4 ROBOTS MÓVILES

Universidad de Huelva

Tema IV: Robots Móviles

4.6.1.- Introducción

Bases probabilísticas: el Teorema de Bayes

$$p(a \mid b) = \frac{p(b \mid a)\ p(a)}{p(b)}$$

$$p(a \mid b,c) = \frac{p(b \mid a,c)\ p(a \mid c)}{p(b \mid c)}$$

4.6.1.- Introducción

Bases probabilísticas: el Teorema de Bayes

Localización Bayesiana

$$P(x \mid z) = \frac{P(z \mid x) \cdot P(x)}{P(z)}$$

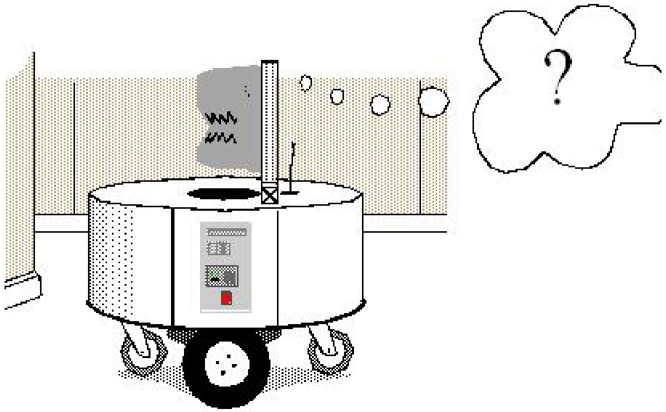
$$\Downarrow$$

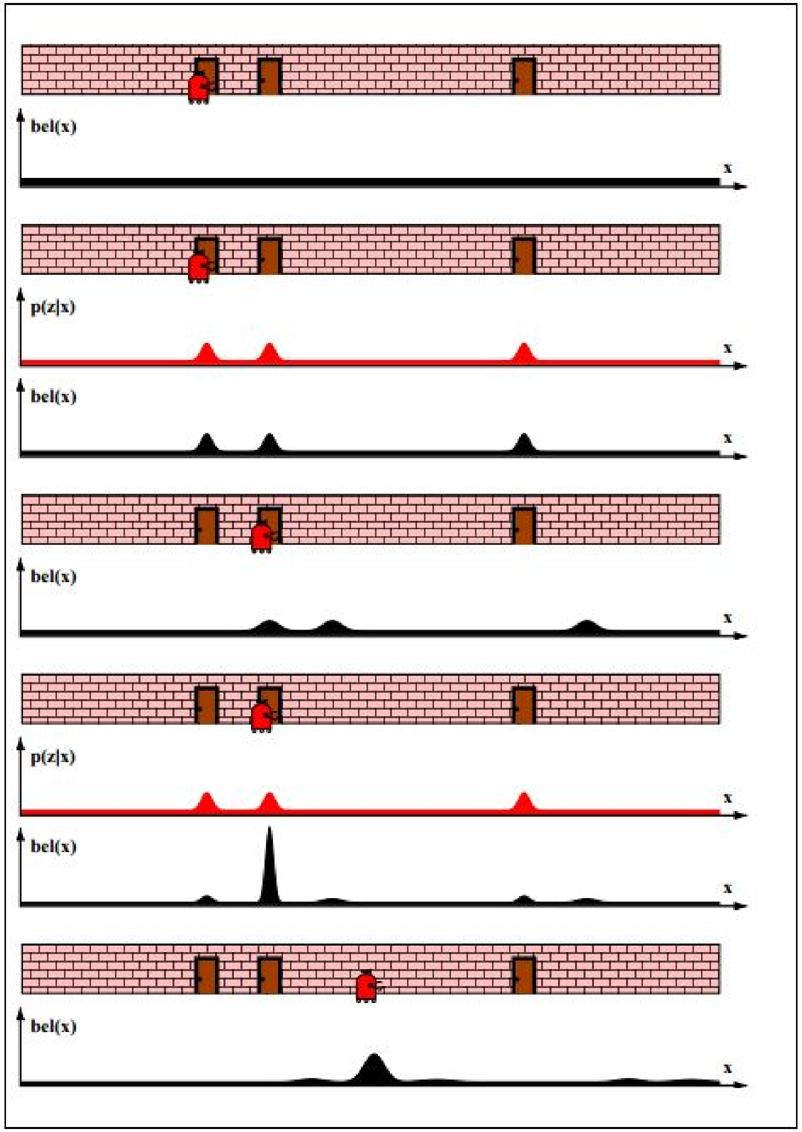
$$\boxed{P(x \mid z) = \alpha \cdot P(z \mid x) \cdot P(x)}$$

4.6.1.- Introducción

Localización Bayesiana

$$P(X_k \mid Z_1 \ldots Z_k, U_0 \ldots U_{k-1})$$





4.6.2.- Filtrado y Estimación

- Se pretende representar la ‘**situación**’ o ‘**estado**’ de los objetos o sistemas medidos mediante un cojunto de valores denominados ‘**variables de estado**’.

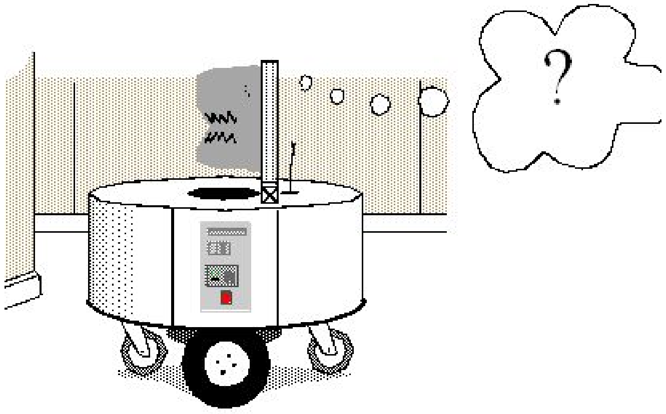
- El **objetivo del Filtrado** consiste en obtener información más relevante sobre el estado del sistema y la incertidumbre asociada a la misma.

