

PANNON EGYETEM
MÉRNÖKI KAR

SEGÉDLET

Műszaki hőtan feladatgyűjtemény

Műszaki hőtan
Műszaki áramlástan és hőtan II.
Műszaki áramlás- és hőtan

2020. május 11.

Tartalomjegyzék

Alapadatok

A tárgy adatai

Név:	Műszaki áramlástan és hőtan II. (Műszaki hőtan)
Kód:	VEMKGEB242H
Kreditérték:	2 (1 elmélet, 1 gyakorlat)
Követelmény típus:	vizsga
Szervezeti egység:	Gépészmérnöki Intézet
Előadás látogatása:	kötelező
Gyakorlat látogatása:	kötelező
Számonkérés:	a félév végén zárthelyi, írásbeli és szóbeli vizsga

A segédlet célja

A segédlet célja ismertetni a **Műszaki hőtan szemináriumi segédlet és példatár** (Dr. Pleva László, Zsíros László) feladatainak megoldását.

A segédlet kidolgozása még folyamatban van, ezen sorok írásakor az elsődleges célja az ötödik, hatodik és hetedik fejezetben található feladatok megoldásának ismertetése, melyekre a 2016/17-es tanév őszi féléve során nem jutott idő az előadásokon, azonban a számonkérés részét képezik.

Ajánlott szakirodalom

- Dr. Pleva László, Zsíros László: Műszaki hőtan, Pannon Egyetemi Kiadó (ebből kimarad: 59-62; 66-69; 100-104; 114-209; 237-245; 280-309 oldalak)
- M. A. Mihajev: A hőátadás számításának gyakorlati alapjai, Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.

1. fejezet

Levegő állapotváltozásai

K1/9. feladat: Nedves vízgőz kiterjedése

$V_1 = 1,5 \text{ m}^3$ térfogatú, $p_1 = 16 \text{ bar}$ nyomású és $x_1 = 0,95$ fajlagos gőztartalmú vízgőz **adiabatikusan** $p_2 = 0,1 \text{ bar}$ nyomásig terjed ki. Határozza meg a kiterjedés kezdetén és végén a gőz állapotjelzőit, a gőz m tömegét és a gőz által végzett w_t technikai munkát!

Ábrázolja a folyamatot $T - s$ diagramban!

Ismert jellemzők a kezdeti állapotban

$$p_1 = 16 \text{ bar}, \quad V_1 = 1,5 \text{ m}^3, \quad x_1 = 0,95, \quad h'_1 = 858,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad h''_1 = 2793 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$
$$s'_1 = 2,344 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}, \quad s''_1 = 6,442 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}, \quad v'_1 = 0,00116 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}, \quad v''_1 = 0,1238 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Ismert jellemzők a végállapotban

$$h'_2 = 191,9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad h''_2 = 2584 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad s'_2 = 0,6492 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}, \quad s''_2 = 8,149 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

Az állapotjelzők a kezdeti állapotban

A kezdeti állapothoz tartozó h_1 hőtartalom, v_1 fajtérfogat és s_1 entrópia a szélsőértékek és az x_1 fajlagos gőztartalom felhasználásával számolható:

$$h_1 = (1 - x_1) h'_1 + x_1 h''_1 = 2696,27 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (1.1)$$

$$v_1 = (1 - x_1) v'_1 + x_1 v''_1 = 0,1176 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \quad (1.2)$$

$$s_1 = (1 - x_1) s'_1 + x_1 s''_1 = 6,237 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \quad (1.3)$$

A kiterjedő gőz tömege az azonos állapotra vonatkozó térfogat és fajtérfogat hányadosa. A kezdeti állapotra mindkét mennyiség ismert:

$$m = \frac{V_1}{v_1} = 12,74 \text{ kg} \quad (1.4)$$

Az állapotjelzők a végállapotban

A végállapot állapotjelzőinek számolásához szükségünk van az ismert szélsőértékek mellett az x_2 fajlagos gőztartalomra is. Az állapotváltozás adiabatikus jellegű, emiatt $s_1 \approx s_2$ (ha reverzibilisnek tekintjük az állapotváltozást, akkor $s_1 = s_2$):

$$s_2 = (1 - x_2) s'_2 + x_2 s''_2 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{s_2 - s'_2}{s''_2 - s'_2} \approx \frac{s_1 - s'_2}{s''_2 - s'_2} = 0,745 \quad (1.5)$$

A hőtartalom a végállapotban:

$$h_2 = (1 - x_2) h'_2 + x_2 h''_2 = 1974 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (1.6)$$

A technikai munka

Az állapotváltozás technikai munkáját az első főtétel átáramlott rendszerek

2. fejezet

Víz és vízgőz állapotváltozásai

K2/1. feladat: Gőzfejlesztés állandó nyomáson

3. fejezet

Munkát szolgáltató körfolyamatok

K1/5. feladat: Levegő Carnot-körfolyamata

4. fejezet

Hűtőgépek, hűtőkörfolyamatok

5. fejezet

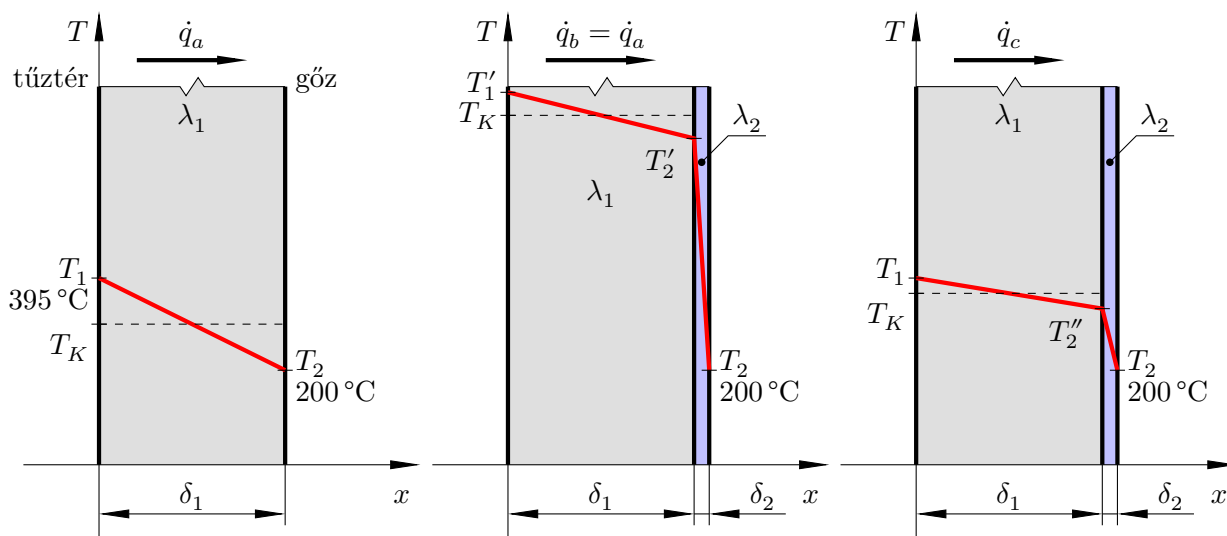
Hőterjedés álló közegben

K5/1. feladat: Hőterjedés sík kazánfalban

Név	Szalay István
Szak	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Egy kazánban 10 bar nyomású gőzt termelnek. A kazánfal belső felülete 200°C , külső (tűztér felőli) felülete pedig 395°C hőmérsékletű. A kazán fala $\delta_1 = 16\text{ mm}$ vastagságú.

