

## Modelos Avanzados de Computación

### Examen de febrero

Responda a 5 ejercicios de los siguientes

#### EJERCICIO 1 (2 puntos)

¿Que significa que un conjunto es numerable o contable? Indique dos ejemplos de conjuntos numerables y dos ejemplos de conjuntos no numerables.

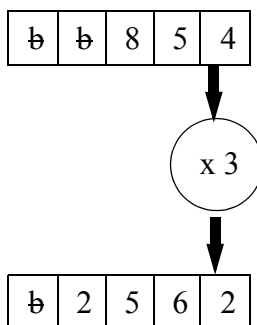
#### EJERCICIO 2 (2 puntos)

Considere la descripción de funciones booleanas por medio de circuitos lógicos. ¿Cuántas funciones diferentes se pueden definir sobre  $n$  entradas binarias ( $n$  bits)? Realice una estimación del número de puertas lógicas AND, OR y NOT necesarias para desarrollar una función booleana en forma normal disyuntiva (DNF), es decir, como la operación OR de todos sus minterminos.

#### EJERCICIO 3 (2 puntos)

Desarrolle un autómata finito determinista que tome como entrada un número expresado en notación decimal y genere como salida el resultado de multiplicar dicho número por 3.

Por ejemplo,



#### EJERCICIO 4 (2 puntos)

Desarrolle un autómata de pila que reconozca el lenguaje  $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ .

**EJERCICIO 5 (2 puntos)**

Considere un modelo de Máquina de Turing en el que todas las transiciones son del tipo

$$(q_0, a, q_1, b, L \text{ o } R)$$

es decir, si la máquina está en el estado  $q_0$  y en la cinta se encuentra el símbolo  $a$  se cambia al estado  $q_1$ , se escribe el símbolo  $b$  y se desplaza el cabezal a la izquierda ( $L$ ) o a la derecha ( $R$ ). La máquina tiene un estado inicial y un único estado de parada (**halt**). El comienzo de la cinta se denota con el símbolo  $\#$  y los espacios en blanco con el símbolo  $\blacksquare$ .

Desarrolle una Máquina de Turing que compruebe que dos cadenas separadas por el símbolo  $\$$  son iguales, es decir, la máquina debe aceptar entradas de la forma “ $\#01001\$01001\blacksquare\dots$ ”.

**EJERCICIO 6 (2 puntos)**

Sea  $A_{TM}$  el lenguaje formado por las cadenas  $\langle M, w \rangle$  tales que  $M$  es la codificación de una Máquina de Turing y  $w$  es una cadena aceptada en dicha máquina. Demuestre que el lenguaje  $A_{TM}$  es indecidible.

**EJERCICIO 7 (2 puntos)**

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas: Suma( $x, y$ ), Producto( $x, y$ ), Potencia( $x, y$ ), Decremento( $x$ ), RestaAcotada( $x, y$ ), Signo( $x$ ), SignoNegado( $x$ ), Factorial( $x$ ), Min( $x, y$ ), Max( $x, y$ ), And( $x, y$ ), Or( $x, y$ ), Not( $x$ ), Mayor( $x, y$ ), Menor( $x, y$ ), MayorOIgual( $x, y$ ), MenorOIgual( $x, y$ ).

(a) Demuestre que la función  $Eq(x, y)$  es primitiva recursiva.

$$Eq(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = y \\ 0 & \text{si } x \neq y \end{cases}$$

(b) Demuestre que la función  $Sqrt(x)$ , que devuelve la parte entera de la raíz cuadrada, es primitiva recursiva.

**EJERCICIO 8 (2 puntos)**

Defina los siguientes conceptos:

- (a) ¿Qué es un problema de clase P?
- (b) ¿Qué es un problema de clase NP?
- (c) ¿Qué es un problema NP-completo?