezéssel kifejezhetők:

$$\frac{T_{1v}}{\kappa A_{\ddot{O}} + \dot{w}} = \frac{\kappa A_{\ddot{O}} T_{2k} + \dot{w} T_{1k}}{\kappa A_{\ddot{O}} + \dot{w}} = 105,625 \,^{\circ}\text{C}$$
(6.3)

$$T_{2v} = T_{2k} + T_{1k} - T_{1v} = 49,375 \,^{\circ}\text{C}$$
 (6.4)

### b) Mekkora kellene legyen a hőátszármaztatási tényező, hogy a két véghőmérséklet egyenlő legyen?

A feltétel egyenlet alakban  $T_{1v} = T_{2v}$ . Mivel a konvektív vízértékek továbbra is egyenlők, a T(A) hőmérséklet-hely függvények lineárisak és azonos meredekségűek, ezért a két véghőmérséklet úgy lehet egyenlő, ha a kezdeti hőmérsékletek átlagával is egyenlők:

$$T_{1v} = T_{2v} = \frac{T_{1k} + T_{2k}}{2} = 77.5 \,^{\circ}\text{C}$$
 (6.5)

A módosított  $\kappa^*$  hőátszármaztatási tényező az átszármaztatott és az egyik szállításos hőáram egyenlőségéből kifejezhető:

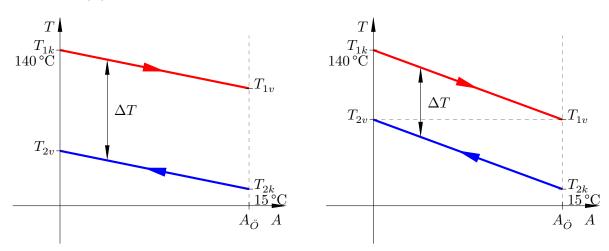
$$-\Delta \dot{Q}_1 = \Delta \dot{Q}_{\acute{a}tsz} \quad \Rightarrow \quad -\dot{w} \left( T_{1v} - T_{1k} \right) = \kappa^* A_{\ddot{O}} \left( T_{1v} - T_{2k} \right) \tag{6.6}$$

Kifejezve a hőátszármaztatási tényező:

$$\kappa^* = \frac{\dot{w} (T_{1k} - T_{1v})}{A_{\ddot{O}} (T_{1v} - T_{2k})} = \frac{\dot{w} \Delta T}{A_{\ddot{O}} \Delta T} = \frac{\dot{w}}{A_{\ddot{O}}} = 580 \, \frac{W}{m^2 \, K}$$
(6.7)

### c) A léptékhelyes hőmérséklet-hely függvények

Hőcserélőknél a hőmérséklet-hely függvény a T(A) függvény, amit közegenként különböző, és a helyet az A érintett hőátadó felület jelenti. Az a) és b) részben a konvektív vízértékek egyenlők, ezért lineárisak a T(A) függvények.



- (a) A hőmérséklet-hely függvények az a) esetben.
- (b) A hőmérséklet-hely függvények a b) esetben.

A kézzel történő feladatmegoldást gyakran lehet az ábrák közelítő felrajzolásával kezdeni, azonban az görbék jelleghelyes rajzolása általában csak a számítások elvégzése után lehetséges.

## K6/4. feladat: Hőátadás és lecsapódás függőleges csőfalon

Név	Szalay István	
Szak		
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév	

Határozza meg, hogy száraz telített vízgőzből mennyi csapódik le óránként egy  $d=40\,\mathrm{mm}$  átmérőjű,  $L=1\,\mathrm{m}$  magas, függőleges cső külső falára  $p=1,01\,\mathrm{bar}$  gőznyomás esetén, ha a csőfelület középhőmérséklete  $T_F=60\,\mathrm{^{\circ}C!}$  A p nyomáshoz tartozó forráspont  $T_S=100\,\mathrm{^{\circ}C}$ .

A víz anyagjellemzői a közepes  $T_K = \frac{T_S + T_F}{2}$  hőmérsékleten: a párolgáshő  $r = 2257,3 \, \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ , a sűrűség  $\varrho_{80} = 971,6 \, \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , a hővezetési tényező  $\lambda_{80} = 0,67 \, \frac{\text{W}}{\text{m} \, \text{K}}$ , a dinamikai viszkozitás  $\eta_{80} = 351 \cdot 10^{-6} \, \frac{\text{kg}}{\text{m} \, \text{s}}$ .