- El **objetivo de la Estimación** consiste en determinar el valor más representativo de dichas variables.
  - Si el valor de dichas magnitudes no varia en el tiempo se trata de un problema de estimación estática.
  - En el caso más general dichos valores evolucionarán en el tiempo y se aplicará algoritmos de estimación dinámica.

4.6.2.- Filtrado y Estimación

Tema IV: Robots Móviles

- El problema de **Localización en Robótica** se resuelve utilizando técnicas de Filtrado y Estimación.
  - El vector de estado coincide con el vector de configuración.
  - Las medidas coinciden con las observaciones o la percepción proporcionada por los sensores.



4.6.2.- Filtrado y Estimación

- Estos algoritmos han de ser robustos ante la incertidumbre:
  - Asociada a las medidas (ruido).
  - Al conocimiento previo que se tiene del sistema (inexactitud de los modelos).

- Para manejar con eficacia la incertidumbre suele adoptarse un enfoque probabilista. Siguiendo este enfoque, Los tres principales algoritmos son:

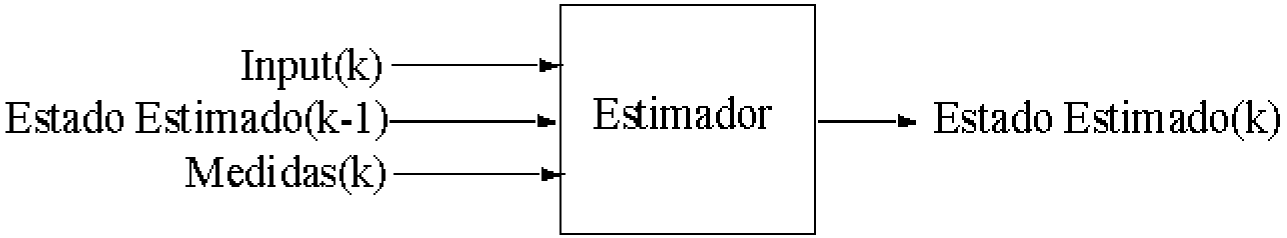
El Filtro del **Histograma** (Representación discreta)

El Filtro de **Kalman**

El Filtro de **Partículas**

4.6.2.- Filtrado y Estimación

Bases de la Estimación Dinámica



- A partir de un conjunto de medidas de distinta naturaleza: Laser, Sonares, Cámara, Acelerómetro ect... del valor actual de las señales de entrada y del valor estimado anteriormente se pretende obtener la representación actual del sistema mediante la estimación del estado.

Universidad de Huelva

Tema IV: Robots Móviles

Conocimiento a Priori

- **Modelo de la Dinámica del Sistema**: Permite predecir el futuro:

  u(k) vector formado por todas las señales de entrada

$$X_{k+1} = f(X_k, U_k, w_k)$$

- **Modelo de las medidas**: Permite medir el presente:

$$Z_k = h(X_k, v_k)$$

$$Z_k = [Z_1, Z_2, \ldots Z_m]^T \qquad h_k = [h_1(X_k), h_2(X_k), \ldots h_m(X_k)]^T$$

Ambos modelos han de incluir la influencia de la incertidumbre:

Modelo Probabilistico

4.6.2.- Filtrado y Estimación

Planteamiento del Problema

Obtener la mejor estimación del estado X_k:

$$X_{k+1} = f(X_k, U_k, w_k)$$
$$Z_k = h(X_k, v_k)$$

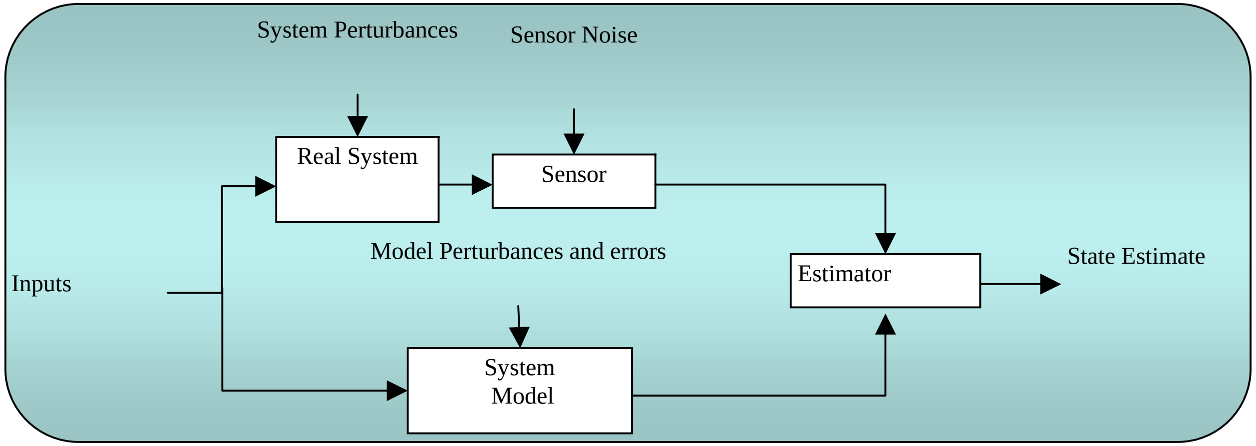
Dado que son conocidas:

- La dinámica del sistema y el modelo de los sensores: *f(), h(),*
- Las características de los ruidos, *v* and *w*,
- Las condiciones iniciales,
- El valor de las señales de entrada *U*,
- El valor de las medidas *Z***.**

Universidad de Huelva

Tema IV: Robots Móviles

Fundamento de las técnicas probabilísticas



- El estado X_k es considerado como una variable aleatoria.
- Su PDF está determinada por la Probabilidad Condicionada de X para los valores conocidos de las entradas U_k y las medidas Z_k