A kazán falának hővezetési tényezője $\lambda_1 = 43 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$. (A kazán falát síkfalnak tekintjük.)



(a) A hőmérséklet-hely függvény az a) esetben. (b) A hőmérséklet-hely függvény az b) esetben. (c) A hőmérséklet-hely függvény a c) esetben.

a) Határozzuk meg a fal közepes hőmérsékletét és a falban kialakuló hőáramsűrűséget!

A fal közepes hőmérséklete a lineáris hőmérsékleteloszlás miatt a falhőmérsékletek átlaga:

$$T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = 297,5^\circ\text{C} \quad (5.1)$$

Nem lineáris hőmérsékleteloszlás esetén a hőmérséklet-hely függvény határozott integráljának és a falvastagságnak a hányadosa a közepes hőmérséklet.

A hőáramsűrűség a falban

$$\dot{q}_a = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (T_1 - T_2) = 524 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} \quad (5.2)$$

Ebben a feladatban a kazánfal oldalain végbemenő hőátadást tökéletesnek tekintjük, azaz a falhőmérsékletek megegyeznek a közeghőmérsékletekkel.

b) A kazán falára $\delta_2 = 1,2 \text{ mm}$ vastag kazánkőréteg rakódik. Változatlan gőztermelés és gőznyomás esetén számítsuk ki a kazán falának közepes hőmérsékletét!

A vízkőréteg hővezetési tényezője $\lambda_2 = 1,6 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$.

A "változatlan gőztermelés" kifejezés azt jelenti, hogy a gőzoldali falhőmérséklet és a hőáramsűrűség a falban nem változik. A vízkőréteg miatt a hőáramsűrűség csak úgy maradhat azonos \dot{q}_a -val, hogy a tüztér oldali T'_1 falhőmérséklet sokkal nagyobb T_1 -nél, a T'_2 falhőmérséklet pedig nem azonos a gőzoldali T_2 hőmérséklettel. A vízkőréteg hővezetési tényezője sokkal kisebb a kazánlemezénél, ezért a kisebb rétegvastagság ellenére nagyobb hőmérséklet esik rajta.

A fal közepes hőmérséklete itt is a két falhőmérséklet átlaga:

$$T'_K = \frac{T'_1 + T'_2}{2} \quad (5.3)$$

A T'_1 és a T'_2 falhőmérséklet a q_b hőáramsűrűség alapján számítható ki:

$$\dot{q}_b = \dot{q}_a = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(T'_1 - T'_2) = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(T'_2 - T_2) \quad (5.4)$$

$$T'_2 = T_2 + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \dot{q}_a = 200^\circ\text{C} + \frac{1,2 \text{ mm}}{1,6 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} 524 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} = 593^\circ\text{C} \quad (5.5)$$

$$T'_1 = T'_2 + \frac{\delta_1}{\lambda_1} \dot{q}_a = 593^\circ\text{C} + \frac{16 \text{ mm}}{43 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} 524 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} = 788^\circ\text{C} \quad (5.6)$$

c) Ha szilárdsági okok miatt a fal hőmérséklete nem emelkedhet, de a gőznyomás változatlan, mekkora lesz a hőáramsűrűség?

Ha gőznyomás nem változik, akkor a gőz hőmérséklete sem változik, mivel a kazánban a nedves gőzmezőbe eső állapotú a víz, és ott T-s diagram szerint az izotermák és az izobár vonalak egybeesnek. Tehát a gőzoldali hőmérséklet T_2 . Ha szilárdsági okok miatt a fal hőmérséklete nem emelkedhet, akkor a tüztér oldali hőmérséklet az eredeti T_1 .

A \dot{q}_c hőáramsűrűség azonos a kazánfalban és a vízkőrétegben:

$$\dot{q}_c = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(T_1 - T''_2) = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(T''_2 - T_2) \quad (5.7)$$

Kifejezve a két hőmérsékletkülönbséget, és összeadva a két egyenletet:

$$\left. \begin{aligned} \dot{q}_c \frac{\delta_1}{\lambda_1} &= (T_1 - T''_2) \\ \dot{q}_c \frac{\delta_2}{\lambda_2} &= (T''_2 - T_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \dot{q}_c \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right) = (T_1 - T_2) \Rightarrow \dot{q}_c = 173,78 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} \quad (5.8)$$

A fenti két egyenletet kétismeretlenes egyenletrendszernek is tekinthetjük, ahol a hőáramsűrűség mellett a másik ismeretlen a T''_2 falhőmérséklet. A hőáramsűrűséget visszahelyettesítve megkaphatjuk az értékét:

$$T''_2 = T_1 - \dot{q}_c \frac{\delta_1}{\lambda_1} = 330,34^\circ\text{C} \quad (5.9)$$

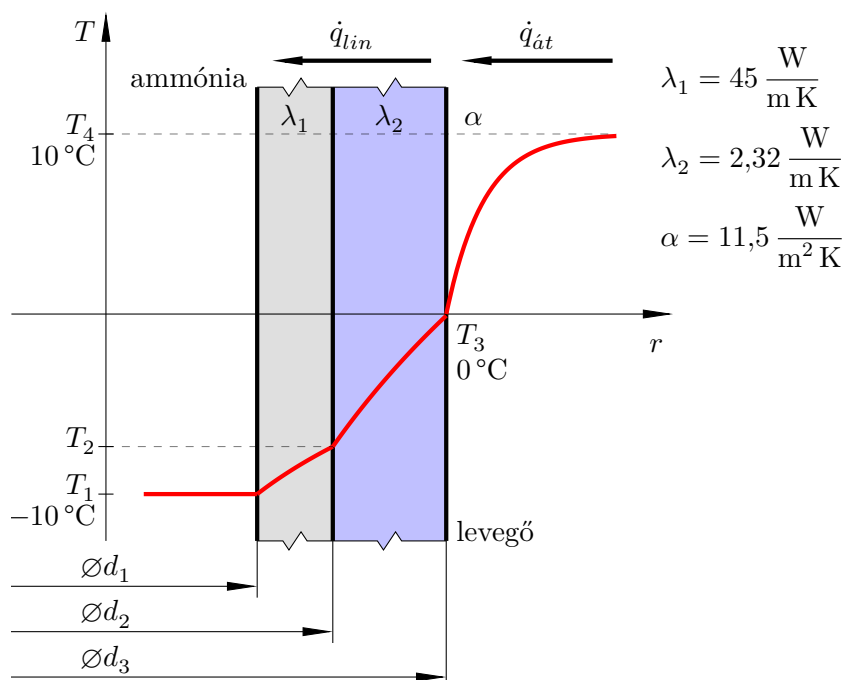
K5/2. feladat: Szénacél csőre kifagyó jégréteg

Név	Szalay István
Szak	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Egy NÁ125-ös szénacél csőben (a külső átmérő $d_2 = 133$ mm, a belső átmérő $d_1 = 125$ mm, a falvastagság $s = 4$ mm) ammóniát szállítanak, amelynek nyomása $p = 2,9$ bar, hőmérséklete $T_1 = -10^\circ\text{C}$.