Nusselt folyadékréteg elmélete szerint a gőz és a lecsapódó folyadékréteg által befolyt csőfal közötti hőátadási tényező az alábbi alakban számolható, ha a folyadék áramlása réteges/lamináris:

$$\alpha = c \left( \frac{r \varrho^2 \lambda^3 g}{\eta H \Delta T} \right)^{\frac{1}{4}} \tag{6.8}$$

A c értéke, illetve a H jelentése a cső elhelyezkedésétől függ: függőleges fal vagy cső esetén  $c_1=0.943$ , és H=L (az L a magasság vagy függőleges hossz), vízszintes cső esetén  $c_2=0.726$ , és H=d (a d a külső átmérő).

#### a) Függőleges cső vizsgálata

A gőz lecsapódása során a rejtett hőt adja le átadással a csőnek. Ezt a két hőáram egyenlőségével írhatjuk le, azaz  $\dot{Q}_{rejtett} = \dot{Q}_{\acute{a}tad\acute{a}s}$ . Kifejtve a két hőáram:

$$\dot{Q}_{rejtett} = \dot{m}r \quad \text{és} \quad \dot{Q}_{\acute{a}tad\acute{a}s} = \alpha A \left( T_S - T_F \right) = \alpha d\pi L \left( T_S - T_F \right) \tag{6.9}$$

A hőátadási tényező függőleges csőnél:

$$\alpha_{\text{függ\"oleges}} = 0.943 \left( \frac{r \varrho_{80}^2 \lambda_{80}^3 g}{\eta_{80} L \left( T_S - T_F \right)} \right)^{\frac{1}{4}} = 4.338 \, \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \, \text{K}}$$
 (6.10)

A lecsapódás tömegárama a függőleges helyzetű csövön:

$$\dot{m}_{\text{f\"{u}}\text{gg\'{o}leges}} = \frac{\alpha_{\text{f\"{u}}\text{gg\'{o}leges}} d\pi L \left(T_S - T_F\right)}{r} = 9.65 \cdot 10^{-3} \, \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 34,775 \, \frac{\text{kg}}{\text{h}} \tag{6.11}$$

### b) Vizsgáljuk meg a lecsapódott gőzmennyiséget akkor is, ha a cső vízszintes helyzetű!

A hőátadási tényező vízszintes csőnél:

$$\alpha_{vizszintes} = 0.943 \left( \frac{r \varrho_{80}^2 \lambda_{80}^3 g}{\eta_{80} L \left( T_S - T_F \right)} \right)^{\frac{1}{4}} = 7.468 \frac{W}{m^2 K}$$
 (6.12)

A lecsapódás tömegárama a vízszintes helyzetű csövön:

$$\dot{m}_{\textit{vizszintes}} = \frac{\alpha_{\textit{vizszintes}} d\pi L \left(T_S - T_F\right)}{r} = 16.6 \cdot 10^{-3} \, \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 59.86 \, \frac{\text{kg}}{\text{h}} \tag{6.13}$$

# c) A vízszintes vagy a függőleges elrendezést célszerű választani? Mikor nagyobb a hőátadási tényező?

A kérdés arra vonatkozik, hogy a d és az L viszonya alapján melyik elrendezést célszerű választani. A feladatot az alábbi egyenlőtlenség alakban célszerű megfogalmazni:

$$\alpha_{\text{fiigg\"{o}leges}} < \alpha_{\text{v\'{i}zszintes}} \quad \Rightarrow \quad c_1 \left( \frac{r \varrho^2 \lambda^3 g}{\eta L \Delta T} \right)^{\frac{1}{4}} < c_2 \left( \frac{r \varrho^2 \lambda^3 g}{\eta d \Delta T} \right)^{\frac{1}{4}} \quad \Rightarrow \quad \frac{c_1^4}{c_2^4} d < L \tag{6.14}$$

Azaz, ha 2,846d < L,akkor $\alpha_{\mathit{függ\"{o}leges}} < \alpha_{\mathit{v\'{i}zszintes}}.$ 

## Hőcserélők, hőszigetelés

## K7/1. feladat

Név	Szalay István	
Szak		
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév	

Egy  $A_{\ddot{O}}=15\,\mathrm{m}^2$  hőátadó felületű csőköteges hőcserélőben  $\dot{m}_a=820\,\mathrm{\frac{kg}{h}}$  tömegáramú cseppfolyós ammóniát kell vízzel lehűtenünk. Az ammónia belépési hőmérséklete  $T_{ak}=25\,\mathrm{^{\circ}C}$ , a rendelkezésre álló hűtővíz hőmérséklete  $T_{vk} = 12 \,^{\circ}\text{C}$ .

