

PANNON EGYETEM  
MÉRNÖKI KAR

SEGÉDLET

# Műszaki hőtan feladatgyűjtemény

Műszaki hőtan  
Műszaki áramlástan és hőtan II.  
Műszaki áramlás- és hőtan

2020. május 15.

# Tartalomjegyzék

<b>Alapadatok</b>	<b>2</b>
A tárgy adatai . . . . .	2
A segédlet célja . . . . .	2
Ajánlott szakirodalom . . . . .	2
<b>1. Levegő állapotváltozásai</b>	<b>3</b>
K1/9. feladat . . . . .	3
<b>2. Víz és vízgőz állapotváltozásai</b>	<b>5</b>
K2/1. feladat . . . . .	5
<b>3. Munkát szolgáltató körfolyamatok</b>	<b>6</b>
K1/5. feladat . . . . .	6
<b>4. Hűtőgépek, hűtőkörfolyamatok</b>	<b>7</b>
K4/1. feladat: Fojtószelepes ammónia hűtőgép . . . . .	7
<b>5. Hőterjedés álló közegben</b>	<b>9</b>
K5/1. feladat: Hőterjedés sík kazánfalban . . . . .	9
K5/2. feladat: Szénacél csőre kifagyó jégréteg . . . . .	11
K5/3. feladat: Háromrétegű síkfal hőfoglalma és hőmérsékletei . . . . .	14
K5/4. feladat: Hengeres fal közelítése síkfallal . . . . .	16
<b>6. Hőterjedés áramló közegben</b>	<b>17</b>
K6/1. feladat: Ellenáramú hőcserélő számítása . . . . .	17
K6/4. feladat: Hőátadás és lecsapódás függőleges csőfalon . . . . .	19
<b>7. Hőcserélők, hőszigetelés</b>	<b>21</b>
K7/1. feladat . . . . .	21
K7/2. feladat . . . . .	24

# Alapadatok

## A tárgy adatai

Név:	Műszaki áramlástan és hőtan II. (Műszaki hőtan)
Kód:	VEMKGEB242H
Kreditérték:	2 (1 elmélet, 1 gyakorlat)
Követelmény típus:	vizsga
Szervezeti egység:	Gépészmérnöki Intézet
Előadás látogatása:	kötelező
Gyakorlat látogatása:	kötelező
Számonkérés:	a félév végén zárthelyi, írásbeli és szóbeli vizsga

## A segédlet célja

A segédlet célja ismertetni a **Műszaki hőtan szemináriumi segédlet és példatár** (Dr. Pleva László, Zsíros László) feladatainak megoldását.

A segédlet kidolgozása még folyamatban van, ezen sorok írásakor az elsődleges célja az ötödik, hatodik és hetedik fejezetben található feladatok megoldásának ismertetése, melyekre a 2016/17-es tanév őszi féléve során nem jutott idő az előadásokon, azonban a számonkérés részét képezik.

## Ajánlott szakirodalom

- Dr. Pleva László, Zsíros László: Műszaki hőtan, Pannon Egyetemi Kiadó (ebből kimarad: 59-62; 66-69; 100-104; 114-209; 237-245; 280-309 oldalak)
- M. A. Mihajev: A hőátadás számításának gyakorlati alapjai, Tankönyvkiadó, Budapest, 1990.

## 1. fejezet

# Levegő állapotváltozásai

### K1/9. feladat: Nedves vízgőz kiterjedése

$V_1 = 1,5 \text{ m}^3$  térfogatú,  $p_1 = 16 \text{ bar}$  nyomású és  $x_1 = 0,95$  fajlagos gőztartalmú vízgőz **adiabatikusan**  $p_2 = 0,1 \text{ bar}$  nyomásig terjed ki. Határozza meg a kiterjedés kezdetén és végén a gőz állapotjelzőit, a gőz  $m$  tömegét és a gőz által végzett  $w_t$  technikai munkát!

Ábrázolja a folyamatot  $T - s$  diagramban!

#### Ismert jellemzők a kezdeti állapotban

$$p_1 = 16 \text{ bar}, \quad V_1 = 1,5 \text{ m}^3, \quad x_1 = 0,95, \quad h'_1 = 858,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad h''_1 = 2793 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$
$$s'_1 = 2,344 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}, \quad s''_1 = 6,442 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}, \quad v'_1 = 0,00116 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}, \quad v''_1 = 0,1238 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

#### Ismert jellemzők a végállapotban

$$h'_2 = 191,9 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad h''_2 = 2584 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad s'_2 = 0,6492 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}, \quad s''_2 = 8,149 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

---

#### Az állapotjelzők a kezdeti állapotban

A kezdeti állapothoz tartozó  $h_1$  hőtartalom,  $v_1$  fajtérfogat és  $s_1$  entrópia a szélsőértékek és az  $x_1$  fajlagos gőztartalom felhasználásával számolható:

$$h_1 = (1 - x_1) h'_1 + x_1 h''_1 = 2696,27 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (1.1)$$

$$v_1 = (1 - x_1) v'_1 + x_1 v''_1 = 0,1176 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \quad (1.2)$$

$$s_1 = (1 - x_1) s'_1 + x_1 s''_1 = 6,237 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \quad (1.3)$$

A kiterjedő gőz tömege az azonos állapotra vonatkozó térfogat és fajtérfogat hányadosa. A kezdeti állapotra mindkét mennyiség ismert:

$$m = \frac{V_1}{v_1} = 12,74 \text{ kg} \quad (1.4)$$

### Az állapotjelzők a végállapotban

A végállapot állapotjelzőinek számolásához szükségünk van az ismert szélsőértékek mellett az  $x_2$  fajlagos gőztartalomra is. Az állapotváltozás adiabatikus jellegű, emiatt  $s_1 \approx s_2$  (ha reverzibilisnek tekintjük az állapotváltozást, akkor  $s_1 = s_2$ ):

$$s_2 = (1 - x_2) s'_2 + x_2 s''_2 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{s_2 - s'_2}{s''_2 - s'_2} \approx \frac{s_1 - s'_2}{s''_2 - s'_2} = 0,745 \quad (1.5)$$

A hőtartalom a végállapotban:

$$h_2 = (1 - x_2) h'_2 + x_2 h''_2 = 1974 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad (1.6)$$

### A technikai munka

Az állapotváltozás technikai munkáját az első főtétel átáramlott rendszerek

## 2. fejezet

# Víz és vízgőz állapotváltozásai

K2/1. feladat: Gőzfejlesztés állandó nyomáson

### 3. fejezet

## Munkát szolgáltató körfolyamatok

K1/5. feladat: Levegő Carnot-körfolyamata

## 4. fejezet

# Hűtőgépek, hűtőkörfolyamatok

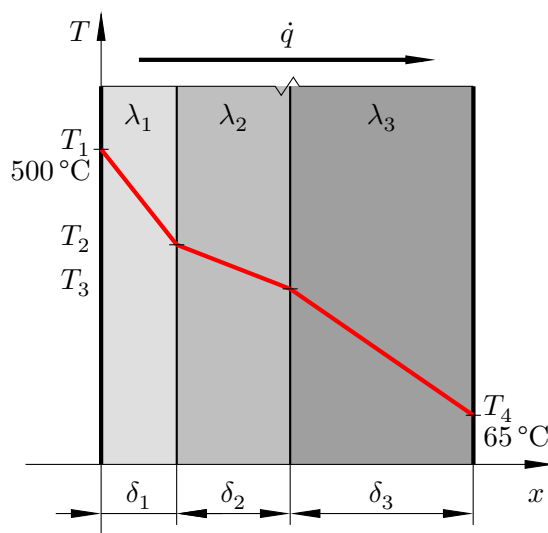
### K4/1. feladat: Fojtószelepes ammónia hűtőgép

Név	Steiber Árpád
Szak	Vegyésmérnöki
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Egy kompresszoros ammóniás hűtőgép - fojtószeleppel - hűtőteltjesítménye  $-15\text{ °C}$  elpárolgási és  $25\text{ °C}$  kondenzációs hőmérséklet mellett  $10\,000\frac{\text{J}}{\text{s}}$ . Határozza meg a kompresszió véghőmérsékletét adiabatikus, reverzibilis esetben, ha a kompresszor száraz telített gőzt szív be. Mennyi a körfolyamatban keringetett ammóniák mennyisége, a körfolyamat fenntartásához szükséges villamos teljesítmény, valamint a hűtővíz mennyisége, ha annak felmelegedése  $\Delta T = 10\text{ °C}$  lehet? Adatok:

$$T = -15\text{ °C-nál } h'' = 1662,66\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

A fal külső felületein a hőmérséklet  $T_1 = 500\text{ °C}$  és  $T_4 = 65\text{ °C}$ . Mennyi az érintkező felületek hőmérséklete? Rajzolja fel a hőmérséklet-hely függvényt!



4.1. ábra. A hőmérséklet-hely függvény

FOURIER törvénye szerint egy homogén testben a hőáram a csökkenő hőmérsékletek irányába mutat, arányos a terjedési irányú, hosszegységenkénti hőmérséklet-változással és az erre az irányra merőleges keresztmetszettel.

$$\dot{Q} = \lambda F \frac{dT}{dx} \quad (4.1)$$



A hőáram és a keresztmetszet hányadosa a hőáramsűrűség.