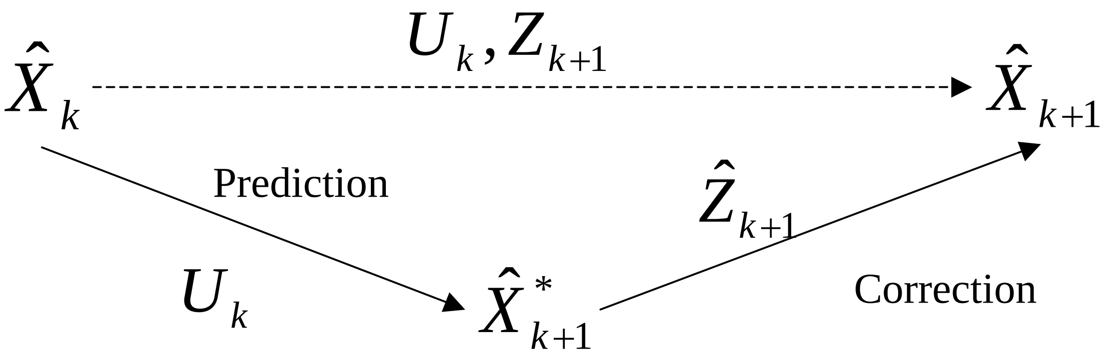
$$P(X_k \mid Z_1 \ldots Z_k, U_0 \ldots U_{k-1}) \Rightarrow \hat{X}_k$$

Universidad de Huelva

4.6.3.- Filtro de Kalman

Sitemas Lineales
Rudos Gausianos

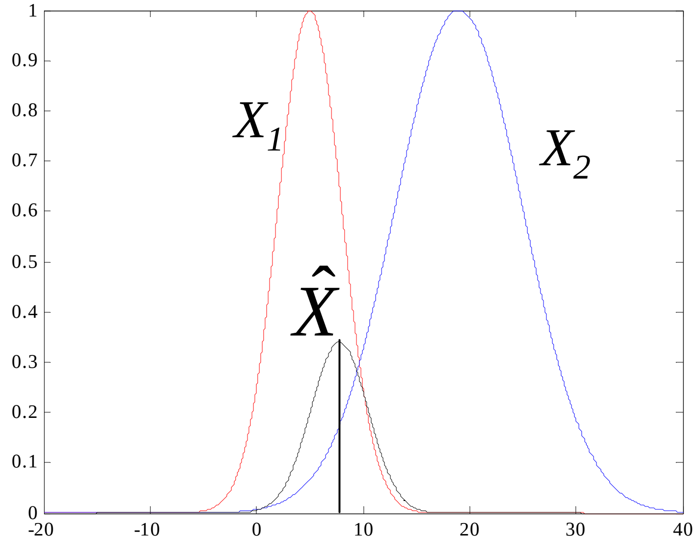
FDP está determinada por la media y la varianza



Estimado= Estado Predicho + Ganancia*Error

4.6.3.- Filtro de Kalman

Estimación Estática



Mínimos Cuadrados

$$\hat{X} = X_1 + K \cdot (X_2 - X_1)$$

Cálculo de K

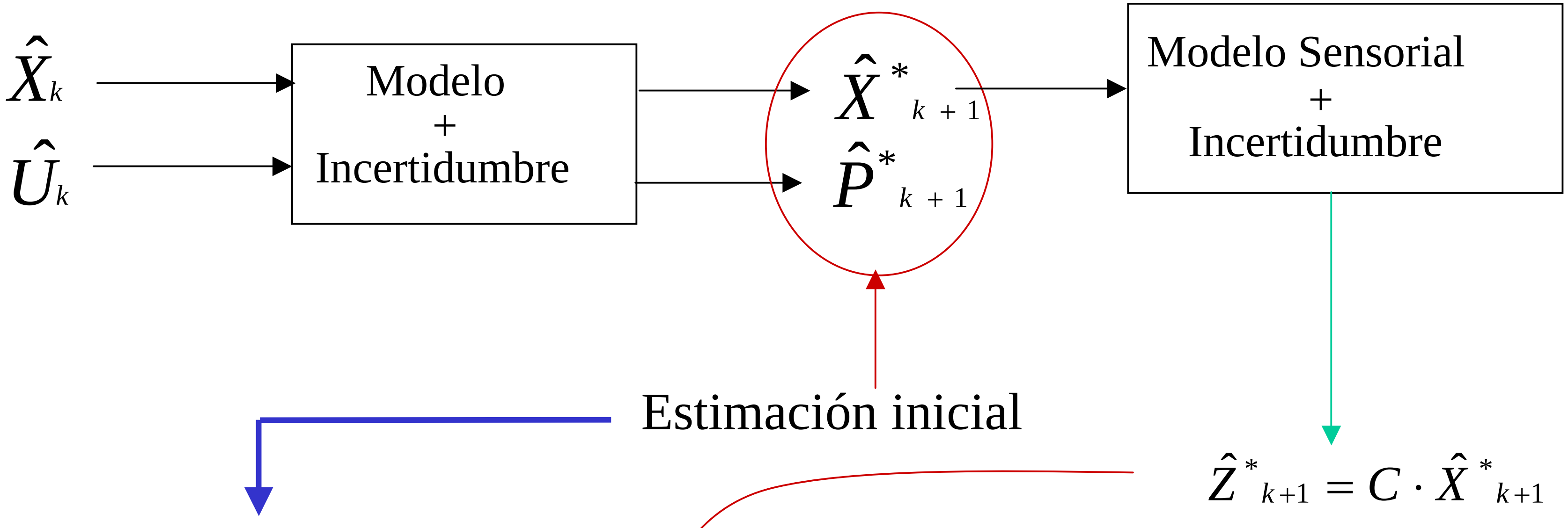
Mínima Varianza

Universidad de Huelva

Tema IV: Robots Móviles

4.6.3.- Filtro de Kalman

Estimación Dinámica



Cálculo de K, $\hat{X}_{k+1}$, $\hat{P}_{k+1}$

Aplicando K.F. en base a: $Z_{k+1}, \hat{Z}^*_{k+1}, \hat{X}^*_{k+1}, \hat{P}^*_{k+1}$

$$\hat{X}_{k+1} = \hat{X}^*_{k+1} + K \cdot (Z_{k+1} - C \cdot \hat{X}^*_{k+1})$$