A környezet levegője ($T_4 = 10^\circ\text{C}$) melegíti a csövet, ammónia forrásban van a cső belsejében, így belülről hőelvonás van, és a cső hideg külső felületére kifagy a levegő nedvességtartalma. A kifagyott jégréteg szigetelőként működik, beáll az egyensúlyi állapot.

Meghatározandó a csőre fagyott jégréteg külső d_3 átmérője! A jégréteg felületének hőmérséklete $T_3 = 0^\circ\text{C}$ (olvadó jég), a csőfal belső hőmérséklete pedig a forrásban lévő ammónia jó hőátadási tényezője miatt $T_1 = -10^\circ\text{C}$ -nak vehető (a hőátadás termikus ellenállása elhanyagolható).



5.2. ábra. A hőmérséklet-hely függvény **nem méretarányos** vázlata.

Vizsgálat többretegű hengeres falként

A csőfal és a ráakódó jégréteg hengeres alakú, ezért lineáris a hőáramsűrűségeket tudjuk felírni. A csőfalban és a jégrétegben állandósult a hőmérsékleteloszlás és csak hővezetés történik. A hengeres falakra a \dot{q}_{lin} **vezetési** lineáris hőáramsűrűség vonatkozik.

$$\dot{q}_{lin} = \frac{T_3 - T_1}{\frac{\ln \frac{d_2}{d_1}}{2\pi\lambda_1} + \frac{\ln \frac{d_3}{d_2}}{2\pi\lambda_2}} \quad (5.10)$$

A levegőből a jégrétegbe **átadódó** \dot{q}_{at} lineáris hőáramsűrűség:

$$\dot{q}_{at} = \alpha d_3 \pi (T_4 - T_3) \quad (5.11)$$

A két lineáris hőáramsűrűséget az ábrán úgy vettük fel, hogy a hőmérsékletcsökkenés irányába pozitívak, ezért a felírásuknál a nagyobb hőmérsékletből vonjuk ki a kisebbet.

Az energiamegmaradás miatt a két lineáris hőáramsűrűség egyenlő:

$$\dot{q}_{lin} = \dot{q}_{at} = \dot{q} \quad (5.12)$$

A fentiekből az alábbi kétismeretlenes egyenletrendszert kapjuk, amiben a jég réteg d_3 átmérője a \dot{q} lineáris hőáramsűrűség az ismeretlenek. Az egyenletrendszer nem lineáris, átrendezéssel nem oldható meg (transzcendens), csak numerikus közelítő megoldása lehetséges:

$$\left. \begin{aligned} \dot{q} &= \frac{T_3 - T_1}{\frac{\ln \frac{d_2}{d_1}}{2\pi\lambda_1} + \frac{\ln \frac{d_3}{d_2}}{2\pi\lambda_2}} \\ \dot{q} &= \alpha d_3 \pi (T_4 - T_3) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \dot{q} \approx 137,873 \frac{\text{W}}{\text{m}} \\ d_3 \approx 381,6 \text{ mm} \end{cases} \quad (5.13)$$

Innen a jég réteg vastagsága $\frac{1}{2} (d_3 - d_2) = 124,3 \text{ mm}$.

A méretarányos ábra és a hőmérséklet hely függvény

A lineáris hőáramsűrűség és a jég külső átmérőjének numerikus közelítő megoldását felhasználva megrajzolható méretarányosan a $T(r)$ hőmérséklet-hely függvény. A hőmérséklet a d_1 átmérőn belül állandó T_1 érték. A csőfalban és a jég rétegben $T(r) = T_0 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda} \ln \frac{r}{r_0}$ alakban írható fel, ahol a T_0 a belső r_0 sugárhoz tartozó hőmérséklet.

A csőfal esetén $T_0 = T_1$ és $r_0 = \frac{d_1}{2}$:

$$T(r) = T_1 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda_1} \ln \frac{2r}{d_1} \quad (5.14)$$

Innen megkaphatjuk a csőfal és a jég réteg határfelületének hőmérsékletét, T_2 -t:

$$T_2 = T\left(\frac{d_2}{2}\right) = T_1 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} = -9,96^\circ\text{C} \quad (5.15)$$

A jég réteg esetén $T_0 = T_2$ és $r_0 = \frac{d_2}{2}$:

$$T(r) = T_2 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda_2} \ln \frac{2r}{d_2} \quad (5.16)$$

Vizsgálat több rétegű síkfalként

A hengeres falon keresztül történő hőterjedés mindig közelíthető a hengeres fal kiterítésével kapott síkfalon át történő hőterjedéssel. A közelítés hibája a hengeres fal vastagságától függ, minél vékonyabb, annál kisebb a síkfalal történő közelítés hibája.

A több rétegű hengeres falat több rétegű síkfalként közelíthetjük. A közelítő síkfal vastagsága és hossza megegyezik a hengeres réteg vastagságával és hosszával, a szélessége a hengeres réteg közepes átmérőjéhez tartozó kerülettel közelíthető:

$$\left. \begin{aligned} \dot{q}_{lin} &= \frac{\lambda_1}{\frac{d_2-d_1}{2}} \frac{d_1+d_2}{2} \pi (T_2 - T_1) \\ \dot{q}_{lin} &= \frac{\lambda_2}{\frac{d_3-d_2}{2}} \frac{d_2+d_3}{2} \pi (T_3 - T_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \dot{q}_{lin} = \frac{T_3 - T_1}{\frac{d_2 - d_1}{\lambda_1 (d_1 + d_2) \pi} + \frac{d_3 - d_2}{\lambda_2 (d_2 + d_3) \pi}} \quad (5.17)$$

A falbeli lineáris hőáram és a hőátadást jellemző lineáris hőáram most is egyenlő.

$$\dot{q}_{lin} = \frac{T_3 - T_1}{\frac{d_2 - d_1}{\lambda_1 (d_1 + d_2) \pi} + \frac{d_3 - d_2}{\lambda_2 (d_2 + d_3) \pi}} = \alpha d_3 \pi (T_4 - T_3) = \dot{q}_{\text{át}} \quad (5.18)$$



5.3. ábra. A hőmérséklet-hely függvény méretarányosan ábrázolva.

Egyszerűsítve, és kifejezve a hőmérsékletkülönbségek hányadosát:

$$\underbrace{\frac{T_3 - T_1}{T_4 - T_3}}_T = \underbrace{\frac{(d_2 - d_1) \alpha}{\lambda_1 (d_1 + d_2)}}_C d_3 + \frac{(d_3 - d_2) \alpha d_3}{\lambda_2 (d_2 + d_3)} \quad (5.19)$$

Vezessük be a T és C állandókat, hogy gyorsabb és átláthatóbb legyen az egyenlet átrendezése:

$$T = C d_3 + \frac{(d_3 - d_2) \alpha d_3}{\lambda_2 (d_2 + d_3)} \quad (5.20)$$

Megszüntetve a törtet d_3 -ra másodfokú egyenletet kapunk:

$$T \lambda_2 (d_2 + d_3) = C d_3 \lambda_2 (d_2 + d_3) + (d_3 - d_2) \alpha d_3 \quad (5.21)$$

$$0 W = (C \lambda_2 + \alpha) d_3^2 + (C \lambda_2 d_2 - d_2 \alpha - T \lambda_2) d_3 - T \lambda_2 d_2 \quad (5.22)$$

Innen a d_3 közelítő értéke:

$$d_{3,1} = 0,4008 \text{ m}, \quad \underbrace{(d_{3,2} = -0,0668 \text{ m})}_{\substack{\text{a másodfokú egyenletnek megoldása,} \\ \text{de a fizikai problémának nem}}} \quad (5.23)$$

A d_3 közelítő megoldással nyert értéke tehát 400,8 mm. A nemlineáris egyenlet közelítő numerikus megoldásától ez 5 %-kal tér el.