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{F} \quad (4.2)$$

A  $dT/dx$  hányados a hőmérséklet különbség és a fal vastagságának hányadosa. A hőáramsűrűség tehát:

$$\dot{q} = \frac{\lambda}{\delta}(T_1 - T_2) \quad (4.3)$$

Mivel a hőáramsűrűség állandó, ezért az 5.26 egyenletet ha felírjuk az összes falra, akkor az alábbi egyenletet kapjuk.

$$\dot{q} = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(T_1 - T_2) = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(T_2 - T_3) = \frac{\lambda_3}{\delta_3}(T_3 - T_4) \quad (4.4)$$

Egy kis átalakítással az alábbi általános képlethez jutunk.

$$\dot{q} = \frac{1}{\sum_{n=1}^n \frac{\delta_n}{\lambda_n}} \Delta T \quad (4.5)$$

A jobb oldalon szereplő első tag a hőátvezetési tényező ( $\kappa$ ). A feladat megoldásának első lépéseként ezt a tényezőt kell meghatároznunk.

$$\kappa = \frac{1}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = \frac{1}{\frac{0,01 \text{ m}}{0,1 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} + \frac{0,02 \text{ m}}{0,15 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} + \frac{0,03 \text{ m}}{0,03 \frac{\text{W}}{\text{m K}}}} = 0,811 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}} \quad (4.6)$$

Az 5.28. egyenlet segítségével már könnyen meghatározható a hőáramsűrűség.

$$\dot{q} = \frac{1}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} (T_1 - T_4) = \frac{1}{\frac{0,01 \text{ m}}{0,1 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} + \frac{0,02 \text{ m}}{0,15 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} + \frac{0,03 \text{ m}}{0,03 \frac{\text{W}}{\text{m K}}}} (500^\circ\text{C} - 65^\circ\text{C}) = 352,70 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (4.7)$$

Az 5.25. egyenlet alapján a hőáram

$$\dot{Q} = \dot{q}F = 352,70 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} 6 \text{ m}^2 = 2116,2 \text{ W} \quad (4.8)$$

Az érintkező felületek kiszámítása az 5.27. egyenlet alapján

$$352,7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = \frac{0,1 \frac{\text{W}}{\text{m K}}}{0,01 \text{ m}} (500^\circ\text{C} - T_2) \quad (4.9)$$

$$T_2 = 464,72^\circ\text{C}$$

$$352,7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = \frac{0,15 \frac{\text{W}}{\text{m K}}}{0,02 \text{ m}} (464,72^\circ\text{C} - T_3) \quad (4.10)$$

$$T_3 = 417,80^\circ\text{C}$$

## 5. fejezet

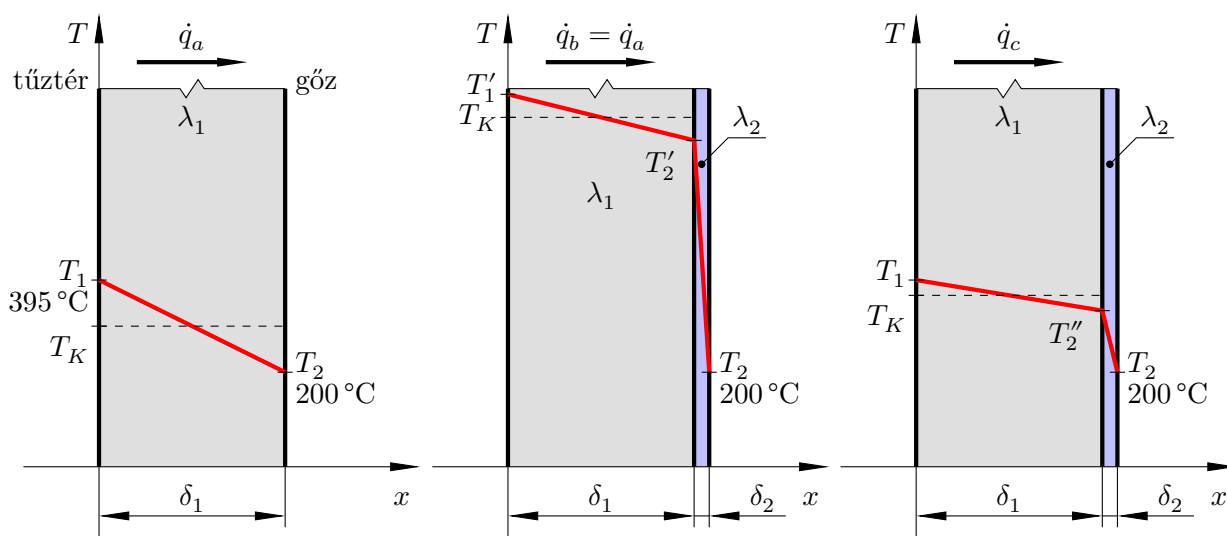
# Hőterjedés álló közegben

### K5/1. feladat: Hőterjedés sík kazánfalban

Név	Szalay István
Szak	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Egy kazánban 10 bar nyomású gőzt termelnek. A kazánfal belső felülete  $200^\circ\text{C}$ , külső (tűztér felőli) felülete pedig  $395^\circ\text{C}$  hőmérsékletű. A kazán fala  $\delta_1 = 16\text{ mm}$  vastagságú.

A kazán falának hővezetési tényezője  $\lambda_1 = 43 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$ . (A kazán falát síkfalnak tekintjük.)



(a) A hőmérséklet-hely függvény az a) esetben. (b) A hőmérséklet-hely függvény az b) esetben. (c) A hőmérséklet-hely függvény a c) esetben.

**a) Határozzuk meg a fal közepes hőmérsékletét és a falban kialakuló hőáramsűrűséget!**

A fal közepes hőmérséklete a lineáris hőmérsékleteloszlás miatt a falhőmérsékletek átlaga:

$$T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = 297,5^\circ\text{C} \quad (5.1)$$

Nem lineáris hőmérsékleteloszlás esetén a hőmérséklet-hely függvény határozott integráljának és a falvastagságnak a hányadosa a közepes hőmérséklet.

A hőáramsűrűség a falban

$$\dot{q}_a = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (T_1 - T_2) = 524 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} \quad (5.2)$$

Ebben a feladatban a kazánfal oldalain végbemenő hőátadást tökéletesnek tekintjük, azaz a falhőmérsékletek megegyeznek a közeghőmérsékletekkel.

**b) A kazán falára  $\delta_2 = 1,2 \text{ mm}$  vastag kazánkőréteg rakódik. Változatlan gőztermelés és gőznyomás esetén számítsuk ki a kazán falának közepes hőmérsékletét!**

A vízkőréteg hővezetési tényezője  $\lambda_2 = 1,6 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$ .

A "változatlan gőztermelés" kifejezés azt jelenti, hogy a gőzoldali falhőmérséklet és a hőáramsűrűség a falban nem változik. A vízkőréteg miatt a hőáramsűrűség csak úgy maradhat azonos  $\dot{q}_a$ -val, hogy a tüztér oldali  $T'_1$  falhőmérséklet sokkal nagyobb  $T_1$ -nél, a  $T'_2$  falhőmérséklet pedig nem azonos a gőzoldali  $T_2$  hőmérséklettel. A vízkőréteg hővezetési tényezője sokkal kisebb a kazánlemezénél, ezért a kisebb rétegvastagság ellenére nagyobb hőmérséklet esik rajta.

A fal közepes hőmérséklete itt is a két falhőmérséklet átlaga:

$$T'_K = \frac{T'_1 + T'_2}{2} \quad (5.3)$$

A  $T'_1$  és a  $T'_2$  falhőmérséklet a  $q_b$  hőáramsűrűség alapján számítható ki:

$$\dot{q}_b = \dot{q}_a = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(T'_1 - T'_2) = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(T'_2 - T_2) \quad (5.4)$$

$$T'_2 = T_2 + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \dot{q}_a = 200^\circ\text{C} + \frac{1,2 \text{ mm}}{1,6 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} 524 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} = 593^\circ\text{C} \quad (5.5)$$

$$T'_1 = T'_2 + \frac{\delta_1}{\lambda_1} \dot{q}_a = 593^\circ\text{C} + \frac{16 \text{ mm}}{43 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} 524 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} = 788^\circ\text{C} \quad (5.6)$$

**c) Ha szilárdsági okok miatt a fal hőmérséklete nem emelkedhet, de a gőznyomás változatlan, mekkora lesz a hőáramsűrűség?**

Ha gőznyomás nem változik, akkor a gőz hőmérséklete sem változik, mivel a kazánban a nedves gőzmezőbe eső állapotú a víz, és ott T-s diagram szerint az izotermák és az izobár vonalak egybeesnek. Tehát a gőzoldali hőmérséklet  $T_2$ . Ha szilárdsági okok miatt a fal hőmérséklete nem emelkedhet, akkor a tüztér oldali hőmérséklet az eredeti  $T_1$ .