4.6.3.- Filtro de Kalman

Predicción:

$$\hat{X}^*_{k+1} = A\hat{X}_k + BU_k$$

$$\hat{P}^*_{k+1} = A\hat{P}_k A^T + GQG^T$$

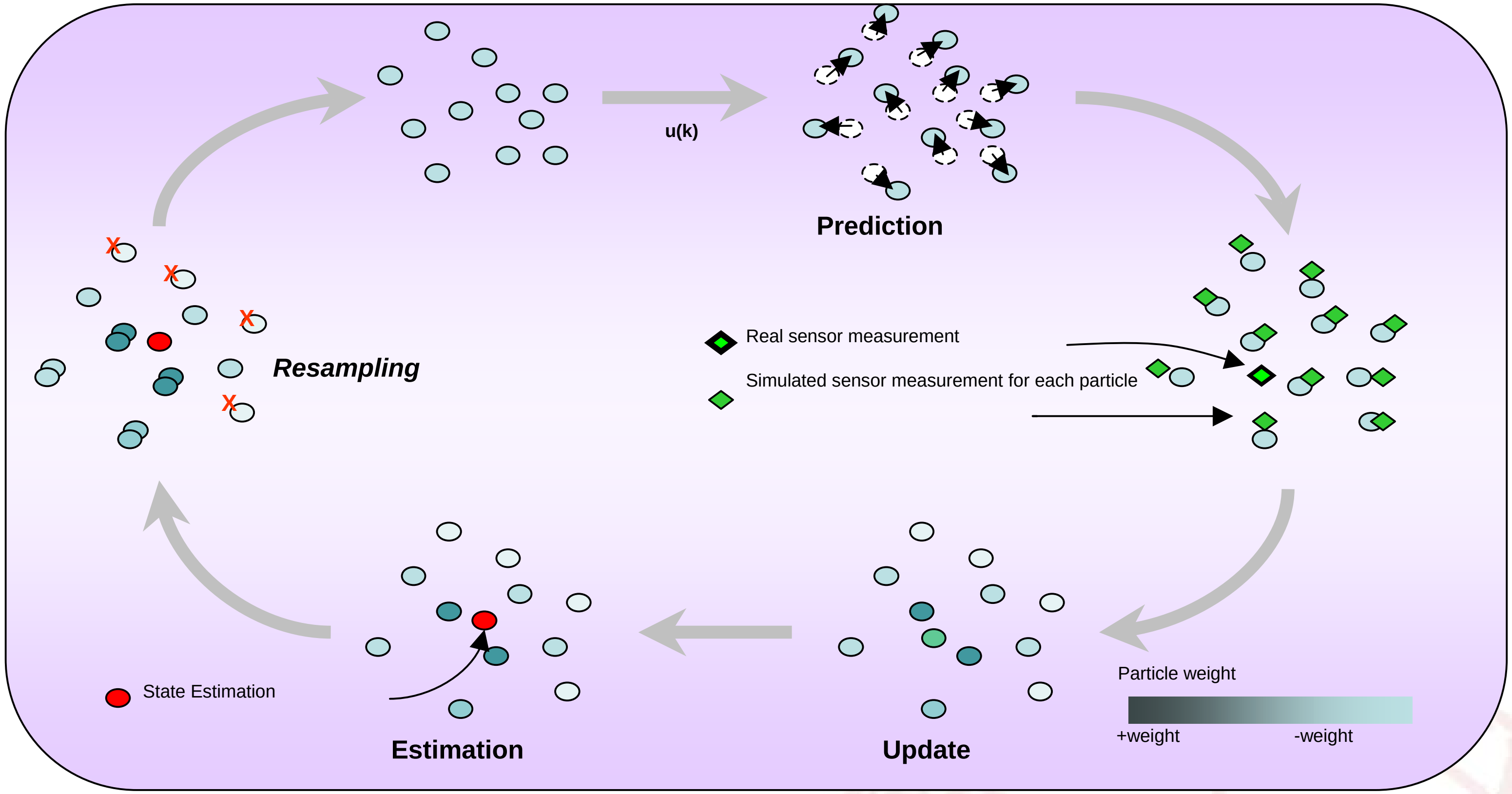
Actualización:

$$K_{k+1} = \hat{P}^*_{k+1} C^T \left(C\hat{P}^*_{k+1} C^T + R\right)^{-1}$$ Ganancia

$$\hat{X}_{k+1} = \hat{X}^*_{k+1} + K_{k+1}\left(Z_{k+1} - C\hat{X}^*_{k+1}\right)$$ Estimado

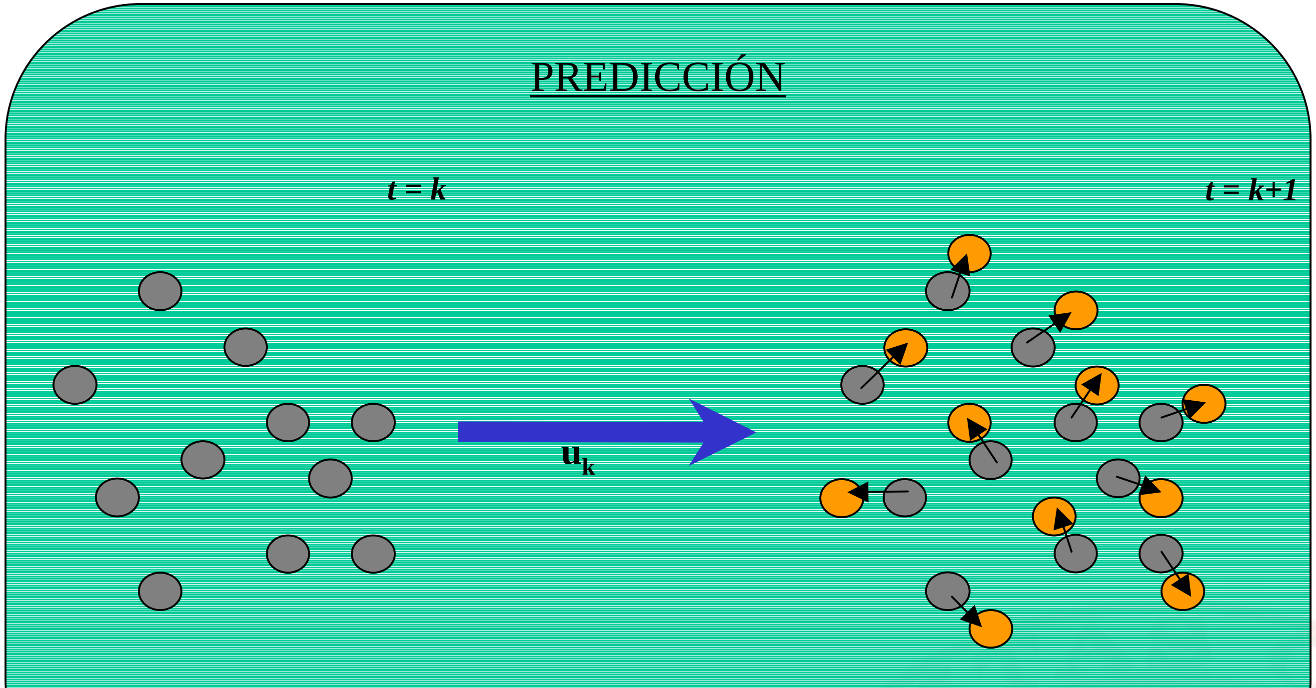
$$\hat{P}_{k+1} = \left(I - K_{k+1} * C\right)\hat{P}^*_{k+1}$$ Varianza Estimada

