

## Ejercicios del Tema 7

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas:  $\text{Suma}(x,y)$ ,  $\text{Producto}(x,y)$ ,  $\text{Potencia}(x,y)$ ,  $\text{Decremento}(x)$ ,  $\text{RestaAcotada}(x,y)$ ,  $\text{Signo}(x)$ ,  $\text{SignoNegado}(x)$ ,  $\text{Factorial}(x)$ ,  $\text{Min}(x,y)$ ,  $\text{Max}(x,y)$ ,  $\text{And}(x,y)$ ,  $\text{Or}(x,y)$ ,  $\text{Not}(x)$ ,  $\text{Mayor}(x,y)$ ,  $\text{Menor}(x,y)$ ,  $\text{MayorOIgual}(x,y)$ ,  $\text{MenorOIgual}(x,y)$ .

### Ejercicio 7.1

Demuestre que la función  $\text{Eq}(x,y)$  es primitiva recursiva.

$$\text{Eq}(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = y \\ 0 & \text{si } x \neq y \end{cases}$$

### Ejercicio 7.2

Demuestre que la función  $\text{Sqrt}(x)$ , que devuelve la parte entera de la raíz cuadrada, es primitiva recursiva.

### Ejercicio 7.3

Demuestre que la función  $\text{Mod3}(x)$  es primitiva recursiva.

$$\text{Mod3}(x) = \text{Resto}(x, 3) = x \% 3$$

### Ejercicio 7.4

Demuestre que la función  $\text{Div}(x,y)$ , que calcula la división entera, es primitiva recursiva.

$$\text{Div}(x, y) = x / y$$

**Ejercicio 7.5**

Demuestre que la función  $Raiz(x, n)$ , que calcula la raíz  $n$ -ésima de un número entero, es una función primitiva recursiva.

$$Raiz(x, n) = \lfloor \sqrt[n]{x} \rfloor = y \mid y^n \leq x < (y+1)^n$$

**Ejercicio 7.6**

Demuestre que la función  $Log2(x+1)$ , que calcula el logaritmo en base 2 de un número entero, es una función primitiva recursiva.

NOTA: El logaritmo está definido para números mayores o iguales a 1. Al utilizar el argumento  $(x+1)$  el caso base de la recursión es  $x=0$ .

$$Log2(x+1) = y \mid 2^y \leq x+1 < 2^{y+1}$$