A  $\dot{q}_c$  hőáramsűrűség azonos a kazánfalban és a vízkőrétegben:

$$\dot{q}_c = \frac{\lambda_1}{\delta_1}(T_1 - T''_2) = \frac{\lambda_2}{\delta_2}(T''_2 - T_2) \quad (5.7)$$

Kifejezve a két hőmérsékletkülönbséget, és összeadva a két egyenletet:

$$\left. \begin{aligned} \dot{q}_c \frac{\delta_1}{\lambda_1} &= (T_1 - T''_2) \\ \dot{q}_c \frac{\delta_2}{\lambda_2} &= (T''_2 - T_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \dot{q}_c \left( \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right) = (T_1 - T_2) \Rightarrow \dot{q}_c = 173,78 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} \quad (5.8)$$

A fenti két egyenletet kétismeretlenes egyenletrendszernek is tekinthetjük, ahol a hőáramsűrűség mellett a másik ismeretlen a  $T''_2$  falhőmérséklet. A hőáramsűrűséget visszahelyettesítve megkaphatjuk az értékét:

$$T''_2 = T_1 - \dot{q}_c \frac{\delta_1}{\lambda_1} = 330,34^\circ\text{C} \quad (5.9)$$

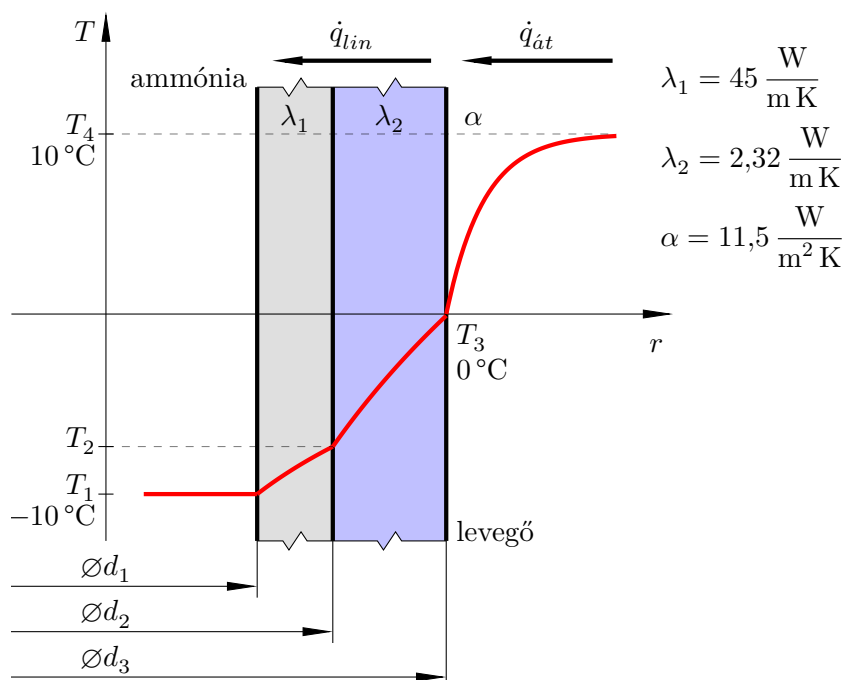
## K5/2. feladat: Szénacél csőre kifagyó jégréteg

Név	Szalay István
Szak	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Egy NÁ125-ös szénacél csőben (a külső átmérő  $d_2 = 133$  mm, a belső átmérő  $d_1 = 125$  mm, a falvastagság  $s = 4$  mm) ammóniát szállítanak, amelynek nyomása  $p = 2,9$  bar, hőmérséklete  $T_1 = -10^\circ\text{C}$ .

A környezet levegője ( $T_4 = 10^\circ\text{C}$ ) melegíti a csövet, ammónia forrásban van a cső belsejében, így belülről hőelvonás van, és a cső hideg külső felületére kifagy a levegő nedvességtartalma. A kifagyott jégréteg szigetelőként működik, beáll az egyensúlyi állapot.

Meghatározandó a csőre fagyott jégréteg külső  $d_3$  átmérője! A jégréteg felületének hőmérséklete  $T_3 = 0^\circ\text{C}$  (olvadó jég), a csőfal belső hőmérséklete pedig a forrásban lévő ammónia jó hőátadási tényezője miatt  $T_1 = -10^\circ\text{C}$ -nak vehető (a hőátadás termikus ellenállása elhanyagolható).



5.2. ábra. A hőmérséklet-hely függvény **nem méretarányos** vázlata.

### Vizsgálat többretegű hengeres falként

A csőfal és a ráakódó jégréteg hengeres alakú, ezért lineáris a hőáramsűrűségeket tudjuk felírni. A csőfalban és a jégrétegben állandósult a hőmérsékleteloszlás és csak hővezetés történik. A hengeres falakra a  $\dot{q}_{lin}$  **vezetési** lineáris hőáramsűrűség vonatkozik.

$$\dot{q}_{lin} = \frac{T_3 - T_1}{\frac{\ln \frac{d_2}{d_1}}{2\pi\lambda_1} + \frac{\ln \frac{d_3}{d_2}}{2\pi\lambda_2}} \quad (5.10)$$

A levegőből a jégrétegbe **átadódó**  $\dot{q}_{at}$  lineáris hőáramsűrűség:

$$\dot{q}_{at} = \alpha d_3 \pi (T_4 - T_3) \quad (5.11)$$

A két lineáris hőáramsűrűséget az ábrán úgy vettük fel, hogy a hőmérsékletcsökkenés irányába pozitívak, ezért a felírásuknál a nagyobb hőmérsékletből vonjuk ki a kisebbet.

Az energiamegmaradás miatt a két lineáris hőáramsűrűség egyenlő:

$$\dot{q}_{lin} = \dot{q}_{at} = \dot{q} \quad (5.12)$$

A fentiekből az alábbi kétismeretlenes egyenletrendszert kapjuk, amiben a jég réteg  $d_3$  átmérője a  $\dot{q}$  lineáris hőáramsűrűség az ismeretlenek. Az egyenletrendszer nem lineáris, átrendezéssel nem oldható meg (transzcendens), csak numerikus közelítő megoldása lehetséges:

$$\left. \begin{aligned} \dot{q} &= \frac{T_3 - T_1}{\frac{\ln \frac{d_2}{d_1}}{2\pi\lambda_1} + \frac{\ln \frac{d_3}{d_2}}{2\pi\lambda_2}} \\ \dot{q} &= \alpha d_3 \pi (T_4 - T_3) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \dot{q} \approx 137,873 \frac{\text{W}}{\text{m}} \\ d_3 \approx 381,6 \text{ mm} \end{cases} \quad (5.13)$$

Innen a jég réteg vastagsága  $\frac{1}{2} (d_3 - d_2) = 124,3 \text{ mm}$ .

### A méretarányos ábra és a hőmérséklet hely függvény

A lineáris hőáramsűrűség és a jég külső átmérőjének numerikus közelítő megoldását felhasználva megrajzolható méretarányosan a  $T(r)$  hőmérséklet-hely függvény. A hőmérséklet a  $d_1$  átmérőn belül állandó  $T_1$  érték. A csőfalban és a jég rétegben  $T(r) = T_0 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda} \ln \frac{r}{r_0}$  alakban írható fel, ahol a  $T_0$  a belső  $r_0$  sugárhoz tartozó hőmérséklet.

A csőfal esetén  $T_0 = T_1$  és  $r_0 = \frac{d_1}{2}$ :

$$T(r) = T_1 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda_1} \ln \frac{2r}{d_1} \quad (5.14)$$

Innen megkaphatjuk a csőfal és a jég réteg határfelületének hőmérsékletét,  $T_2$ -t:

$$T_2 = T\left(\frac{d_2}{2}\right) = T_1 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} = -9,96^\circ\text{C} \quad (5.15)$$

A jég réteg esetén  $T_0 = T_2$  és  $r_0 = \frac{d_2}{2}$ :