4.6.4.- Filtro de Partículas



Tema IV: Robots Móviles

Fases del Filtro de Partículas



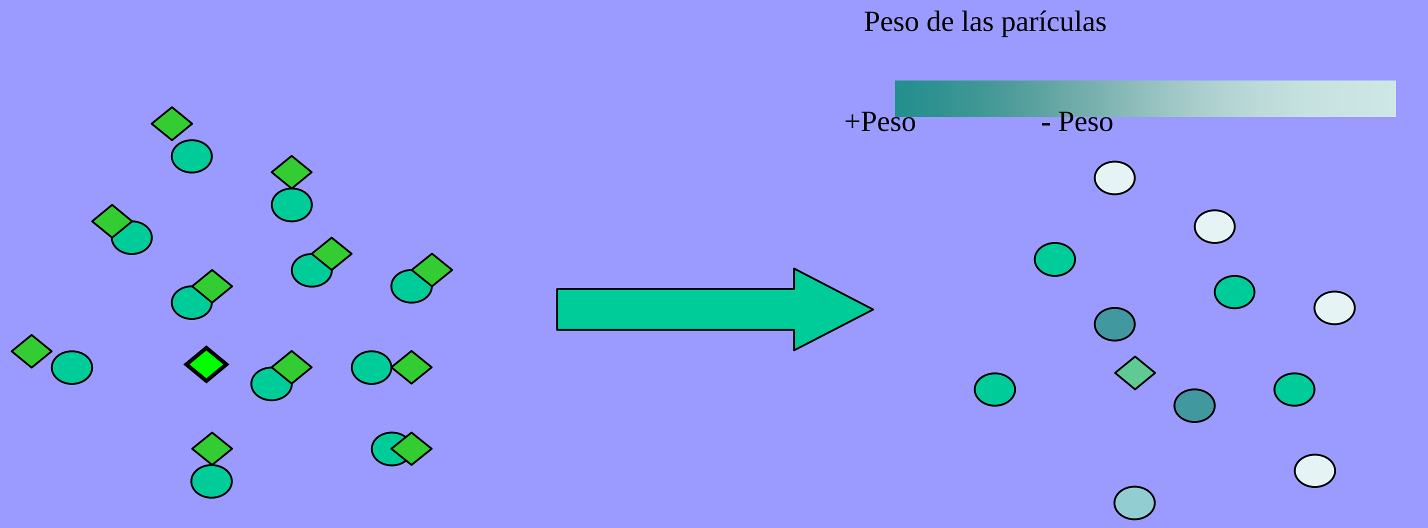
$$X_{k+1}^{j} = f(X_k^j, u_k^j, w_k^j)$$

Universidad de Huelva

Tema IV: Robots Móviles

Fases del Filtro de Partículas

ACTUALIZACIÓN



$$Z_{k+1}^{j} = h\left(X_{k+1}^{j}, v_k\right) \quad , j = 1 \ldots M$$

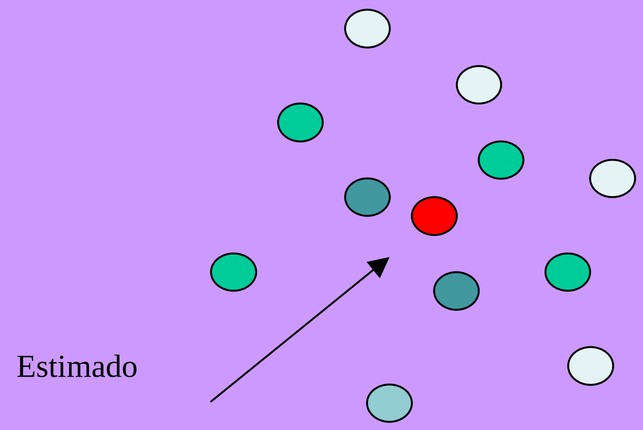
$$W_{k+1}^{j} = P\left(X_{k+1}^{j} \mid Z\right)$$