Ha az ellenáramú hőcserélőn  $\dot{m}_v = 1130 \, \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}}$  tömegáramú vizet áramoltatunk keresztül és a hőátszármaztatási tényező  $\kappa=160\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{K}}$ , akkor mekkorák lesznek a kilépési hőmérsékletek? A víz fajhője  $c_v=4.18\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\,\mathrm{K}}$ , az ammónia fajhője  $c_a=4.6\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\,\mathrm{K}}$ .

A víz fajhője 
$$c_v=4.18\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$
, az ammónia fajhője  $c_a=4.6\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$ .

### a) A hőcserét leíró egyenletek

Az ammónia a hűtött közeg, ezért ez lesz az ①-es közeg, a víz pedig a ②-es. A meghatározandó ismeretlenek a  $T_{av}$  és  $T_{vv}$  véghőmérsékletek, emiatt két független egyenletet kell felírnunk. A hőcserélőben a leadott, az átszármaztatott és a felvett hőáram az energiamegmaradás miatt egyenlő. A leadott és a felvett hőáram egyenlőségéből a véghőmérsékletekre lineáris egyenletet kapunk, az átszármaztatott hőáram viszont csak akkor ad lineáris egyenletet, ha a konvektív vízértékek egyenlők. A konvektív vízértékek:

$$\dot{w}_a = \dot{m}_a c_a = 1047 \frac{W}{K} \quad \text{és} \quad \dot{w}_v = \dot{m}_v c_v = 1312 \frac{W}{K}$$
 (7.1)

Később a számítási eredmények ellenőrzésére lesz használható az a tény, hogy a nagyobb konvektív vízértékű közeg hőmérséklete változik kevesebbet.

A konvektív vízértékek nem egyenlők, emiatt célszerű keresni egy másik egyenletet, ami lineáris. Ez lehet a  $\Delta T(A)$  hőmérsékletkkülönbség-hely függvény a teljes  $A_{\ddot{O}}$  hőátadó felületre.

$$\Delta T(A_{\ddot{O}}) = \Delta T_N e^{-\kappa \overline{m} A_{\ddot{O}}} = \Delta T_K \tag{7.2}$$

Ennél az egyenletnél a  $\Delta T_N$  és a  $\Delta T_K$  hőmérsékletkülönbségek helyes felírására kell odafigyelni, mivel ellenáramú hőcserénél a nagyobb konvektív vízértékű közeg belépésénél van a kisebb hőmérsékletkülönbség. Azaz vizsgált esetben  $\Delta T_N = T_{ak} - T_{vv}$  az ammónia belépésénél és  $\Delta T_K =$  $T_{av}-T_{vk}$ a víz belépésénél.

Ezek alapján a két ismeretlen véghőmérsékletre az alábbi kétismeretlenes egyenletrendszert tudjuk felírni:

$$-\Delta \dot{Q}_{a} = \Delta \dot{Q}_{v} \qquad I. - \dot{w}_{a} \left( \mathbf{T}_{av} - T_{ak} \right) = \dot{w}_{v} \left( \mathbf{T}_{vv} - T_{vk} \right) 
\Rightarrow \qquad \Delta T(A_{\ddot{O}}) = \Delta T_{K} \qquad II. \left( T_{ak} - \mathbf{T}_{vv} \right) e^{-\kappa \overline{m} A_{\ddot{O}}} = \mathbf{T}_{av} - T_{vk}$$

$$(7.3)$$

A fenti egyenletrendszer megoldható egyszerű átrendezéssel, azonban mivel gyakran előfordul, kialakult egy mátrixos megoldási módszer is.

Mindkét a módszernél célszerű a (7.3) egyenletrendszerbe az alábbi mennyiségeket behelyettesíteni:

$$\varphi = \frac{\dot{w}_1}{\dot{w}_2} = \frac{\dot{w}_a}{\dot{w}_v} \quad \text{és} \quad \eta = e^{-\kappa \overline{m} A_{\tilde{O}}}$$
 (7.4)

A  $\varphi$  a konvektív vízértékek hányadosa, az  $\eta$  az exponenciális függvény értéke.