$$T(r) = T_2 + \frac{\dot{q}}{2\pi\lambda_2} \ln \frac{2r}{d_2} \quad (5.16)$$

### Vizsgálat többretegű síkfalként

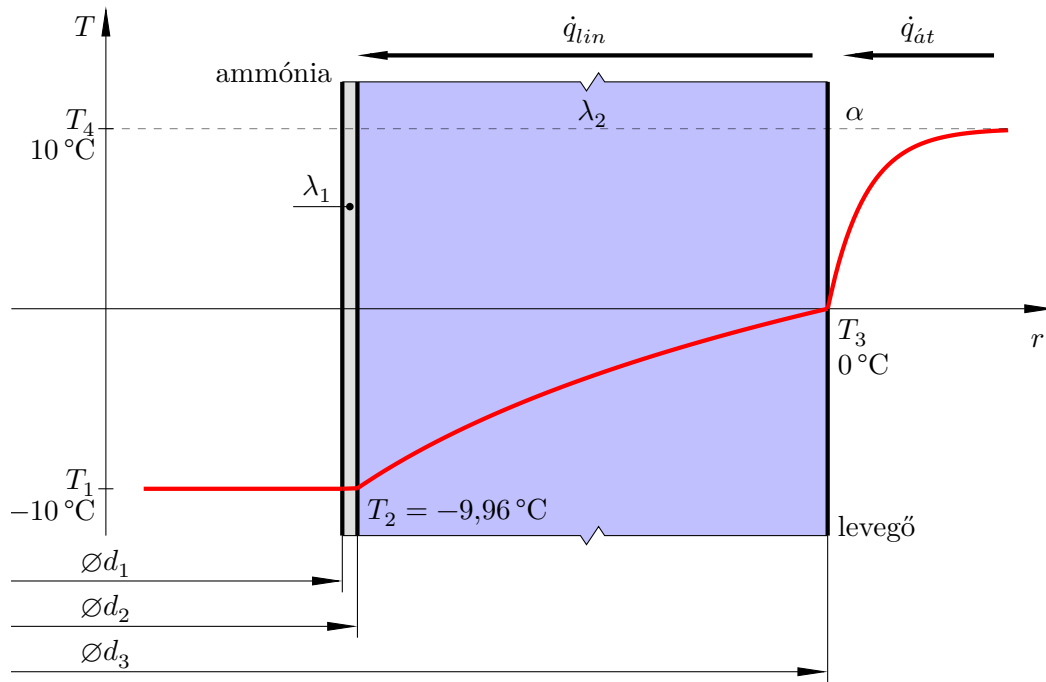
A hengeres falon keresztül történő hőterjedés mindig közelíthető a hengeres fal kiterítésével kapott síkfalon át történő hőterjedéssel. A közelítés hibája a hengeres fal vastagságától függ, minél vékonyabb, annál kisebb a síkfalal történő közelítés hibája.

A többretegű hengeres falat többretegű síkfalal közelíthetjük. A közelítő síkfal vastagsága és hossza megegyezik a hengeres réteg vastagságával és hosszával, a szélessége a hengeres réteg közepes átmérőjéhez tartozó kerülettel közelíthető:

$$\left. \begin{aligned} \dot{q}_{lin} &= \frac{\lambda_1}{\frac{d_2-d_1}{2}} \frac{d_1+d_2}{2} \pi (T_2 - T_1) \\ \dot{q}_{lin} &= \frac{\lambda_2}{\frac{d_3-d_2}{2}} \frac{d_2+d_3}{2} \pi (T_3 - T_2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \dot{q}_{lin} = \frac{T_3 - T_1}{\frac{d_2 - d_1}{\lambda_1 (d_1 + d_2) \pi} + \frac{d_3 - d_2}{\lambda_2 (d_2 + d_3) \pi}} \quad (5.17)$$

A falbeli lineáris hőáram és a hőátadást jellemző lineáris hőáram most is egyenlő.

$$\dot{q}_{lin} = \frac{T_3 - T_1}{\frac{d_2 - d_1}{\lambda_1 (d_1 + d_2) \pi} + \frac{d_3 - d_2}{\lambda_2 (d_2 + d_3) \pi}} = \alpha d_3 \pi (T_4 - T_3) = \dot{q}_{át} \quad (5.18)$$



5.3. ábra. A hőmérséklet-hely függvény méretarányosan ábrázolva.

Egyszerűsítve, és kifejezve a hőmérsékletkülönbségek hányadosát:

$$\underbrace{\frac{T_3 - T_1}{T_4 - T_3}}_T = \underbrace{\frac{(d_2 - d_1) \alpha}{\lambda_1 (d_1 + d_2)}}_C d_3 + \frac{(d_3 - d_2) \alpha d_3}{\lambda_2 (d_2 + d_3)} \quad (5.19)$$

Vezessük be a  $T$  és  $C$  állandókat, hogy gyorsabb és átláthatóbb legyen az egyenlet átrendezése:

$$T = C d_3 + \frac{(d_3 - d_2) \alpha d_3}{\lambda_2 (d_2 + d_3)} \quad (5.20)$$

Megszüntetve a törtet  $d_3$ -ra másodfokú egyenletet kapunk:

$$T \lambda_2 (d_2 + d_3) = C d_3 \lambda_2 (d_2 + d_3) + (d_3 - d_2) \alpha d_3 \quad (5.21)$$

$$0 W = (C \lambda_2 + \alpha) d_3^2 + (C \lambda_2 d_2 - d_2 \alpha - T \lambda_2) d_3 - T \lambda_2 d_2 \quad (5.22)$$

Innen a  $d_3$  közelítő értéke:

$$d_{3,1} = 0,4008 \text{ m}, \quad \underbrace{(d_{3,2} = -0,0668 \text{ m})}_{\substack{\text{a másodfokú egyenletnek megoldása,} \\ \text{de a fizikai problémának nem}}} \quad (5.23)$$

A  $d_3$  közelítő megoldással nyert értéke tehát 400,8 mm. A nemlineáris egyenlet közelítő numerikus megoldásától ez 5 %-kal tér el.

### K5/3. feladat: Háromrétegű síkfal hőforgalma és hőmérsékletei

Név	Steiber Árpád
Szak	Vegyésmérnöki
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

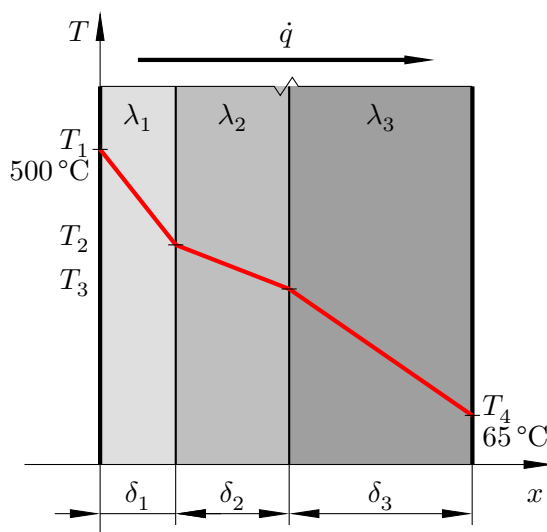
Kiszámítandó a három rétegű végtelennek tekinthető sík fal  $6 \text{ m}^2$  felületen átadódó hőáram, stacionárius, hőforrás nélküli esetben, ha az adatok a következők:

$$\delta_1 = 10 \text{ mm} \quad \lambda_1 = 0,1 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$$

$$\delta_2 = 20 \text{ mm} \quad \lambda_2 = 0,15 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$$

$$\delta_3 = 30 \text{ mm} \quad \lambda_3 = 0,03 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$$

A fal külső felületein a hőmérséklet  $T_1 = 500^\circ\text{C}$  és  $T_4 = 65^\circ\text{C}$ . Mennyi az érintkező felületek hőmérséklete? Rajzolja fel a hőmérséklet-hely függvényt!



5.4. ábra. A hőmérséklet-hely függvény

FOURIER törvénye szerint egy homogén testben a hőáram a csökkenő hőmérsékletek irányába mutat, arányos a terjedési irányú, hosszegységenkénti hőmérséklet-változással és az erre az irányra merőleges keresztmetszettel.

$$\dot{Q} = \lambda F \frac{dT}{dx} \quad (5.24)$$

A hőáram és a keresztmetszet hányadosa a hőáramsűrűség.

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{F} \quad (5.25)$$

A  $dT/dx$  hányados a hőmérséklet különbség és a fal vastagságának hányadosa. A hőáramsűrűség tehát:

$$\dot{q} = \frac{\lambda}{\delta} (T_1 - T_2) \quad (5.26)$$

Mivel a hőáramsűrűség állandó, ezért az 5.26 egyenletet ha felírjuk az összes falra, akkor az alábbi egyenletet kapjuk.

$$\dot{q} = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (T_1 - T_2) = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (T_2 - T_3) = \frac{\lambda_3}{\delta_3} (T_3 - T_4) \quad (5.27)$$

Egy kis átalakítással az alábbi általános képlethez jutunk.

$$\dot{q} = \frac{1}{\sum_{n=1}^n \frac{\delta_n}{\lambda_n}} \Delta T \quad (5.28)$$

A jobb oldalon szereplő első tag a hőátzármaztatási tényező( $\kappa$ ). A feladat megoldásának első lépéseként ezt a tényezőt kell meghatároznunk.

$$\kappa = \frac{1}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = \frac{1}{\frac{0,01 \text{ m}}{0,1 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} + \frac{0,02 \text{ m}}{0,15 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} + \frac{0,03 \text{ m}}{0,03 \frac{\text{W}}{\text{m K}}}} = 0,811 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}} \quad (5.29)$$

Az 5.28. egyenlet segítségével már könnyen meghatározható a hőáramsűrűség.

$$\dot{q} = \frac{1}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} (T_1 - T_4) = \frac{1}{\frac{0,01 \text{ m}}{0,1 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} + \frac{0,02 \text{ m}}{0,15 \frac{\text{W}}{\text{m K}}} + \frac{0,03 \text{ m}}{0,03 \frac{\text{W}}{\text{m K}}}} (500^\circ\text{C} - 65^\circ\text{C}) = 352,70 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (5.30)$$

Az 5.25. egyenlet alapján a hőáram

$$\dot{Q} = \dot{q}F = 352,70 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} 6 \text{ m}^2 = 2116,2 \text{ W} \quad (5.31)$$