Universidad de Huelva

Tema IV: Robots Móviles

Fases del Filtro de Partículas

ESTIMACIÓN



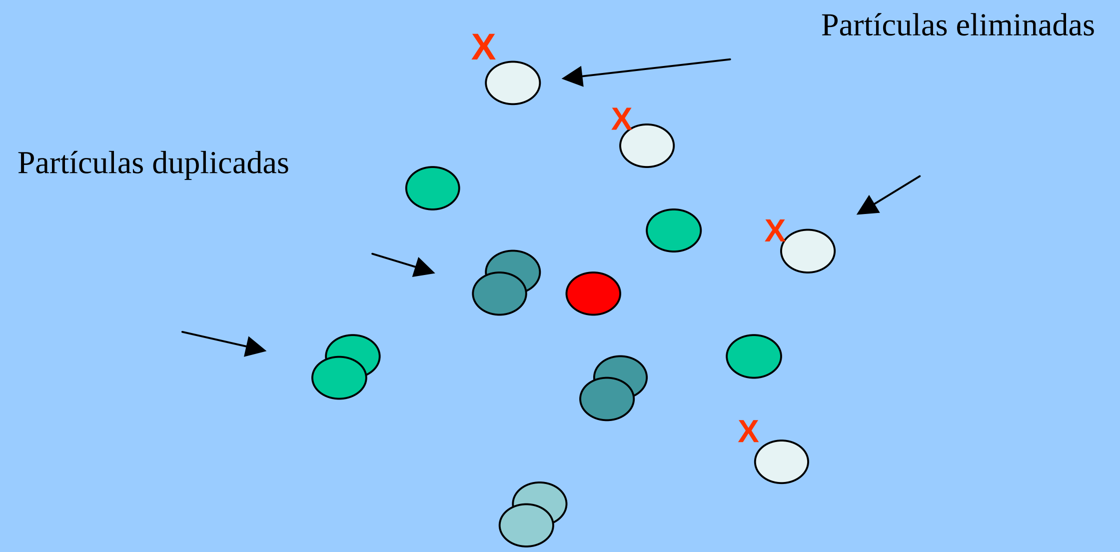
$$X_{est} = \sum_j X^j w^j \text{ , } j = 1..M \;\; / \;\; w^j > k \cdot w_{\max}$$