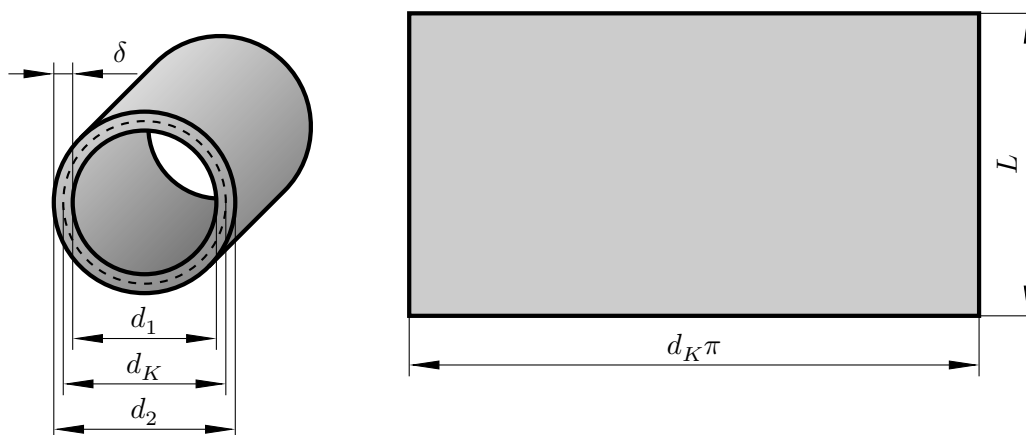
K5/4. feladat: Hengeres fal közelítése síkfallal

Név	Szalay István
Szak	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Gyakorlati számítások során szokás a hengeres falon vezetéssel átjutó hőáramot közelítő módon síkfalra vonatkozó összefüggésekkel számolni. Határozza meg egy hengeres fal külső d_2 és belső d_1 átmérőjének hányadosa függvényében, hogy a lineáris hőáramsűrűség számításakor hány %-os hibát vétünk az alábbi közelítő összefüggéseket használva:

$$\dot{q}_{lin} = \frac{\lambda}{\delta} d_K \pi (T_1 - T_2), \quad \delta = \frac{d_2 - d_1}{2}, \quad \text{és} \quad d_K = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (5.24)$$

ahol δ a falvastagság és d_K a közepes átmérő.



5.4. ábra. Hengeres fal kiterítése és közelítése síkfallal.

A hőáramra vonatkozó valós és a közelítő összefüggés:

$$\dot{Q}_{valós} = \frac{2\pi\lambda L}{\ln \frac{d_2}{d_1}} (T_1 - T_2) \quad \text{és} \quad \dot{Q}_{közelítő} = \frac{2\lambda}{d_2 - d_1} \frac{d_1 + d_2}{2} \pi L (T_1 - T_2) \quad (5.25)$$

A vizsgálatot a $\varphi = \frac{d_2}{d_1} \in [1, 3]$ intervallumban, 0,5-es lépésekben végezzük el. A vizsgálat az ε relatív hiba értékének kiszámítását jelenti a φ átmérőhányados különböző értékei mellett. A relatív hiba, behelyettesítve a hőáramokat:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}_{valós} - \dot{Q}_{közelítő}}{\dot{Q}_{valós}} = 1 - \frac{\dot{Q}_{közelítő}}{\dot{Q}_{valós}} = 1 - \frac{\frac{2\lambda}{d_2 - d_1} \frac{d_1 + d_2}{2} \pi L (T_1 - T_2)}{\frac{2\pi\lambda L}{\ln \frac{d_2}{d_1}} (T_1 - T_2)} \quad (5.26)$$

Kifejezve d_2 -t φd_1 alakban:

$$\varepsilon = 1 - \frac{d_1 + d_2}{d_2 - d_1} \frac{1}{2} \ln \frac{d_2}{d_1} = 1 - \frac{d_1 + \varphi d_1}{\varphi d_1 - d_1} \frac{1}{2} \ln \varphi = 1 - \frac{1 + \varphi}{\varphi - 1} \frac{1}{2} \ln \varphi \quad (5.27)$$

A relatív hiba értékei a vizsgált intervallumban:

φ	1	1,5	2	2,5	3
$\varepsilon(\varphi)$	$\lim_{\varphi \rightarrow 1+} \varepsilon(\varphi) = 0$	0,0134	0,0382	0,0645	0,0897

6. fejezet

Hőterjedés áramló közegben

K6/1. feladat: Ellenáramú hőcserélő számítása

Név	Szalay István
Szak	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Egy ellenáramú hőcserélőnél veszteségmentes hőcserét feltételezve a következő adatokat ismerjük: a közegek kezdeti hőmérsékletei $T_{1k} = 140^\circ\text{C}$ és $T_{2k} = 15^\circ\text{C}$, a két közeg konvektív vízértéke egyenlő $\dot{w} = \dot{w}_1 = \dot{w}_2 = 58\,000 \frac{\text{W}}{\text{K}}$, a hőátzármaztatási tényező $\kappa = 220 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$, a teljes hőátadó felület $A_{\check{O}} = 100 \text{ m}^2$.

a) A véghőmérsékletek meghatározása

A hőcserélőben történő hőterjedést a következő hőáramokkal jellemezhetjük:

- Az ①-es közeg belépő hőszállítási hőárama $\dot{w}_1 T_{1k}$, a kilépő hőszállítási hőáram $\dot{w}_1 T_{1v}$, a kettő különbsége az ①-es közeg által **leadott** $\Delta\dot{Q}_1 = \dot{w}_1 (T_{1v} - T_{1k})$; negatív, mert az ①-es közeg hőmérséklete csökken.
- Az átszármaztatott hőáram $\Delta\dot{Q}_{\text{átsz}} = \kappa A_{\check{O}} \Delta T_{\text{köz,ln}}$, értéke pozitív, a számításánál figyelembe kell venni, hogy a $\dot{w}_1 = \dot{w}_2$ egyenlőség miatt a két közeg közötti hőmérsékletkülönbség állandó $\Delta T = \Delta T_N = \Delta T_K$, és ezzel egyenlő a logaritmusos közepes hőmérsékletkülönbség is.

$$\dot{w}_1 = \dot{w}_2 \Rightarrow \Delta T_{\text{köz,ln}} = \lim_{\Delta T_N \rightarrow \Delta T_K} \frac{\Delta T_N - \Delta T_K}{\ln \frac{\Delta T_N}{\Delta T_K}} = \Delta T_N = \Delta T_K = \Delta T \quad (6.1)$$

A ΔT hőmérsékletkülönbség felírható a megfelelő vég- és kezdeti hőmérsékletek különbségeként, például $\Delta T = T_{1v} - T_{2k}$.