#### b) Megoldás átrendezéssel

A (7.3) egyenletrendszer átrendezéssel megoldható. A (7.4) szerinti behelyettesítéssel rövidebbek az egyenletek. Az I. egyenlet átrendezése,  $\varphi$  és  $\eta$  behelyettesítése után:

$$I. \varphi \left( T_{ak} - \frac{T_{av}}{T_{av}} \right) = \frac{T_{vv}}{T_{vk}} - T_{vk}$$

$$II. \left( T_{ak} - \frac{T_{vv}}{T_{vv}} \right) \eta = \frac{T_{av}}{T_{av}} - T_{vk}$$

$$(7.5)$$

Fejezzük ki $\frac{T_{vv}}{}$ t az I.egyenletből és helyettesítsük be a II.-ba:

$$I. \frac{T_{vv}}{T_{vv}} = \varphi T_{ak} + T_{vk} - \varphi \frac{T_{av}}{T_{av}}$$

$$(7.6)$$

II. 
$$T_{av} + \eta \left( \varphi T_{ak} + T_{vk} - \varphi T_{av} \right) = \eta T_{ak} + T_{vk}$$
 (7.7)

II. 
$$T_{av} = \frac{\eta T_{ak} + T_{vk} - \eta \left(\varphi T_{ak} + T_{vk}\right)}{1 - \eta \varphi} = 15,32 \,^{\circ}\text{C}$$
 (7.8)

Visszahelyettesítve az I. egyenletbe, megkapjuk a víz véghőmérsékletét:

I. 
$$T_{vv} = \varphi T_{ak} + T_{vk} - 15{,}32 \,^{\circ}\text{C} = 19{,}72 \,^{\circ}\text{C}$$
 (7.9)

### c) Megoldás mátrix alakban

A (7.5) egyenletrendszer átrendezéses megoldást paraméteresen elvégezve mindkét ismeretlen hőmérsékletre az  $\underline{\underline{T}}_v = c\underline{\underline{A}}\,\underline{\underline{T}}_k$  mátrix alakra hozható. A (7.8) egyenlet jobb oldalát alakítsuk a kezdeti hőmérsékletes lineáris kombinációjává:

$$\frac{T_{av}}{1 - \eta \varphi} = \frac{\eta \left(1 - \varphi\right) T_{ak} + \left(1 - \eta\right) T_{vk}}{1 - \eta \varphi} = \frac{1}{1 - \eta \varphi} \left[ \eta \left(1 - \varphi\right) - 1 - \eta \right] \begin{bmatrix} T_{ak} \\ T_{vk} \end{bmatrix}$$
(7.10)

A II. egyenletből kifejezve  $\overline{T_{av}}$  és behelyettesítve az I. egyenletbe:

$$II. \ \, \frac{\mathbf{T_{av}}}{\mathbf{T_{av}}} = \left(T_{ak} - \frac{\mathbf{T_{vv}}}{\mathbf{T_{vv}}}\right)\eta + T_{vk} \tag{7.11}$$

$$I. \varphi \left( T_{ak} - \left( T_{ak} - \frac{T_{vv}}{T_{vv}} \right) \eta + T_{vk} \right) = \frac{T_{vv}}{T_{vv}} - T_{vk}$$

$$(7.12)$$

$$\frac{T_{vv}}{T_{vv}} = \frac{\varphi \left(T_{ak} - T_{ak}\eta + T_{vk}\right) + T_{vk}}{1 - \eta\varphi} \tag{7.13}$$

Innen a mátrixos alak:

$$\frac{T_{vv}}{T_{vv}} = \frac{\varphi(1-\eta)T_{ak} + T_{vk}(1+\varphi)}{1-\eta\varphi} = \frac{1}{1-\eta\varphi} \left[ \varphi(1-\eta) \qquad 1+\varphi \right] \begin{bmatrix} T_{ak} \\ T_{vk} \end{bmatrix}$$
(7.14)

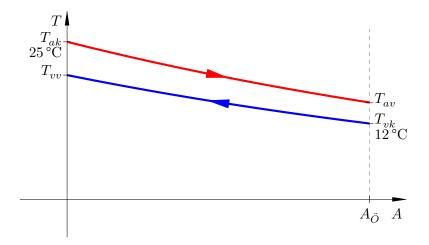
Összevonva két mátrixos egyenlet:

$$\begin{bmatrix} T_{av} \\ T_{vv} \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - \eta \varphi} \begin{bmatrix} \eta (1 - \varphi) & 1 - \eta \\ \varphi (1 - \eta) & 1 - \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{ak} \\ T_{vk} \end{bmatrix}$$
(7.15)

Itt a c állandót és az  $\underline{\underline{A}}$  mátrix elemeit kell kiszámolni, és képezni velük a kezdeti hőmérsékletek lineáris kombinációit.

