



## Modelos Avanzados de Computación

### Examen de febrero

#### EJERCICIO 1 (1.5 puntos)

Considere el proceso de multiplicar por 3 un número binario. Esta operación se puede realizar desplazando el número un bit y sumando el mismo número. (NOTA: los estados deben expresar si el bit desplazado es 0 o 1 y si el resultado de la suma se lleva 0 o 1)

$$\begin{array}{r} 101101 \times 3 \\ 0101101 \\ 1011010 \\ \hline 10000111 \end{array}$$

- (a) Desarrolle la operación “multiplicar por 3” por medio de un Autómata de Mealy.
- (b) Desarrolle la operación “multiplicar por 3” por medio de un Autómata de Moore.

#### EJERCICIO 2 (1.5 puntos)

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky.

$T \rightarrow id$	$C \rightarrow A T$	$N \rightarrow not$
$T \rightarrow T C$	$D \rightarrow O T$	$A \rightarrow and$
$T \rightarrow T D$	$E \rightarrow T R$	$O \rightarrow or$
$T \rightarrow N T$	$L \rightarrow lparen$	
$T \rightarrow L E$	$R \rightarrow rparen$	

Verifique que la cadena “**not lparen id and id or id rparen and not id**” pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

#### EJERCICIO 3 (2 puntos)

Diseñar una Máquina de Turing que tome como entrada dos cadenas formada por los símbolos del alfabeto  $\{A,B\}$  y separadas por el símbolo  $\$$  y acepte si la primera cadena aparece como subcadena en la segunda y rechace en caso contrario.

Por ejemplo, la entrada (**#ABB\$BAABBABABbb**) debe aceptarse pero la entrada (**#ABB\$BAABABABbb**) debe rechazarse.

**EJERCICIO 4 (1.5 puntos)**

Sea  $E_{TM}$  el lenguaje formado por las cadenas  $\langle M \rangle$  tales que  $M$  es la codificación de una máquina de Turing que no reconoce ninguna entrada, es decir, cuyo lenguaje es el lenguaje vacío. Demuestre que el lenguaje  $E_{TM}$  es indecidible.

NOTA: Considere demostrado que los lenguajes  $A_{TM}$  (problema de la aceptación) y  $HALT_{TM}$  (problema de la parada) son indecidibles.

**EJERCICIO 5 (2 puntos)**

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas:  $Suma(x,y)$ ,  $Producto(x,y)$ ,  $Potencia(x,y)$ ,  $Decremento(x)$ ,  $RestaAcotada(x,y)$ ,  $Signo(x)$ ,  $SignoNegado(x)$ ,  $Min(x,y)$ ,  $Max(x,y)$ ,  $And(x,y)$ ,  $Or(x,y)$ ,  $Not(x)$ ,  $Igual(x,y)$ ,  $Mayor(x,y)$ ,  $Menor(x,y)$ ,  $MayorOIgual(x,y)$ ,  $MenorOIgual(x,y)$ ,  $If(x,y,z)$ .

Demuestre que la función  $Log(x,y)$ , que calcula el logaritmo en base  $y$  del número entero  $(x+1)$ , es una función primitiva recursiva.

NOTA: El logaritmo está definido para números mayores o iguales a 1. Al utilizar el argumento  $(x+1)$  el caso base de la recursión es  $x=0$ .

$$Log(x,y) = Log_y(x+1) = z \mid y^z \leq x+1 < y^{z+1}$$

**EJERCICIO 6 (1.5 puntos)**

- (a) ¿Qué es un problema NP-completo?
- (b) Demuestre que el problema CLIQUE (encontrar un clique de tamaño  $k$  en un grafo) es NP-Completo. Considere demostrado que los problemas SAT (satisfactibilidad de fórmulas lógicas) y 3SAT (satisfactibilidad de fórmulas lógicas en formato 3-cnf) son NP-completos.