Az érintkező felületek kiszámítása az 5.27. egyenlet alapján

$$352,7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = \frac{0,1 \frac{\text{W}}{\text{m K}}}{0,01 \text{ m}} (500^\circ\text{C} - T_2) \quad (5.32)$$

$$T_2 = 464,72^\circ\text{C}$$

$$352,7 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = \frac{0,15 \frac{\text{W}}{\text{m K}}}{0,02 \text{ m}} (464,72^\circ\text{C} - T_3) \quad (5.33)$$

$$T_3 = 417,80^\circ\text{C}$$



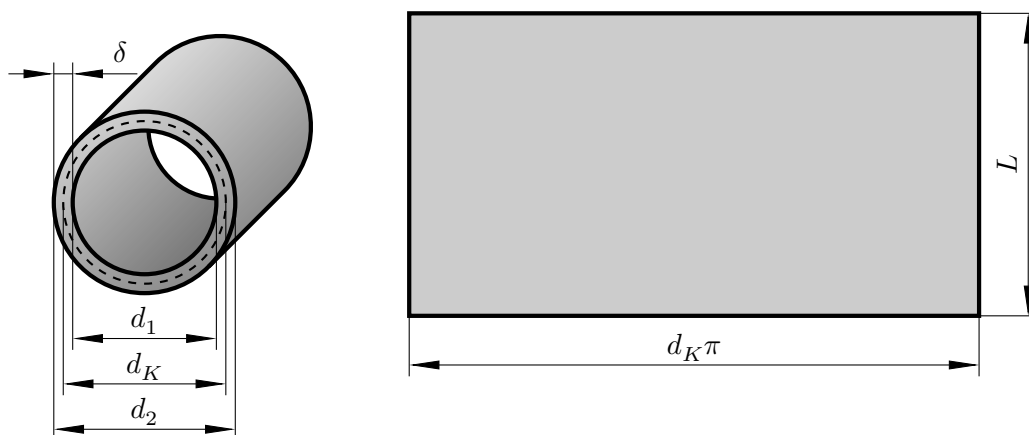
## K5/4. feladat: Hengeres fal közelítése síkfallal

Név	Szalay István
Szak	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Gyakorlati számítások során szokás a hengeres falon vezetéssel átjutó hőáramot közelítő módon síkfalra vonatkozó összefüggésekkel számolni. Határozza meg egy hengeres fal külső  $d_2$  és belső  $d_1$  átmérőjének hányadosa függvényében, hogy a lineáris hőáramsűrűség számításakor hány %-os hibát vétünk az alábbi közelítő összefüggéseket használva:

$$\dot{q}_{lin} = \frac{\lambda}{\delta} d_K \pi (T_1 - T_2), \quad \delta = \frac{d_2 - d_1}{2}, \quad \text{és} \quad d_K = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (5.34)$$

ahol  $\delta$  a falvastagság és  $d_K$  a közepes átmérő.



5.5. ábra. Hengeres fal kiterítése és közelítése síkfallal.

A hőáramra vonatkozó valós és a közelítő összefüggés:

$$\dot{Q}_{valós} = \frac{2\pi\lambda L}{\ln \frac{d_2}{d_1}} (T_1 - T_2) \quad \text{és} \quad \dot{Q}_{közelítő} = \frac{2\lambda}{d_2 - d_1} \frac{d_1 + d_2}{2} \pi L (T_1 - T_2) \quad (5.35)$$

A vizsgálatot a  $\varphi = \frac{d_2}{d_1} \in [1, 3]$  intervallumban, 0,5-es lépésekben végezzük el. A vizsgálat az  $\varepsilon$  relatív hiba értékének kiszámítását jelenti a  $\varphi$  átmérőhányados különböző értékei mellett. A relatív hiba, behelyettesítve a hőáramokat:

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}_{valós} - \dot{Q}_{közelítő}}{\dot{Q}_{valós}} = 1 - \frac{\dot{Q}_{közelítő}}{\dot{Q}_{valós}} = 1 - \frac{\frac{2\lambda}{d_2 - d_1} \frac{d_1 + d_2}{2} \pi L (T_1 - T_2)}{\frac{2\pi\lambda L}{\ln \frac{d_2}{d_1}} (T_1 - T_2)} \quad (5.36)$$

Kifejezve  $d_2$ -t  $\varphi d_1$  alakban:

$$\varepsilon = 1 - \frac{d_1 + d_2}{d_2 - d_1} \frac{1}{2} \ln \frac{d_2}{d_1} = 1 - \frac{d_1 + \varphi d_1}{\varphi d_1 - d_1} \frac{1}{2} \ln \varphi = 1 - \frac{1 + \varphi}{\varphi - 1} \frac{1}{2} \ln \varphi \quad (5.37)$$

A relatív hiba értékei a vizsgált intervallumban:

$\varphi$	1	1,5	2	2,5	3
$\varepsilon(\varphi)$	$\lim_{\varphi \rightarrow 1+} \varepsilon(\varphi) = 0$	0,0134	0,0382	0,0645	0,0897

## 6. fejezet

# Hőterjedés áramló közegben

### K6/1. feladat: Ellenáramú hőcserélő számítása

Név	Szalay István
Szak	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Egy ellenáramú hőcserélőnél veszteségmentes hőcserét feltételezve a következő adatokat ismerjük: a közegek kezdeti hőmérsékletei  $T_{1k} = 140^\circ\text{C}$  és  $T_{2k} = 15^\circ\text{C}$ , a két közeg konvektív vízértéke egyenlő  $\dot{w} = \dot{w}_1 = \dot{w}_2 = 58\,000 \frac{\text{W}}{\text{K}}$ , a hőátzármaztatási tényező  $\kappa = 220 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$ , a teljes hőátadó felület  $A_{\ddot{O}} = 100 \text{ m}^2$ .

#### a) A véghőmérsékletek meghatározása

A hőcserélőben történő hőterjedést a következő hőáramokkal jellemezhetjük:

- Az ①-es közeg belépő hőszállítási hőárama  $\dot{w}_1 T_{1k}$ , a kilépő hőszállítási hőáram  $\dot{w}_1 T_{1v}$ , a kettő különbsége az ①-es közeg által **leadott**  $\Delta\dot{Q}_1 = \dot{w}_1 (T_{1v} - T_{1k})$ ; negatív, mert az ①-es közeg hőmérséklete csökken.
- Az átszármaztatott hőáram  $\Delta\dot{Q}_{\text{átsz}} = \kappa A_{\ddot{O}} \Delta T_{\text{köz,ln}}$ , értéke pozitív, a számításánál figyelembe kell venni, hogy a  $\dot{w}_1 = \dot{w}_2$  egyenlőség miatt a két közeg közötti hőmérsékletkülönbség állandó  $\Delta T = \Delta T_N = \Delta T_K$ , és ezzel egyenlő a logaritmus közepes hőmérsékletkülönbség is.

$$\dot{w}_1 = \dot{w}_2 \Rightarrow \Delta T_{\text{köz,ln}} = \lim_{\Delta T_N \rightarrow \Delta T_K} \frac{\Delta T_N - \Delta T_K}{\ln \frac{\Delta T_N}{\Delta T_K}} = \Delta T_N = \Delta T_K = \Delta T \quad (6.1)$$

A  $\Delta T$  hőmérsékletkülönbség felírható a megfelelő vég- és kezdeti hőmérsékletek különbségeként, például  $\Delta T = T_{1v} - T_{2k}$ .

- A ②-es közeg belépő hőszállítási hőárama  $\dot{w}_2 T_{2k}$ , a kilépő hőszállítási hőáram  $\dot{w}_2 T_{2v}$ , a kettő különbsége a ②-es közeg által **felvett**  $\Delta\dot{Q}_2 = \dot{w}_2 (T_{2v} - T_{2k})$ ; pozitív, mert a ②-es közeg hőmérséklete növekszik.

A három hőáram az energiamegmaradás miatt egyenlő, ez alapján a két ismeretlen véghőmérsékletre egy kétismeretlenes egyenletrendszert tudunk felírni (behelyettesítve  $\Delta T$ -t és a közös  $\dot{w}$ -t):

$$\left. \begin{aligned} I. - \dot{w} (T_{1v} - T_{1k}) &= \kappa A_{\ddot{O}} (T_{1v} - T_{2k}) \\ II. - \dot{w} (T_{1v} - T_{1k}) &= \dot{w} (T_{2v} - T_{2k}) \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\Delta\dot{Q}_1 = \Delta\dot{Q}_{\text{átsz}} = \Delta\dot{Q}_2 \quad (6.2)$$

Az egyenletrendszer lineáris, a véghőmérsékletek átrendezéssel kifejezhetők:

$$T_{1v} = \frac{\kappa A_{\ddot{O}} T_{2k} + \dot{w} T_{1k}}{\kappa A_{\ddot{O}} + \dot{w}} = 105,625^\circ\text{C} \quad (6.3)$$

$$T_{2v} = T_{2k} + T_{1k} - T_{1v} = 49,375^\circ\text{C} \quad (6.4)$$

b) Mekkora kellene legyen a hőátzármaztatási tényező, hogy a két véghőmérséklet egyenlő legyen?