- A ②-es közeg belépő hőszállítási hőárama $\dot{w}_2 T_{2k}$, a kilépő hőszállítási hőáram $\dot{w}_2 T_{2v}$, a kettő különbsége a ②-es közeg által **felvett** $\Delta\dot{Q}_2 = \dot{w}_2 (T_{2v} - T_{2k})$; pozitív, mert a ②-es közeg hőmérséklete növekszik.

A három hőáram az energiamegmaradás miatt egyenlő, ez alapján a két ismeretlen véghőmérsékletre egy kétismeretlenes egyenletrendszert tudunk felírni (behelyettesítve ΔT -t és a közös \dot{w} -t):

$$\left. \begin{aligned} I. - \dot{w} (T_{1v} - T_{1k}) &= \kappa A_{\check{O}} (T_{1v} - T_{2k}) \\ II. - \dot{w} (T_{1v} - T_{1k}) &= \dot{w} (T_{2v} - T_{2k}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\Delta\dot{Q}_1 = \Delta\dot{Q}_{\text{átsz}} = \Delta\dot{Q}_2 \quad (6.2)$$

Az egyenletrendszer lineáris, a véghőmérsékletek átrendezéssel kifejezhetők:

$$T_{1v} = \frac{\kappa A_{\check{O}} T_{2k} + \dot{w} T_{1k}}{\kappa A_{\check{O}} + \dot{w}} = 105,625^\circ\text{C} \quad (6.3)$$

$$T_{2v} = T_{2k} + T_{1k} - T_{1v} = 49,375^\circ\text{C} \quad (6.4)$$

b) Mekkora kellene legyen a hőátzármaztatási tényező, hogy a két véghőmérséklet egyenlő legyen?

A feltétel egyenlet alakban $T_{1v} = T_{2v}$. Mivel a konvektív vízértékek továbbra is egyenlők, a $T(A)$ hőmérséklet-hely függvények lineárisak és azonos meredekségűek, ezért a két véghőmérséklet úgy lehet egyenlő, ha a kezdeti hőmérsékletek átlagával is egyenlők:

$$T_{1v} = T_{2v} = \frac{T_{1k} + T_{2k}}{2} = 77,5^\circ\text{C} \quad (6.5)$$

A módosított κ^* hőátzármaztatási tényező az átszármaztatott és az egyik szállítási hőáram egyenlőségéből kifejezhető:

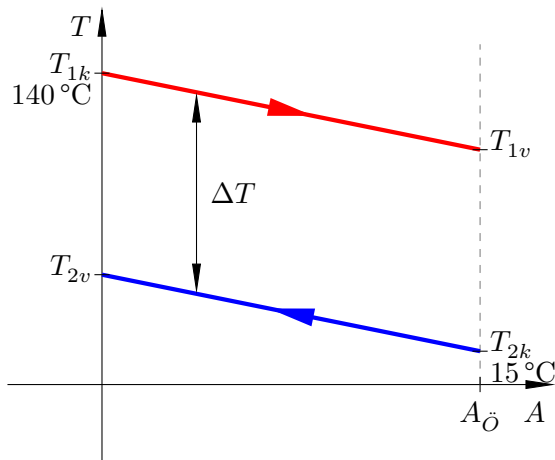
$$-\Delta\dot{Q}_1 = \Delta\dot{Q}_{\text{átsz}} \Rightarrow -\dot{w}(T_{1v} - T_{1k}) = \kappa^* A_{\text{ö}} (T_{1v} - T_{2k}) \quad (6.6)$$

Kifejezve a hőátzármaztatási tényezőt:

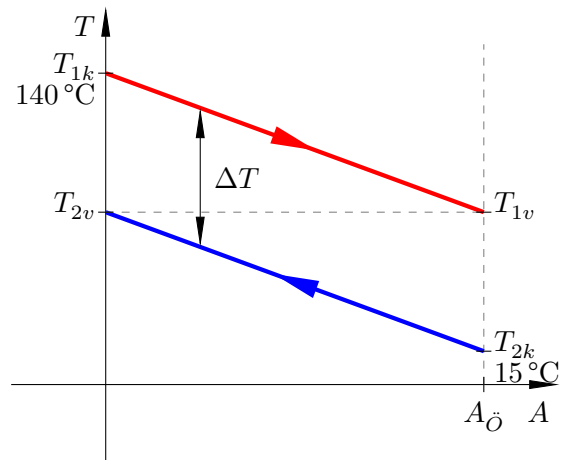
$$\kappa^* = \frac{\dot{w}(T_{1k} - T_{1v})}{A_{\text{ö}}(T_{1v} - T_{2k})} = \frac{\dot{w}\Delta T}{A_{\text{ö}}\Delta T} = \frac{\dot{w}}{A_{\text{ö}}} = 580 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \quad (6.7)$$

c) A léptékhelyes hőmérséklet-hely függvények

Hőcserélőknél a hőmérséklet-hely függvény a $T(A)$ függvény, amit közegenként különböző, és a helyet az A érintett hőátadó felület jelenti. Az a) és b) részben a konvektív vízértékek egyenlők, ezért lineárisak a $T(A)$ függvények.



(a) A hőmérséklet-hely függvények az a) esetben.



(b) A hőmérséklet-hely függvények a b) esetben.

A kézzel történő feladatmegoldást gyakran lehet az ábrák közelítő felrajzolásával kezdeni, azonban az görbék jelleghelyes rajzolása általában csak a számítások elvégzése után lehetséges.

K6/4. feladat: Hőátadás és lecsapódás függőleges csőfalon

Név	Szalay István
Szak	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Határozza meg, hogy **száraz telített vízgőzből** mennyi csapódik le óránként egy $d = 40$ mm átmérőjű, $L = 1$ m magas, függőleges cső külső falára $p = 1,01$ bar gőznyomás esetén, ha a csőfelület középhőmérséklete $T_F = 60$ °C! A p nyomáshoz tartozó forráspont $T_S = 100$ °C.

A víz anyagjellemzői a közepes $T_K = \frac{T_S + T_F}{2}$ hőmérsékleten: a párolgáshő $r = 2257,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$, a sűrűség $\rho_{80} = 971,6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a hővezetési tényező $\lambda_{80} = 0,67 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$, a dinamikai viszkozitás $\eta_{80} = 351 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{m s}}$.