Universidad de Huelva

Tema IV: Robots Móviles

Fases del Filtro de Partículas

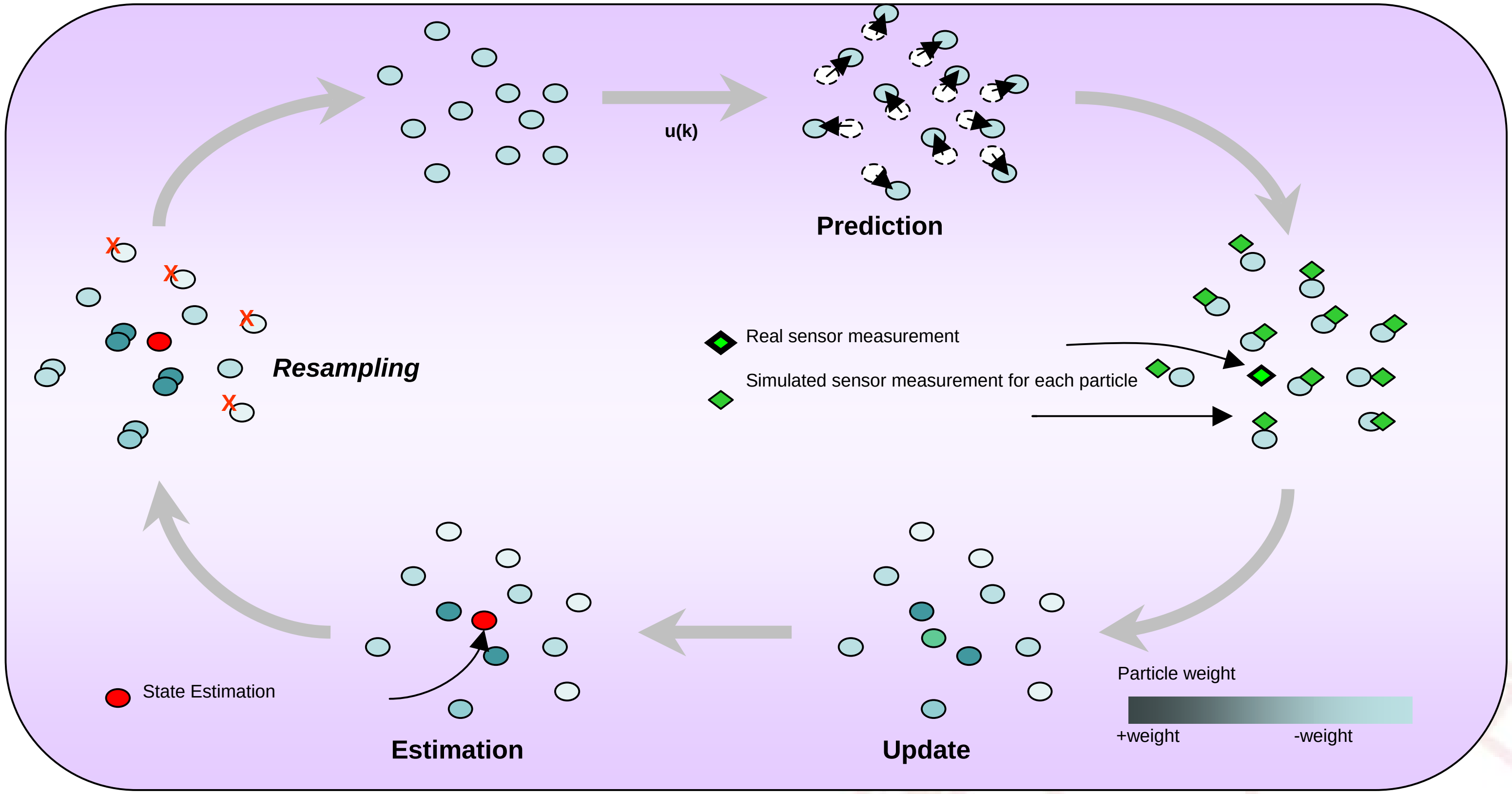
RESAMPLING



$$ESS_k < \beta \cdot M$$

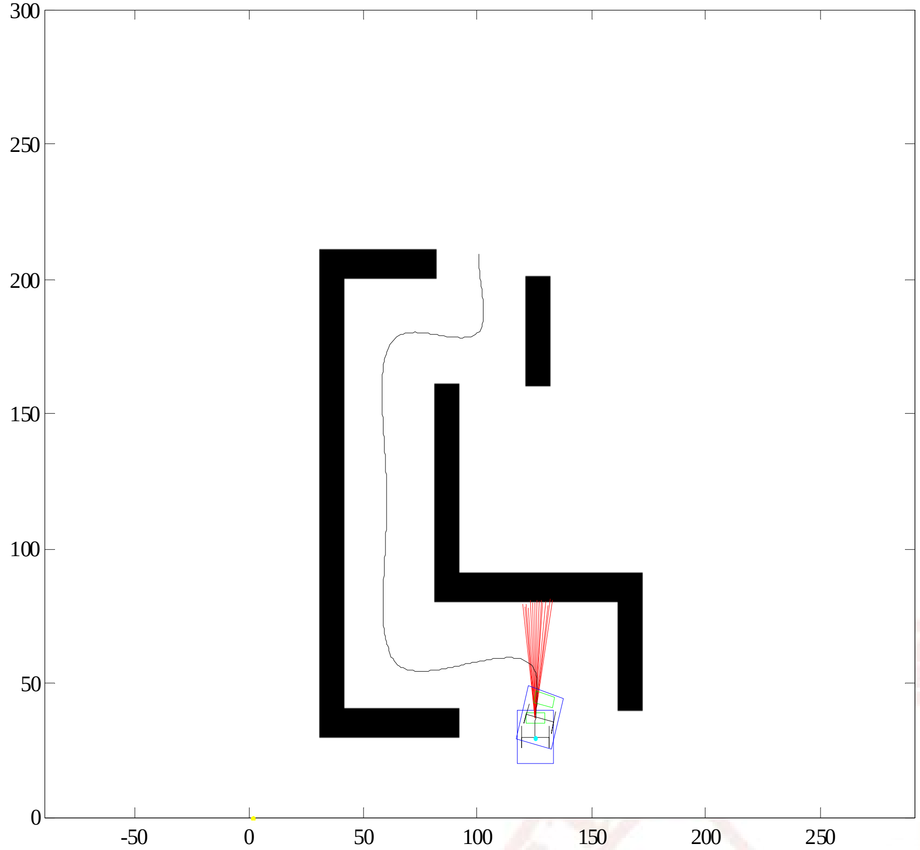
4.6.4.- Filtro de Partículas

Fases del Filtro de Partículas

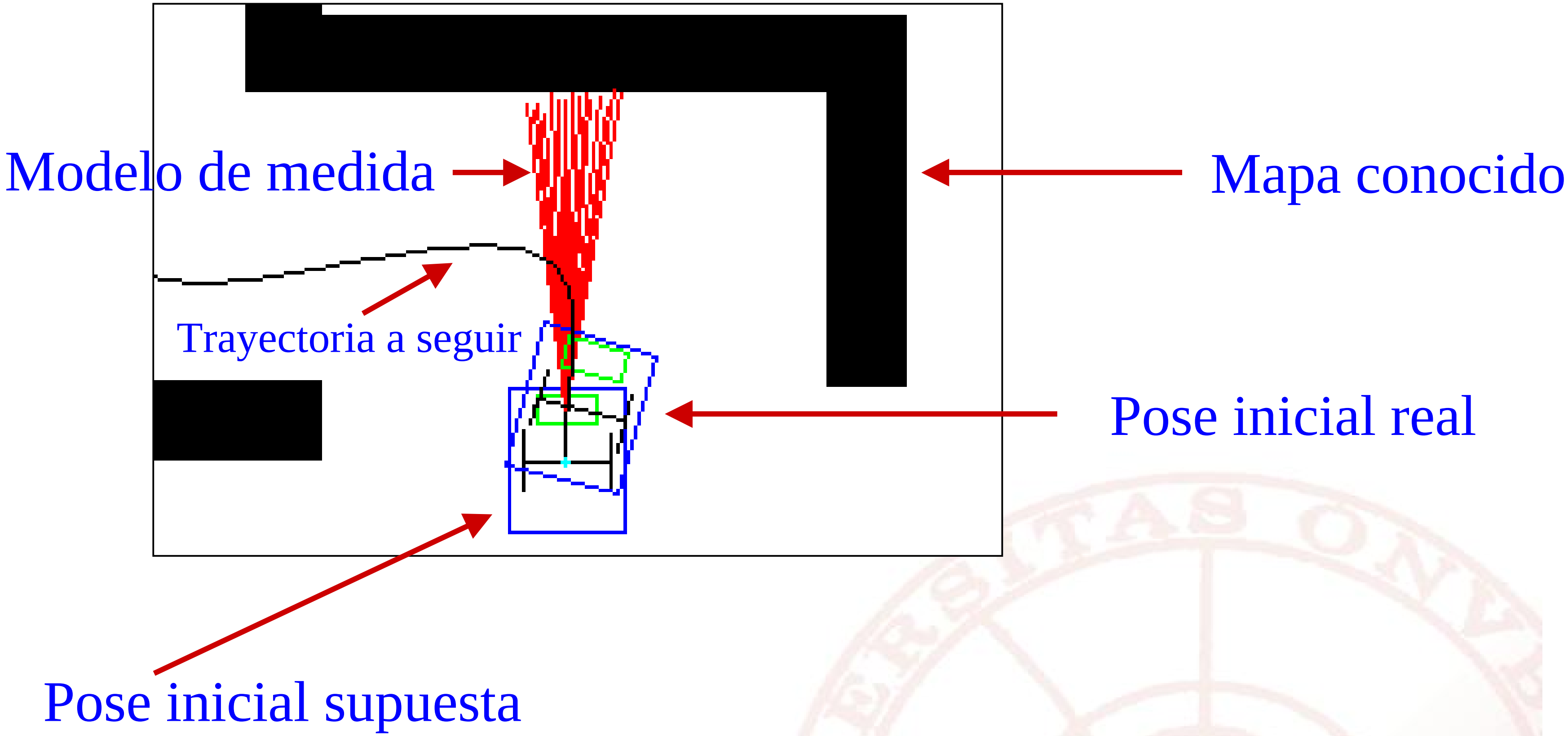


Tema IV: Robots Móviles