A feltétel egyenlet alakban  $T_{1v} = T_{2v}$ . Mivel a konvektív vízértékek továbbra is egyenlők, a  $T(A)$  hőmérséklet-hely függvények lineárisak és azonos meredekségűek, ezért a két véghőmérséklet úgy lehet egyenlő, ha a kezdeti hőmérsékletek átlagával is egyenlők:

$$T_{1v} = T_{2v} = \frac{T_{1k} + T_{2k}}{2} = 77,5^\circ\text{C} \quad (6.5)$$

A módosított  $\kappa^*$  hőátzármaztatási tényező az átszármaztatott és az egyik szállítási hőáram egyenlőségéből kifejezhető:

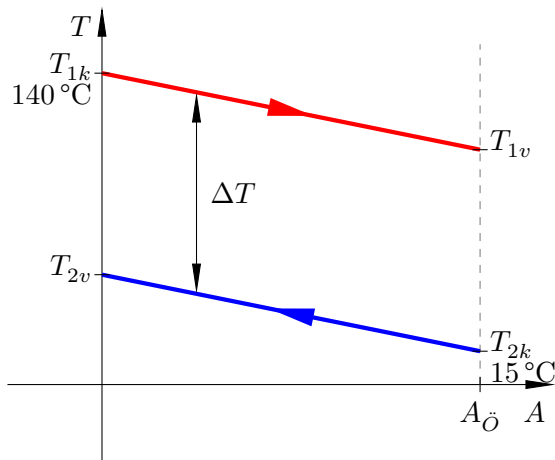
$$-\Delta\dot{Q}_1 = \Delta\dot{Q}_{\text{átsz}} \Rightarrow -\dot{w}(T_{1v} - T_{1k}) = \kappa^* A_{\text{ö}} (T_{1v} - T_{2k}) \quad (6.6)$$

Kifejezve a hőátzármaztatási tényezőt:

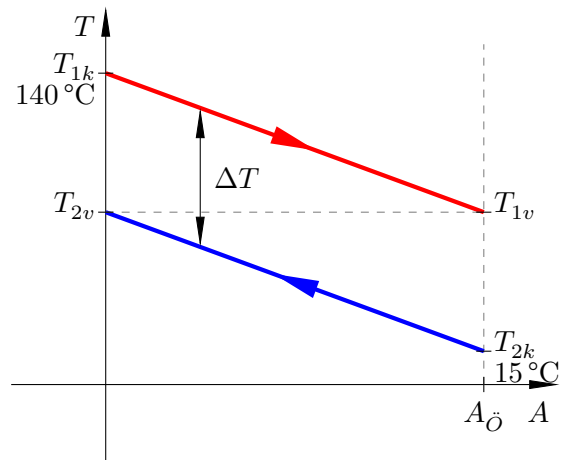
$$\kappa^* = \frac{\dot{w}(T_{1k} - T_{1v})}{A_{\text{ö}}(T_{1v} - T_{2k})} = \frac{\dot{w}\Delta T}{A_{\text{ö}}\Delta T} = \frac{\dot{w}}{A_{\text{ö}}} = 580 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \quad (6.7)$$

### c) A léptékhelyes hőmérséklet-hely függvények

Hőcserélőknél a hőmérséklet-hely függvény a  $T(A)$  függvény, amit közegenként különböző, és a helyet az  $A$  érintett hőátadó felület jelenti. Az a) és b) részben a konvektív vízértékek egyenlők, ezért lineárisak a  $T(A)$  függvények.



(a) A hőmérséklet-hely függvények az a) esetben.



(b) A hőmérséklet-hely függvények a b) esetben.

A kézzel történő feladatmegoldást gyakran lehet az ábrák közelítő felrajzolásával kezdeni, azonban az görbék jelleghelyes rajzolása általában csak a számítások elvégzése után lehetséges.

## K6/4. feladat: Hőátadás és lecsapódás függőleges csőfalon

Név	Szalay István
Szak	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Határozza meg, hogy **száraz telített vízgőzből** mennyi csapódik le óránként egy  $d = 40$  mm átmérőjű,  $L = 1$  m magas, függőleges cső külső falára  $p = 1,01$  bar gőznyomás esetén, ha a csőfelület középhőmérséklete  $T_F = 60$  °C! A  $p$  nyomáshoz tartozó forráspont  $T_S = 100$  °C.

A víz anyagjellemzői a közepes  $T_K = \frac{T_S + T_F}{2}$  hőmérsékleten: a párolgáshő  $r = 2257,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ , a sűrűség  $\rho_{80} = 971,6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , a hővezetési tényező  $\lambda_{80} = 0,67 \frac{\text{W}}{\text{m K}}$ , a dinamikai viszkozitás  $\eta_{80} = 351 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{m s}}$ .

Nusselt folyadékréteg elmélete szerint a gőz és a lecsapódó folyadékréteg által befolyt csőfal közötti hőátadási tényező az alábbi alakban számolható, ha a folyadék áramlása réteges/lamináris:

$$\alpha = c \left( \frac{r \rho^2 \lambda^3 g}{\eta H \Delta T} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (6.8)$$

A  $c$  értéke, illetve a  $H$  jelentése a cső elhelyezkedésétől függ: függőleges fal vagy cső esetén  $c_1 = 0,943$ , és  $H = L$  (az  $L$  a magasság vagy függőleges hossz), vízszintes cső esetén  $c_2 = 0,726$ , és  $H = d$  (a  $d$  a külső átmérő).

### a) Függőleges cső vizsgálata

A gőz lecsapódása során a rejtett hőt adja le átadással a csőnek. Ezt a két hőáram egyenlőségével írhatjuk le, azaz  $\dot{Q}_{\text{rejtett}} = \dot{Q}_{\text{átadás}}$ . Kifejtve a két hőáram:

$$\dot{Q}_{\text{rejtett}} = \dot{m}r \quad \text{és} \quad \dot{Q}_{\text{átadás}} = \alpha A (T_S - T_F) = \alpha d \pi L (T_S - T_F) \quad (6.9)$$

A hőátadási tényező függőleges csőnél:

$$\alpha_{\text{függőleges}} = 0,943 \left( \frac{r \rho_{80}^2 \lambda_{80}^3 g}{\eta_{80} L (T_S - T_F)} \right)^{\frac{1}{4}} = 4,338 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \quad (6.10)$$

A lecsapódás tömegárama a függőleges helyzetű csővön:

$$\dot{m}_{\text{függőleges}} = \frac{\alpha_{\text{függőleges}} d \pi L (T_S - T_F)}{r} = 9,65 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 34,775 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \quad (6.11)$$

### b) Vizsgáljuk meg a lecsapódott gőzmennyiséget akkor is, ha a cső vízszintes helyzetű!

A hőátadási tényező vízszintes csőnél:

$$\alpha_{\text{vízszintes}} = 0,726 \left( \frac{r \rho_{80}^2 \lambda_{80}^3 g}{\eta_{80} L (T_S - T_F)} \right)^{\frac{1}{4}} = 7,468 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \quad (6.12)$$

A lecsapódás tömegárama a vízszintes helyzetű csővön:

$$\dot{m}_{\text{vízszintes}} = \frac{\alpha_{\text{vízszintes}} d \pi L (T_S - T_F)}{r} = 16,6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 59,86 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \quad (6.13)$$

**c) A vízszintes vagy a függőleges elrendezést célszerű választani? Mikor nagyobb a hőátadási tényező?**

A kérdés arra vonatkozik, hogy a  $d$  és az  $L$  viszonya alapján melyik elrendezést célszerű választani. A feladatot az alábbi egyenlőtlenség alakban célszerű megfogalmazni:

$$\alpha_{\text{függőleges}} < \alpha_{\text{vízszintes}} \quad \Rightarrow \quad c_1 \left( \frac{r \varrho^2 \lambda^3 g}{\eta L \Delta T} \right)^{\frac{1}{4}} < c_2 \left( \frac{r \varrho^2 \lambda^3 g}{\eta d \Delta T} \right)^{\frac{1}{4}} \quad \Rightarrow \quad \frac{c_1^4}{c_2^4} d < L \quad (6.14)$$

Azaz, ha  $2,846d < L$ , akkor  $\alpha_{\text{függőleges}} < \alpha_{\text{vízszintes}}$ .

## 7. fejezet

# Hőcserélők, hőszigetelés

### K7/1. feladat

Név	Szalay István
Szak	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Egy  $A_{\bar{O}} = 15 \text{ m}^2$  hőátadó felületű csőköteges hőcserélőben  $\dot{m}_a = 820 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$  tömegáramú cseppfolyós ammóniát kell vízzel lehűtenünk. Az ammónia belépési hőmérséklete  $T_{ak} = 25^\circ\text{C}$ , a rendelkezésre álló hűtővíz hőmérséklete  $T_{vk} = 12^\circ\text{C}$ .

Ha az ellenáramú hőcserélőn  $\dot{m}_v = 1130 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$  tömegáramú vizet áramoltatunk keresztül és a hőát-származtatási tényező  $\kappa = 160 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$ , akkor mekkorák lesznek a kilépési hőmérsékletek?

A víz fajhője  $c_v = 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$ , az ammónia fajhője  $c_a = 4,6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$ .