Nusselt folyadékréteg elmélete szerint a gőz és a lecsapódó folyadékréteg által befolyt csőfal közötti hőátadási tényező az alábbi alakban számolható, ha a folyadék áramlása réteges/lamináris:

$$\alpha = c \left(\frac{r \rho^2 \lambda^3 g}{\eta H \Delta T} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (6.8)$$

A c értéke, illetve a H jelentése a cső elhelyezkedésétől függ: függőleges fal vagy cső esetén $c_1 = 0,943$, és $H = L$ (az L a magasság vagy függőleges hossz), vízszintes cső esetén $c_2 = 0,726$, és $H = d$ (a d a külső átmérő).

a) Függőleges cső vizsgálata

A gőz lecsapódása során a rejtett hőt adja le átadással a csőnek. Ezt a két hőáram egyenlőségével írhatjuk le, azaz $\dot{Q}_{\text{rejtett}} = \dot{Q}_{\text{átadás}}$. Kifejtve a két hőáram:

$$\dot{Q}_{\text{rejtett}} = \dot{m}r \quad \text{és} \quad \dot{Q}_{\text{átadás}} = \alpha A (T_S - T_F) = \alpha d \pi L (T_S - T_F) \quad (6.9)$$

A hőátadási tényező függőleges csőnél:

$$\alpha_{\text{függőleges}} = 0,943 \left(\frac{r \rho_{80}^2 \lambda_{80}^3 g}{\eta_{80} L (T_S - T_F)} \right)^{\frac{1}{4}} = 4,338 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \quad (6.10)$$

A lecsapódás tömegárama a függőleges helyzetű csővön:

$$\dot{m}_{\text{függőleges}} = \frac{\alpha_{\text{függőleges}} d \pi L (T_S - T_F)}{r} = 9,65 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 34,775 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \quad (6.11)$$

b) Vizsgáljuk meg a lecsapódott gőzmennyiséget akkor is, ha a cső vízszintes helyzetű!

A hőátadási tényező vízszintes csőnél:

$$\alpha_{\text{vízszintes}} = 0,726 \left(\frac{r \rho_{80}^2 \lambda_{80}^3 g}{\eta_{80} L (T_S - T_F)} \right)^{\frac{1}{4}} = 7,468 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \quad (6.12)$$

A lecsapódás tömegárama a vízszintes helyzetű csővön:

$$\dot{m}_{\text{vízszintes}} = \frac{\alpha_{\text{vízszintes}} d \pi L (T_S - T_F)}{r} = 16,6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 59,86 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \quad (6.13)$$

c) A vízszintes vagy a függőleges elrendezést célszerű választani? Mikor nagyobb a hőátadási tényező?

A kérdés arra vonatkozik, hogy a d és az L viszonya alapján melyik elrendezést célszerű választani. A feladatot az alábbi egyenlőtlenség alakban célszerű megfogalmazni:

$$\alpha_{\text{függőleges}} < \alpha_{\text{vízszintes}} \quad \Rightarrow \quad c_1 \left(\frac{r \varrho^2 \lambda^3 g}{\eta L \Delta T} \right)^{\frac{1}{4}} < c_2 \left(\frac{r \varrho^2 \lambda^3 g}{\eta d \Delta T} \right)^{\frac{1}{4}} \quad \Rightarrow \quad \frac{c_1^4}{c_2^4} d < L \quad (6.14)$$

Azaz, ha $2,846d < L$, akkor $\alpha_{\text{függőleges}} < \alpha_{\text{vízszintes}}$.

7. fejezet

Hőcserélők, hőszigetelés

K7/1. feladat

Név	Szalay István
Szak	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Egy $A_{\bar{O}} = 15 \text{ m}^2$ hőátadó felületű csőköteges hőcserélőben $\dot{m}_a = 820 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ tömegáramú cseppfolyós ammóniát kell vízzel lehűtenünk. Az ammónia belépési hőmérséklete $T_{ak} = 25^\circ\text{C}$, a rendelkezésre álló hűtővíz hőmérséklete $T_{vk} = 12^\circ\text{C}$.

Ha az ellenáramú hőcserélőn $\dot{m}_v = 1130 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ tömegáramú vizet áramoltatunk keresztül és a hőát-származtatási tényező $\kappa = 160 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$, akkor mekkorák lesznek a kilépési hőmérsékletek?

A víz fajhője $c_v = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$, az ammónia fajhője $c_a = 4,6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$.

a) A hőcserét leíró egyenletek

Az ammónia a hűtött közeg, ezért ez lesz az ①-es közeg, a víz pedig a ②-es. A meghatározandó ismeretlenek a T_{av} és T_{vv} véghőmérsékletek, emiatt két független egyenletet kell felírunk. A hőcserélőben a leadott, az átszármaztatott és a felvett hőáram az energiamegmaradás miatt egyenlő. A leadott és a felvett hőáram egyenlőségéből a véghőmérsékletekre lineáris egyenletet kapunk, az átszármaztatott hőáram viszont csak akkor ad lineáris egyenletet, ha a konvektív vízértékek egyenlők. A konvektív vízértékek:

$$\dot{w}_a = \dot{m}_a c_a = 1047 \frac{\text{W}}{\text{K}} \quad \text{és} \quad \dot{w}_v = \dot{m}_v c_v = 1312 \frac{\text{W}}{\text{K}} \quad (7.1)$$

Később a számítási eredmények ellenőrzésére lesz használható az a tény, hogy a nagyobb konvektív vízértékű közeg hőmérséklete változik kevesebbet.

A konvektív vízértékek nem egyenlők, emiatt célszerű keresni egy másik egyenletet, ami lineáris. Ez lehet a $\Delta T(A)$ hőmérsékletkülönbség-hely függvény a teljes $A_{\bar{O}}$ hőátadó felületre.

$$\Delta T(A_{\bar{O}}) = \Delta T_N e^{-\kappa \bar{m} A_{\bar{O}}} = \Delta T_K \quad (7.2)$$

Ennél az egyenletnél a ΔT_N és a ΔT_K hőmérsékletkülönbségek helyes felírására kell odafigyelni, mivel ellenáramú hőcserénél a **nagyobb konvektív vízértékű közeg belépésénél van a kisebb hőmérsékletkülönbség**. Azaz vizsgált esetben $\Delta T_N = T_{ak} - T_{vv}$ az ammónia belépésénél és $\Delta T_K = T_{av} - T_{vk}$ a víz belépésénél.

Ezek alapján a két ismeretlen véghőmérsékletre az alábbi kétismeretlenes egyenletrendszert tudjuk felírni:

$$\left. \begin{aligned} -\Delta\dot{Q}_a &= \Delta\dot{Q}_v \\ \Delta T(A_{\dot{O}}) &= \Delta T_K \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} I. \quad -\dot{w}_a (T_{av} - T_{ak}) &= \dot{w}_v (T_{vv} - T_{vk}) \\ II. \quad (T_{ak} - T_{vv}) e^{-\kappa \bar{m} A_{\dot{O}}} &= T_{av} - T_{vk} \end{aligned} \right\} \quad (7.3)$$

A fenti egyenletrendszer megoldható egyszerű átrendezéssel, azonban mivel gyakran előfordul, kialakult egy mátrixos megoldási módszer is.