### d) A léptékhelyes hőmérséklet-hely függvények

A véghőmérsékletek megrajzolása után megrajzolhatók a hőmérséklet-hely függvények.



7.1. ábra. A hőmérséklet-hely függvények.

A kézzel történő feladatmegoldást gyakran lehet az ábrák közelítő felrajzolásával kezdeni, azonban az görbék jelleghelyes rajzolása általában csak a számítások elvégzése után lehetséges.

## K7/2. feladat: Olajipari hűtő

Név	Szalay István	
Szak		
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév	

Egy olajipari hűtőnél mérés útján határozzuk meg a hőátszármaztatási tényezőt, a környezeti hatást, és rajzoljuk le axonometrikusan a hőcserélőt!

A hőcserélő 1-4-es (azaz köpenyoldalon 1-szeres, csőoldalon 4-szeres) átfutású, a csőkötegben hűtővíz, a köpenyoldalon benzin áramlik. Hőszigetelés nincs, a "hőveszteség", a benzinből a környezetbe távozó hő valójában nyereség, ennyivel kevesebb hűtővíz szükséges. A benzin a hűtött közeg, ezért ez lesz az ①-es közeg, a víz pedig a ②-es.

A benzin tömegárama  $\dot{m}_B=66\,000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{h}}$ , sűrűsége  $\varrho_B=740\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$ , fajhője  $c_B=2{,}26\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}\,\mathrm{K}}$ . A benzin kezdeti hőmérséklete  $T_{1k}=68\,^{\circ}\mathrm{C}$ , véghőmérséklete  $T_{1v}=47\,^{\circ}\mathrm{C}$  (a változás 21 °C).

kezdeti hőmérséklete  $T_{1k}=68\,^{\circ}\mathrm{C}$ , véghőmérséklete  $T_{1v}=47\,^{\circ}\mathrm{C}$  (a változás 21 °C). A víz tömegárama  $\dot{m}_V=45\,400\,\mathrm{\frac{kg}{h}}$ , sűrűsége  $\varrho_V=997\,\mathrm{\frac{kg}{m^2}}$  (23 °C hőmérsékletes), fajhője  $c_V=4,179\,\mathrm{\frac{kJ}{kg\,K}}$ . A víz kezdeti hőmérséklete  $T_{2k}=15\,^{\circ}\mathrm{C}$ , véghőmérséklete  $T_{2v}=31\,^{\circ}\mathrm{C}$  (a változás 16 °C). A névleges hőátadó felület  $A_{\ddot{O}}=100\,\mathrm{m^2}$ .

#### a) Készítse el a hőcserélő mérési vázlatát és rajzolja meg a hőmérséklet-hely függvényt!

A mérési vázlat a hőcserélő főbb jellemzőit ábrázolja, nem feltétlenül a térbeli elhelyezkedésük szerint, hanem a lehető legegyszerűbben. A négyszeres köpenyoldali átfutást például elegendő kiterítve, egyegy Asővóbbjazórós. csőoldali átfutás miatt a hőcserélő vegyesáramú, de a hőmérséklet-hely függvény helyettesíthető egy ellenáramúval.

#### c) A vegyesáramú hőcserélő átszármaztatott hőárama

A vegyesáramú hőcserélő átszármaztatott hőáram az alábbi összefüggéssel számolható:

$$\dot{Q}_{\acute{a}tsz} = \kappa A_{\ddot{O}} \Delta T_{k\ddot{o}z,ln} F_t \tag{7.16}$$

ahol  $F_t$  a logaritmikus közepes hőmérsékletkülönbség vegyesáram esetén szükséges helyesbítő tényezője.