#### a) A hőcserét leíró egyenletek

Az ammónia a hűtött közeg, ezért ez lesz az ①-es közeg, a víz pedig a ②-es. A meghatározandó ismeretlenek a  $T_{av}$  és  $T_{vv}$  véghőmérsékletek, emiatt két független egyenletet kell felírunk. A hőcserélőben a leadott, az átszármaztatott és a felvett hőáram az energiamegmaradás miatt egyenlő. A leadott és a felvett hőáram egyenlőségéből a véghőmérsékletekre lineáris egyenletet kapunk, az átszármaztatott hőáram viszont csak akkor ad lineáris egyenletet, ha a konvektív vízértékek egyenlők. A konvektív vízértékek:

$$\dot{w}_a = \dot{m}_a c_a = 1047 \frac{\text{W}}{\text{K}} \quad \text{és} \quad \dot{w}_v = \dot{m}_v c_v = 1312 \frac{\text{W}}{\text{K}} \quad (7.1)$$

Később a számítási eredmények ellenőrzésére lesz használható az a tény, hogy a nagyobb konvektív vízértékű közeg hőmérséklete változik kevesebbet.

A konvektív vízértékek nem egyenlők, emiatt célszerű keresni egy másik egyenletet, ami lineáris. Ez lehet a  $\Delta T(A)$  hőmérsékletkülönbség-hely függvény a teljes  $A_{\bar{O}}$  hőátadó felületre.

$$\Delta T(A_{\bar{O}}) = \Delta T_N e^{-\kappa \bar{m} A_{\bar{O}}} = \Delta T_K \quad (7.2)$$

Ennél az egyenletnél a  $\Delta T_N$  és a  $\Delta T_K$  hőmérsékletkülönbségek helyes felírására kell odafigyelni, mivel ellenáramú hőcserénél a **nagyobb konvektív vízértékű közeg belépésénél van a kisebb hőmérsékletkülönbség**. Azaz vizsgált esetben  $\Delta T_N = T_{ak} - T_{vv}$  az ammónia belépésénél és  $\Delta T_K = T_{av} - T_{vk}$  a víz belépésénél.

Ezek alapján a két ismeretlen véghőmérsékletre az alábbi kétismeretlenes egyenletrendszert tudjuk felírni:

$$\left. \begin{aligned} -\Delta\dot{Q}_a &= \Delta\dot{Q}_v \\ \Delta T(A_{\dot{O}}) &= \Delta T_K \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} I. \quad -\dot{w}_a (T_{av} - T_{ak}) &= \dot{w}_v (T_{vv} - T_{vk}) \\ II. \quad (T_{ak} - T_{vv}) e^{-\kappa \bar{m} A_{\dot{O}}} &= T_{av} - T_{vk} \end{aligned} \right\} \quad (7.3)$$

A fenti egyenletrendszer megoldható egyszerű átrendezéssel, azonban mivel gyakran előfordul, kialakult egy mátrixos megoldási módszer is.

Mindkét a módszernél célszerű a (7.3) egyenletrendszerbe az alábbi mennyiségeket behelyettesíteni:

$$\varphi = \frac{\dot{w}_1}{\dot{w}_2} = \frac{\dot{w}_a}{\dot{w}_v} \quad \text{és} \quad \eta = e^{-\kappa \bar{m} A_{\dot{O}}} \quad (7.4)$$

A  $\varphi$  a konvektív vízértékek hányadosa, az  $\eta$  az exponenciális függvény értéke.

### b) Megoldás átrendezéssel

A (7.3) egyenletrendszer átrendezéssel megoldható. A (7.4) szerinti behelyettesítéssel rövidebbek az egyenletek. Az  $I.$  egyenlet átrendezése,  $\varphi$  és  $\eta$  behelyettesítése után:

$$\left. \begin{aligned} I. \quad \varphi (T_{ak} - T_{av}) &= T_{vv} - T_{vk} \\ II. \quad (T_{ak} - T_{vv}) \eta &= T_{av} - T_{vk} \end{aligned} \right\} \quad (7.5)$$

Fejezzük ki  $T_{vv}$ -t az  $I.$  egyenletből és helyettesítsük be a  $II.$ -ba:

$$I. \quad T_{vv} = \varphi T_{ak} + T_{vk} - \varphi T_{av} \quad (7.6)$$

$$II. \quad T_{av} + \eta (\varphi T_{ak} + T_{vk} - \varphi T_{av}) = \eta T_{ak} + T_{vk} \quad (7.7)$$

$$II. \quad T_{av} = \frac{\eta T_{ak} + T_{vk} - \eta (\varphi T_{ak} + T_{vk})}{1 - \eta \varphi} = 15,32^\circ\text{C} \quad (7.8)$$

Visszahelyettesítve az  $I.$  egyenletbe, megkapjuk a víz véghőmérsékletét:

$$I. \quad T_{vv} = \varphi T_{ak} + T_{vk} - 15,32^\circ\text{C} = 19,72^\circ\text{C} \quad (7.9)$$

### c) Megoldás mátrix alakban

A (7.5) egyenletrendszer átrendezéses megoldást paraméteresen elvégezve mindkét ismeretlen hőmérsékletre az  $\underline{T}_v = c \underline{A} \underline{T}_k$  mátrix alakra hozható. A (7.8) egyenlet jobb oldalát alakítsuk a kezdeti hőmérsékletes lineáris kombinációjává:

$$T_{av} = \frac{\eta (1 - \varphi) T_{ak} + (1 - \eta) T_{vk}}{1 - \eta \varphi} = \frac{1}{1 - \eta \varphi} \begin{bmatrix} \eta (1 - \varphi) & 1 - \eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{ak} \\ T_{vk} \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

A  $II.$  egyenletből kifejezve  $T_{av}$  és behelyettesítve az  $I.$  egyenletbe:

$$II. \quad T_{av} = (T_{ak} - T_{vv}) \eta + T_{vk} \quad (7.11)$$

$$I. \quad \varphi (T_{ak} - (T_{ak} - T_{vv}) \eta + T_{vk}) = T_{vv} - T_{vk} \quad (7.12)$$

$$T_{vv} = \frac{\varphi (T_{ak} - T_{ak} \eta + T_{vk}) + T_{vk}}{1 - \eta \varphi} \quad (7.13)$$

Innen a mátrixos alak:

$$\begin{bmatrix} T_{av} \\ T_{vv} \end{bmatrix} = \frac{\varphi(1-\eta)T_{ak} + T_{vk}(1+\varphi)}{1-\eta\varphi} = \frac{1}{1-\eta\varphi} \begin{bmatrix} \varphi(1-\eta) & 1+\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{ak} \\ T_{vk} \end{bmatrix} \quad (7.14)$$

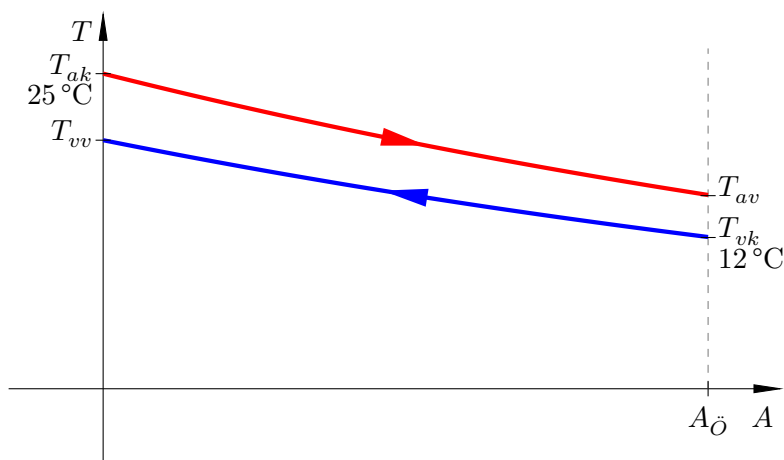
Összevonva két mátrixos egyenlet:

$$\begin{bmatrix} T_{av} \\ T_{vv} \end{bmatrix} = \frac{1}{1-\eta\varphi} \begin{bmatrix} \eta(1-\varphi) & 1-\eta \\ \varphi(1-\eta) & 1-\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{ak} \\ T_{vk} \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

Itt a  $c$  állandót és az  $\underline{\underline{A}}$  mátrix elemeit kell kiszámolni, és képezni velük a kezdeti hőmérsékletek lineáris kombinációit.

#### d) A léptékhelyes hőmérséklet-hely függvények

A vég hőmérsékletek megrajzolása után megrajzolhatók a hőmérséklet-hely függvények.



7.1. ábra. A hőmérséklet-hely függvények.

A kézzel történő feladatmegoldást gyakran lehet az ábrák közelítő felrajzolásával kezdeni, azonban az görbék jelleghelyes rajzolása általában csak a számítások elvégzése után lehetséges.



## K7/2. feladat: Olajipari hűtő

Név	Szalay István
Szak	
Félév	2019/2020 II. (tavaszi) félév

Egy olajipari hűtőnél mérés útján határozzuk meg a hőátzármaztatási tényezőt, a környezeti hatást, és rajzoljuk le axonometrikusan a hőcserélőt!