Mindkét a módszernél célszerű a (??) egyenletrendszerbe az alábbi mennyiségeket behelyettesíteni:

$$\varphi = \frac{\dot{w}_1}{\dot{w}_2} = \frac{\dot{w}_a}{\dot{w}_v} \quad \text{és} \quad \eta = e^{-\kappa \bar{m} A_{\dot{O}}} \quad (7.4)$$

A φ a konvektív vízértékek hányadosa, az η az exponenciális függvény értéke.

b) Megoldás átrendezéssel

A (??) egyenletrendszer átrendezéssel megoldható. A (??) szerinti behelyettesítéssel rövidebbek az egyenletek. Az $I.$ egyenlet átrendezése, φ és η behelyettesítése után:

$$\left. \begin{aligned} I. \quad \varphi (T_{ak} - T_{av}) &= T_{vv} - T_{vk} \\ II. \quad (T_{ak} - T_{vv}) \eta &= T_{av} - T_{vk} \end{aligned} \right\} \quad (7.5)$$

Fejezzük ki T_{vv} -t az $I.$ egyenletből és helyettesítsük be a $II.$ -ba:

$$I. \quad T_{vv} = \varphi T_{ak} + T_{vk} - \varphi T_{av} \quad (7.6)$$

$$II. \quad T_{av} + \eta (\varphi T_{ak} + T_{vk} - \varphi T_{av}) = \eta T_{ak} + T_{vk} \quad (7.7)$$

$$II. \quad T_{av} = \frac{\eta T_{ak} + T_{vk} - \eta (\varphi T_{ak} + T_{vk})}{1 - \eta \varphi} = 15,32^\circ\text{C} \quad (7.8)$$

Visszahelyettesítve az $I.$ egyenletbe, megkapjuk a víz véghőmérsékletét:

$$I. \quad T_{vv} = \varphi T_{ak} + T_{vk} - 15,32^\circ\text{C} = 19,72^\circ\text{C} \quad (7.9)$$

c) Megoldás mátrix alakban

A (??) egyenletrendszer átrendezéssel megoldást paraméteresen elvégezve mindkét ismeretlen hőmérsékletre az $\underline{T}_v = c \underline{A} \underline{T}_k$ mátrix alakra hozható. A (??) egyenlet jobb oldalát alakítsuk a kezdeti hőmérsékletes lineáris kombinációjává:

$$\underline{T}_{av} = \frac{\eta(1-\varphi) T_{ak} + (1-\eta) T_{vk}}{1-\eta\varphi} = \frac{1}{1-\eta\varphi} \begin{bmatrix} \eta(1-\varphi) & 1-\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{ak} \\ T_{vk} \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

A $II.$ egyenletből kifejezve T_{av} és behelyettesítve az $I.$ egyenletbe:

$$II. \quad T_{av} = (T_{ak} - T_{vv}) \eta + T_{vk} \quad (7.11)$$

$$I. \quad \varphi (T_{ak} - (T_{ak} - T_{vv}) \eta + T_{vk}) = T_{vv} - T_{vk} \quad (7.12)$$

$$T_{vv} = \frac{\varphi (T_{ak} - T_{ak} \eta + T_{vk}) + T_{vk}}{1 - \eta \varphi} \quad (7.13)$$

Innen a mátrixos alak:

$$\begin{bmatrix} T_{av} \\ T_{vv} \end{bmatrix} = \frac{\varphi(1-\eta)T_{ak} + T_{vk}(1+\varphi)}{1-\eta\varphi} = \frac{1}{1-\eta\varphi} \begin{bmatrix} \varphi(1-\eta) & 1+\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{ak} \\ T_{vk} \end{bmatrix} \quad (7.14)$$

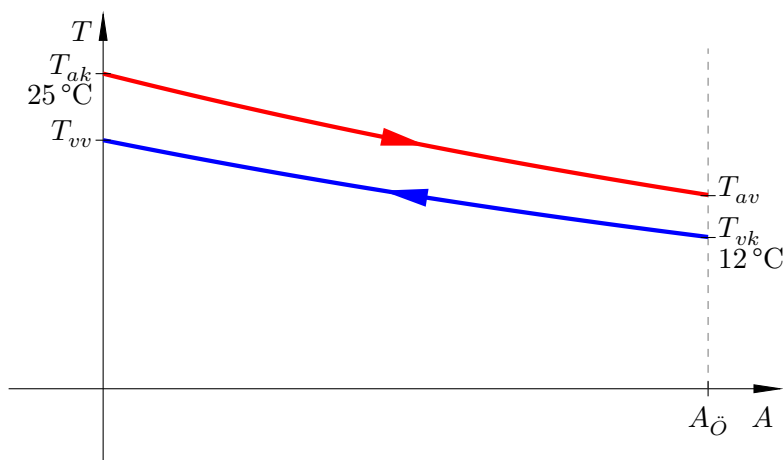
Összevonva két mátrixos egyenlet:

$$\begin{bmatrix} T_{av} \\ T_{vv} \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\eta\varphi} \begin{bmatrix} \eta(1-\varphi) & 1-\eta \\ \varphi(1-\eta) & 1-\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{ak} \\ T_{vk} \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

Itt a c állandót és az $\underline{\underline{A}}$ mátrix elemeit kell kiszámolni, és képezni velük a kezdeti hőmérsékletek lineáris kombinációit.

d) A léptékhelyes hőmérséklet-hely függvények

A vég hőmérsékletek megrajzolása után megrajzolhatók a hőmérséklet-hely függvények.



7.1. ábra. A hőmérséklet-hely függvények.

A kézzel történő feladatmegoldást gyakran lehet az ábrák közelítő felrajzolásával kezdeni, azonban az görbék jelleghelyes rajzolása általában csak a számítások elvégzése után lehetséges.

K7/2. feladat: Olajipari hűtő

Név	Szalay István
Szak	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Egy olajipari hűtőnél mérés útján határozzuk meg a hőátzármaztatási tényezőt, a környezeti hatást, és rajzoljuk le axonometrikusan a hőcserélőt!

A hőcserélő 1-4-es (azaz köpenyoldalon 1-szeres, csőoldalon 4-szeres) átfutású, a csőkötegben hűtővíz, a köpenyoldalon benzin áramlik. Hőszigetelés nincs, a "hővesztesség", a benzinből a környezetbe távozó hő valójában nyereség, ennyivel kevesebb hűtővíz szükséges. A benzin a hűtött közeg, ezért ez lesz az ①-es közeg, a víz pedig a ②-es.

A benzin tömegárama $\dot{m}_B = 66\,000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$, sűrűsége $\varrho_B = 740 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, fajhője $c_B = 2,26 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$. A benzin kezdeti hőmérséklete $T_{1k} = 68^\circ\text{C}$, vég hőmérséklete $T_{1v} = 47^\circ\text{C}$ (a változás 21°C).

A víz tömegárama $\dot{m}_V = 45\,400 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$, sűrűsége $\varrho_V = 997 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (23°C hőmérsékletes), fajhője $c_V = 4,179 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$. A víz kezdeti hőmérséklete $T_{2k} = 15^\circ\text{C}$, vég hőmérséklete $T_{2v} = 31^\circ\text{C}$ (a változás 16°C).

A névleges hőátadó felület $A_{\ddot{O}} = 100 \text{ m}^2$.

a) Készítse el a hőcserélő mérési vázlatát és rajzolja meg a hőmérséklet-hely függvényt!