### d) A logaritmikus közepes hőmérsékletkülönbség (LMTD)

A logaritmikus közepes hőmérsékletkülönbség (LMTD: logarithmic mean temperature difference) számításához szükség van a kisebb és nagyobb hőmérsékletkülönbségre. Ezek leolvasásához a  $T_2(A)$  hőmérséklet-hely függvényt a megfelelő ellenáramúval kell helyettesíteni (lásd 7.2. ábra).

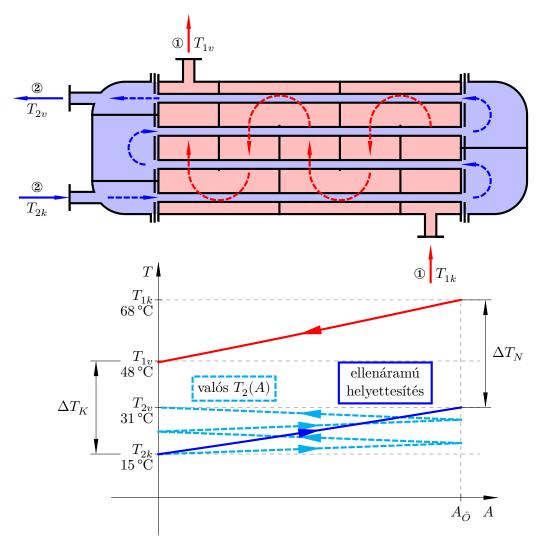
$$\Delta T_{k\ddot{o}z,ln} = \frac{\Delta T_N - \Delta T_K}{\ln \frac{\Delta T_N}{\Delta T_K}} = \frac{37\,^{\circ}\text{C} - 33\,^{\circ}\text{C}}{\ln \frac{37\,^{\circ}\text{C}}{33\,^{\circ}\text{C}}} = 34,44\,^{\circ}\text{C} = 34,44\,^{\circ}\text{K}$$
(7.17)

A logaritmikus közepes hőmérsékletkülönbség egy hőmérsékletkülönbség, ezért Celsius-fokban és kelvinben azonos az értéke.

### e) Az $F_t$ helyesbítő tényező

Az  $F_t$  leolvasásához ki kell számítani a hőmérsékletviszonyokat jellemző R és S hányadosokat. Az R a meleg és hideg közeg hőmérsékletváltozásának hányadosa:

$$R = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = \frac{T_{1k} - T_{1v}}{T_{2v} - T_{2k}} = 1,31 \tag{7.18}$$



7.2. ábra. A hőcserélő mérési vázlata és a hőmérséklet-hely függvények.

Az S a hidegebb közeg hőmérsékletváltozásának és a legnagyobb hőmérsékletkülönbségnek (általában a belépő hőmérsékletek különbségének) hányadosa:

$$S = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{max}} = \frac{T_{2v} - T_{2k}}{T_{1k} - T_{2k}} = 0,3 \tag{7.19}$$

Az  $F_t$  leolvasható értéke 0,95.

### f) Az átszármaztatott hőáram és a hőátszármaztatási tényező

Az átszármaztatott hőáramot a hűtővíz által felvett hőárammal tekinthetjük azonosnak, a benzin által leadott hőáram ennél több, mivel a benzin hőjének egy része a környezetbe távozik.

$$\dot{Q}_{\acute{a}tsz} = \Delta \dot{Q}_{V} = \dot{m}_{V} c_{V} \Delta T_{2} = \dot{m}_{V} c_{V} \left( T_{2v} - T_{2k} \right) = 843,23 \, \mathrm{kW} \tag{7.20}$$

Innen a hőátszármaztatási tényező:

$$\kappa = \frac{\dot{Q}_{\acute{a}tsz}}{A_{\ddot{O}}\Delta T_{k\ddot{O}z} l_{n} F_{t}} = 257,73 \,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^{2}\,\mathrm{K}} \tag{7.21}$$

### g) A környezeti hatás

A "hasznos hőveszteségként" megnyilvánuló környezeti hatást a benzin által leadott és a víz által felvett hőáramok különbségeként tudjuk számolni. A benzin által leadott hőáram:

$$\Delta \dot{Q}_B = \dot{m}_B c_B \Delta T_1 = \dot{m}_B c_B \left( T_{1k} - T_{1v} \right) = 870,1 \,\text{kW} \tag{7.22}$$

A környezeti hatás:

$$\Delta \dot{Q}_B - \Delta \dot{Q}_V = 26.9 \, \mathrm{kW} \tag{7.23}$$