



Modelos Avanzados de Computación

Examen de septiembre

EJERCICIO 1 (1.5 puntos)

- (a) Enuncie y demuestre el Lema de Bombeo para Autómatas Finitos.
- (b) Enuncie y demuestre el Lema de Bombeo para Autómatas de Pila.

EJERCICIO 2 (1.5 puntos)

Considere la siguiente gramática libre de contexto, expresada en Forma Normal de Chomsky.

$C \rightarrow id$	$D \rightarrow C P$	$R \rightarrow rpren$
$C \rightarrow D C$	$E \rightarrow C S$	$P \rightarrow paralelo$
$C \rightarrow E C$	$F \rightarrow L C$	$S \rightarrow serie$
$C \rightarrow F R$	$L \rightarrow lpren$	

Verifique que la cadena “**lpren id paralelo id serie id rpren**” pertenece al lenguaje definido por la gramática por medio del algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

EJERCICIO 3 (2 puntos)

Diseñar una Máquina de Turing que tome como entrada un número escrito en binario (por simplicidad es mejor que esté escrito de izquierda a derecha) seguido de una cadena formada por los símbolos del alfabeto $\{A,B\}$ y separadas por el símbolo $\$$. El objetivo de la máquina es extraer de la cadena tantos caracteres como indique el número.

Por ejemplo, la entrada (**#011\$BAABBABAbb**) indica que hay que extraer seis caracteres, por lo que la salida debe ser (**#BAABBAbb**).

NOTA: Si lo desea puede dejar las celdas ocupadas por el primer número con cualquier contenido. Por ejemplo, la salida anterior podría ser (**#***\$BAABBAbb**) siendo $*$ cualquier carácter.

EJERCICIO 4 (1.5 puntos)

Sea EQ_{TM} el lenguaje formado por las cadenas $\langle M_1, M_2 \rangle$ tales que M_1 y M_2 son codificaciones de Máquinas de Turing que reconocen el mismo lenguaje. Es decir, $L(M_1) = L(M_2)$.

Demuestre que el lenguaje EQ_{TM} es indecidible.

NOTA: Considere demostrado que los lenguajes A_{TM} (problema de la aceptación), $HALT_{TM}$ (problema de la parada) y E_{TM} (problema del lenguaje vacío) son indecidibles.

EJERCICIO 5 (2 puntos)

Considere el modelo de computación de las funciones recursivas. Asuma que las siguientes funciones ya han demostrado ser recursivas primitivas: $Suma(x,y)$, $Producto(x,y)$, $Potencia(x,y)$, $Decremento(x)$, $RestaAcotada(x,y)$, $Signo(x)$, $SignoNegado(x)$, $Min(x,y)$, $Max(x,y)$, $And(x,y)$, $Or(x,y)$, $Not(x)$, $Igual(x,y)$, $Mayor(x,y)$, $Menor(x,y)$, $MayorOIgual(x,y)$, $MenorOIgual(x,y)$, $If(x,y,z)$.

Demuestre que la función $Division(x,y)$, que calcula la división entera (x / y) es una función primitiva recursiva.

EJERCICIO 6 (1.5 puntos)

- (a) ¿Qué es un problema NP-completo?
- (b) Dado un grafo no dirigido, G , se define un Vertex-Cover de G , VC , como un subconjunto de nodos de G tales que cualquier arco de G tiene al menos un nodo en VC . Demuestre que el problema VERTEX-COVER (encontrar un vertex-cover de tamaño k en un grafo) es NP-Completo. Considere demostrado que los problemas SAT (satisfactibilidad de fórmulas lógicas) y 3SAT (satisfactibilidad de fórmulas lógicas en formato 3-cnf) son NP-competos.