A hőcserélő 1-4-es (azaz köpenyoldalon 1-szeres, csőoldalon 4-szeres) átfutású, a csőkötegben hűtővíz, a köpenyoldalon benzin áramlik. Hőszigetelés nincs, a "hővesztesség", a benzinből a környezetbe távozó hő valójában nyereség, ennyivel kevesebb hűtővíz szükséges. A benzin a hűtött közeg, ezért ez lesz az ①-es közeg, a víz pedig a ②-es.

A benzin tömegárama  $\dot{m}_B = 66\,000 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ , sűrűsége  $\varrho_B = 740 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , fajhője  $c_B = 2,26 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$ . A benzin kezdeti hőmérséklete  $T_{1k} = 68^\circ\text{C}$ , vég hőmérséklete  $T_{1v} = 47^\circ\text{C}$  (a változás  $21^\circ\text{C}$ ).

A víz tömegárama  $\dot{m}_V = 45\,400 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$ , sűrűsége  $\varrho_V = 997 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  ( $23^\circ\text{C}$  hőmérsékletes), fajhője  $c_V = 4,179 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$ . A víz kezdeti hőmérséklete  $T_{2k} = 15^\circ\text{C}$ , vég hőmérséklete  $T_{2v} = 31^\circ\text{C}$  (a változás  $16^\circ\text{C}$ ).

A névleges hőátadó felület  $A_{\ddot{O}} = 100 \text{ m}^2$ .

### a) Készítse el a hőcserélő mérési vázlatát és rajzolja meg a hőmérséklet-hely függvényt!

A mérési vázlat a hőcserélő főbb jellemzőit ábrázolja, nem feltétlenül a térbeli elhelyezkedésük szerint, hanem a lehető legegyszerűbben. A négyszeres köpenyoldali átfutást például elegendő kiterítve, egy-egy csőoldalonként, csőoldali átfutás miatt a hőcserélő vegyesáramú, de a hőmérséklet-hely függvény helyettesíthető egy ellenáramúval.

### c) A vegyesáramú hőcserélő átszármaztatott hőárama

A vegyesáramú hőcserélő átszármaztatott hőáram az alábbi összefüggéssel számolható:

$$\dot{Q}_{\text{átsz}} = \kappa A_{\ddot{O}} \Delta T_{\text{köz,ln}} F_t \quad (7.16)$$

ahol  $F_t$  a logaritmusos közepes hőmérsékletkülönbség vegyesáram esetén szükséges helyesbítő tényezője.

### d) A logaritmusos közepes hőmérsékletkülönbség (LMTD)

A logaritmusos közepes hőmérsékletkülönbség (LMTD: logarithmic mean temperature difference) számításához szükség van a kisebb és nagyobb hőmérsékletkülönbségekre. Ezek leolvasásához a  $T_2(A)$  hőmérséklet-hely függvényt a megfelelő ellenáramúval kell helyettesíteni (lásd 7.2. ábra).

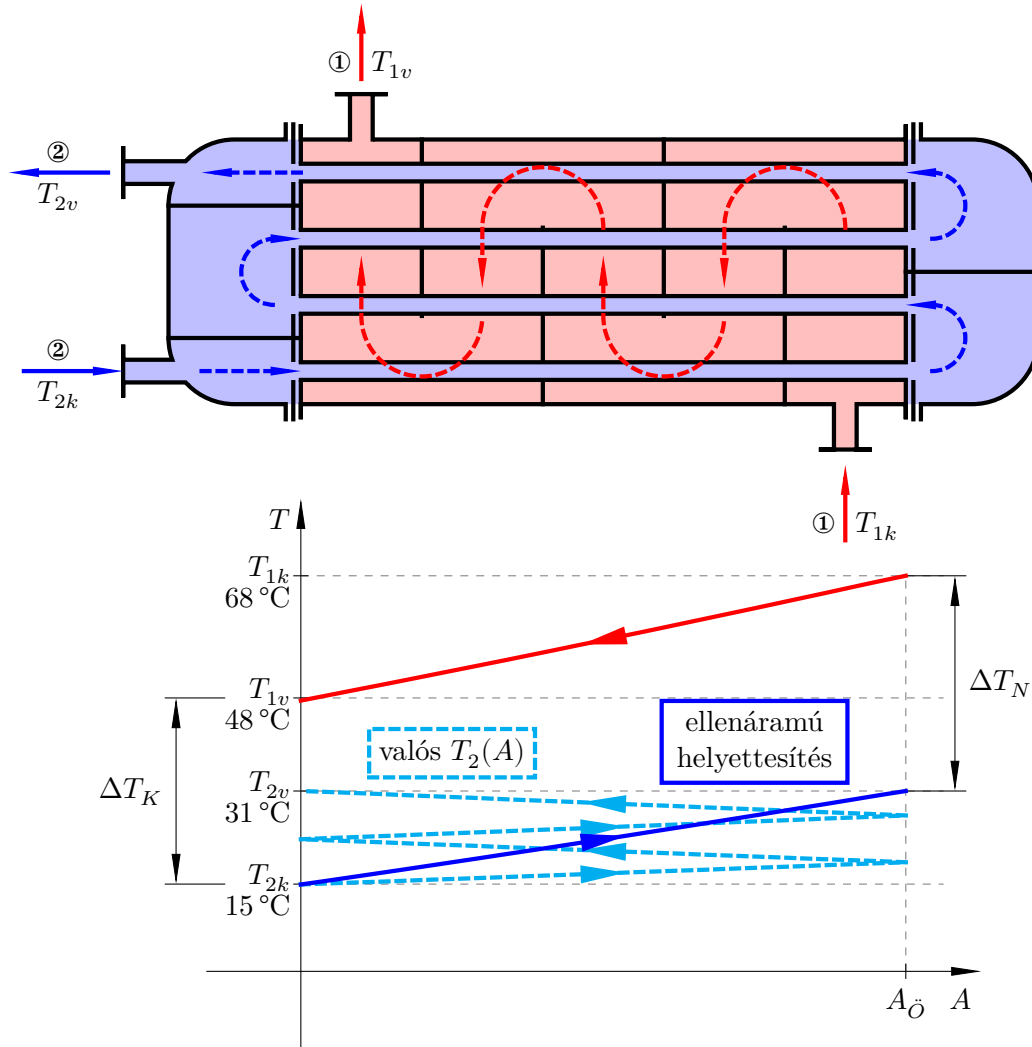
$$\Delta T_{\text{köz,ln}} = \frac{\Delta T_N - \Delta T_K}{\ln \frac{\Delta T_N}{\Delta T_K}} = \frac{37^\circ\text{C} - 33^\circ\text{C}}{\ln \frac{37^\circ\text{C}}{33^\circ\text{C}}} = 34,44^\circ\text{C} = 34,44 \text{ K} \quad (7.17)$$

A logaritmusos közepes hőmérsékletkülönbség egy hőmérsékletkülönbség, ezért Celsius-fokban és kelvinben azonos az értéke.

### e) Az $F_t$ helyesbítő tényező

Az  $F_t$  leolvasásához ki kell számítani a hőmérsékletviszonyokat jellemző  $R$  és  $S$  hányadosokat. Az  $R$  a meleg és hideg közeg hőmérsékletváltozásának hányadosa:

$$R = \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} = \frac{T_{1k} - T_{1v}}{T_{2v} - T_{2k}} = 1,31 \quad (7.18)$$



7.2. ábra. A hőcserélő mérési vázlata és a hőmérséklet-hely függvények.

Az  $S$  a hidegebb közeg hőmérsékletváltozásának és a legnagyobb hőmérsékletkülönbségnek (általában a belépő hőmérsékletek különbségének) hányadosa:

$$S = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{max}} = \frac{T_{2v} - T_{2k}}{T_{1k} - T_{2k}} = 0,3 \quad (7.19)$$

Az  $F_t$  leolvasható értéke 0,95.

#### f) Az átszármaztatott hőáram és a hőátszármaztatási tényező

Az átszármaztatott hőáramot a hűtővíz által felvett hőárammal tekinthetjük azonosnak, a benzin által leadott hőáram ennél több, mivel a benzin hőjének egy része a környezetbe távozik.

$$\dot{Q}_{átsz} = \Delta \dot{Q}_V = \dot{m}_V c_V \Delta T_2 = \dot{m}_V c_V (T_{2v} - T_{2k}) = 843,23 \text{ kW} \quad (7.20)$$

Innen a hőátszármaztatási tényező:

$$\kappa = \frac{\dot{Q}_{átsz}}{A_{\bar{O}} \Delta T_{köz,ln} F_t} = 257,73 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \quad (7.21)$$

#### g) A környezeti hatás

A "hasznos hőveszteségként" megnyilvánuló környezeti hatást a benzin által leadott és a víz által felvett hőáramok különbségeként tudjuk számolni. A benzin által leadott hőáram:

$$\dot{Q}_B = \dot{m}_B c_B \Delta T_1 = \dot{m}_B c_B (T_{1k} - T_{1v}) = 870,1 \text{ kW} \quad (7.22)$$

A környezeti hatás:

$$\Delta\dot{Q}_B - \Delta\dot{Q}_V = 26,9 \text{ kW} \quad (7.23)$$