A mérési vázlat a hőcserélő főbb jellemzőit ábrázolja, nem feltétlenül a térbeli elhelyezkedésük szerint, hanem a lehető legegyszerűbben. A négyszeres köpenyoldali átfutást például elegendő kiterítve, egy-egy csőoldalonként, csőoldali átfutás miatt a hőcserélő vegyesáramú, de a hőmérséklet-hely függvény helyettesíthető egy ellenáramúval.

c) A vegyesáramú hőcserélő átszármaztatott hőárama

A vegyesáramú hőcserélő átszármaztatott hőáram az alábbi összefüggéssel számolható:

$$\dot{Q}_{\text{átsz}} = \kappa A_{\ddot{O}} \Delta T_{\text{köz,ln}} F_t \quad (7.16)$$

ahol F_t a logaritmusos közepes hőmérsékletkülönbség vegyesáram esetén szükséges helyesbítő tényezője.

d) A logaritmusos közepes hőmérsékletkülönbség (LMTD)

A logaritmusos közepes hőmérsékletkülönbség (LMTD: logarithmic mean temperature difference) számításához szükség van a kisebb és nagyobb hőmérsékletkülönbségekre. Ezek leolvasásához a $T_2(A)$ hőmérséklet-hely függvényt a megfelelő ellenáramúval kell helyettesíteni (lásd ?? ábra).

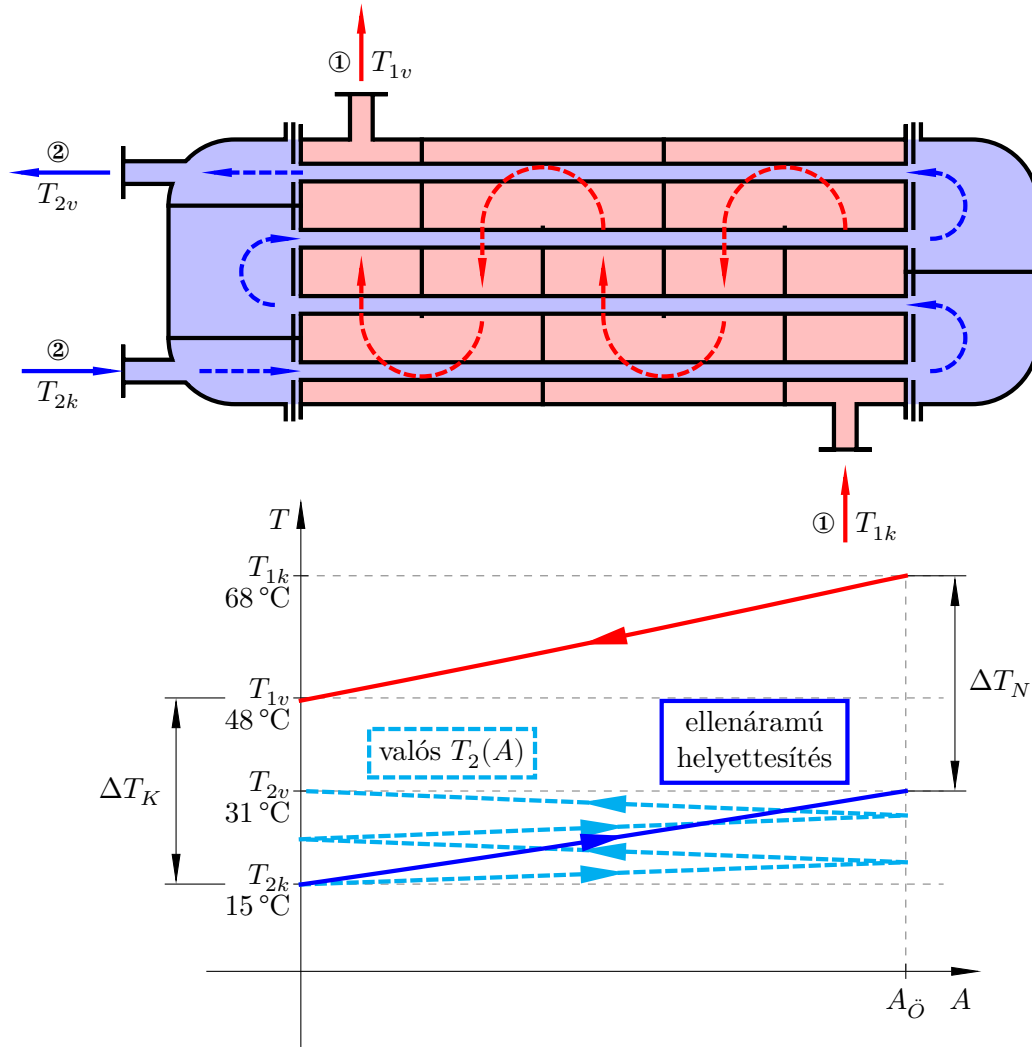
$$\Delta T_{\text{köz,ln}} = \frac{\Delta T_N - \Delta T_K}{\ln \frac{\Delta T_N}{\Delta T_K}} = \frac{37^\circ\text{C} - 33^\circ\text{C}}{\ln \frac{37^\circ\text{C}}{33^\circ\text{C}}} = 34,44^\circ\text{C} = 34,44 \text{ K} \quad (7.17)$$

A logaritmusos közepes hőmérsékletkülönbség egy hőmérsékletkülönbség, ezért Celsius-fokban és kelvinben azonos az értéke.

e) Az F_t helyesbítő tényező

Az F_t leolvasásához ki kell számítani a hőmérsékletviszonyokat jellemző R és S hányadosokat. Az R a meleg és hideg közeg hőmérsékletváltozásának hányadosa:

$$R = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = \frac{T_{1k} - T_{1v}}{T_{2v} - T_{2k}} = 1,31 \quad (7.18)$$



7.2. ábra. A hőcserélő mérési vázlata és a hőmérséklet-hely függvények.

Az S a hidegebb közeg hőmérsékletváltozásának és a legnagyobb hőmérsékletkülönbségnek (általában a belépő hőmérsékletek különbségének) hányadosa:

$$S = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{max}} = \frac{T_{2v} - T_{2k}}{T_{1k} - T_{2k}} = 0,3 \quad (7.19)$$

Az F_t leolvasható értéke 0,95.

f) Az átszármaztatott hőáram és a hőátszármaztatási tényező

Az átszármaztatott hőáramot a hűtővíz által felvett hőárammal tekinthetjük azonosnak, a benzín által leadott hőáram ennél több, mivel a benzín hőjének egy része a környezetbe távozik.

$$\dot{Q}_{átsz} = \Delta \dot{Q}_V = \dot{m}_V c_V \Delta T_2 = \dot{m}_V c_V (T_{2v} - T_{2k}) = 843,23 \text{ kW} \quad (7.20)$$

Innen a hőátszármaztatási tényező:

$$\kappa = \frac{\dot{Q}_{átsz}}{A_{\bar{O}} \Delta T_{köz,ln} F_t} = 257,73 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \quad (7.21)$$

g) A környezeti hatás

A "hasznos hőveszteségként" megnyilvánuló környezeti hatást a benzín által leadott és a víz által felvett hőáramok különbségeként tudjuk számolni. A benzín által leadott hőáram:

$$\dot{Q}_B = \dot{m}_B c_B \Delta T_1 = \dot{m}_B c_B (T_{1k} - T_{1v}) = 870,1 \text{ kW} \quad (7.22)$$

A környezeti hatás:

$$\Delta\dot{Q}_B - \Delta\dot{Q}_V = 26,9 \text{ kW} \quad (7.23)$$