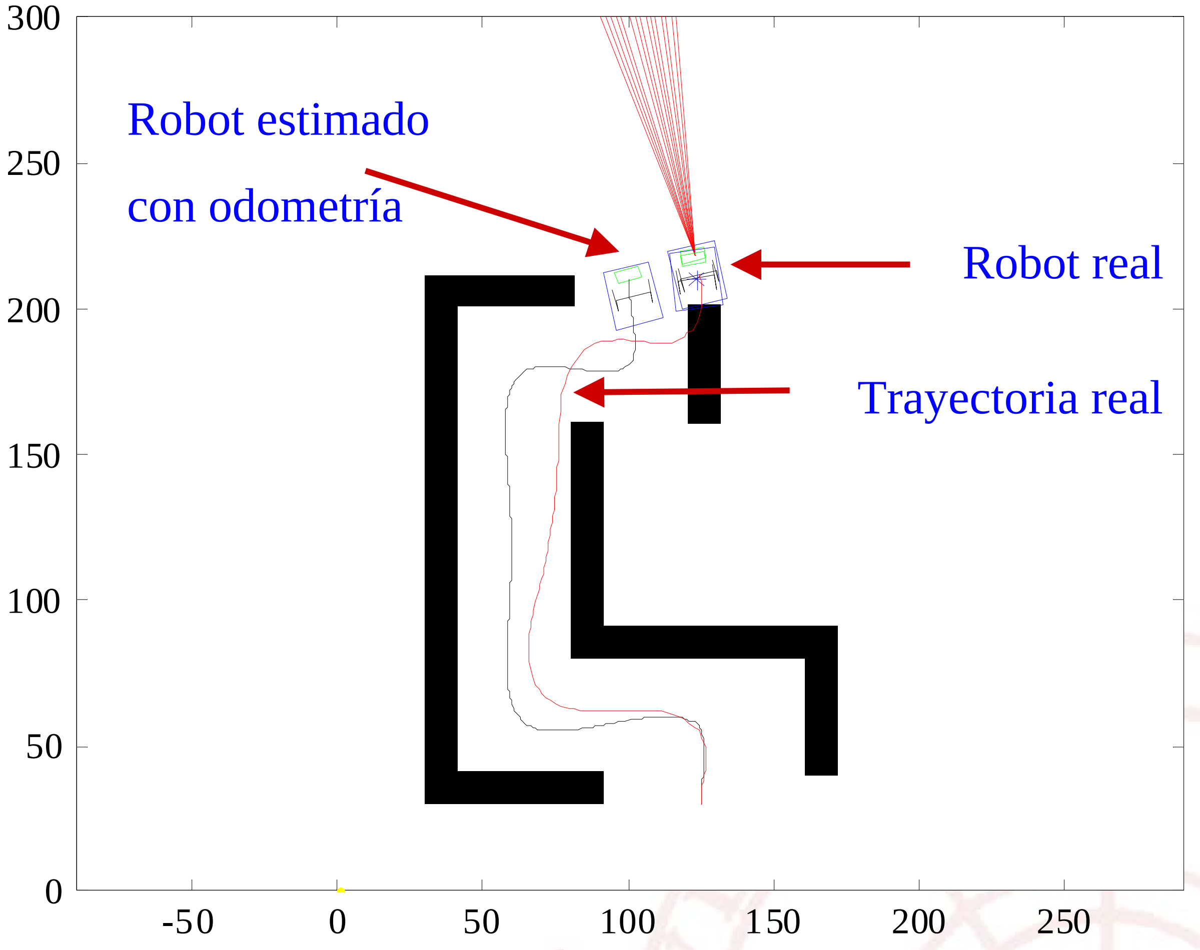
Ejemplo práctico del Filtro de Partículas



Ejemplo práctico del Filtro de Partículas



Ejemplo práctico del Filtro de Partículas:
Seguimiento con Odometría

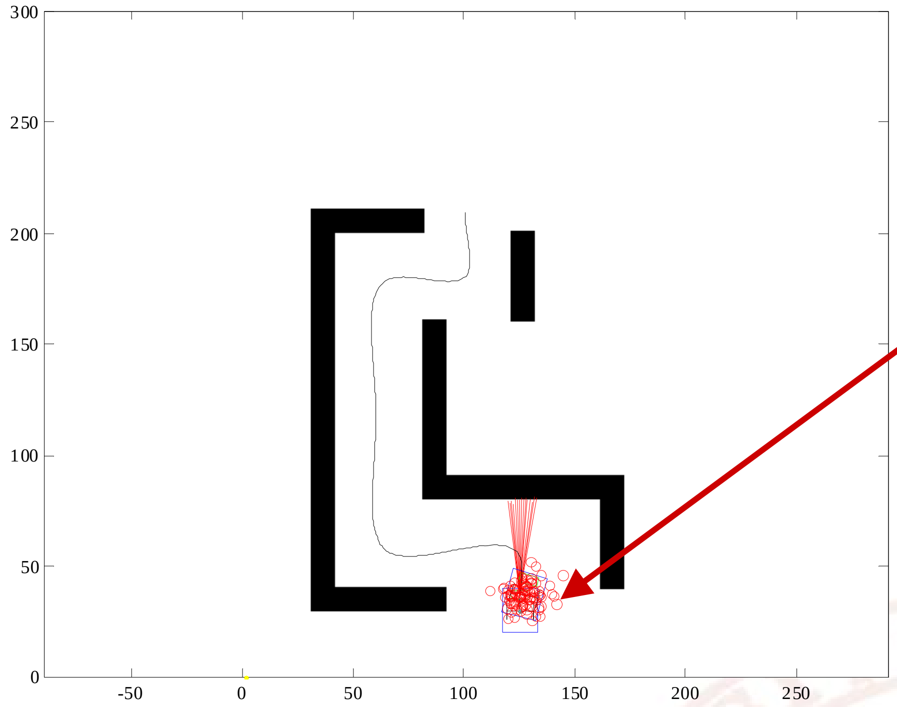


Universidad de Huelva

Tema IV: Robots Móviles

Ejemplo práctico del Filtro de Partículas:

Seguimiento con F. de Partículas



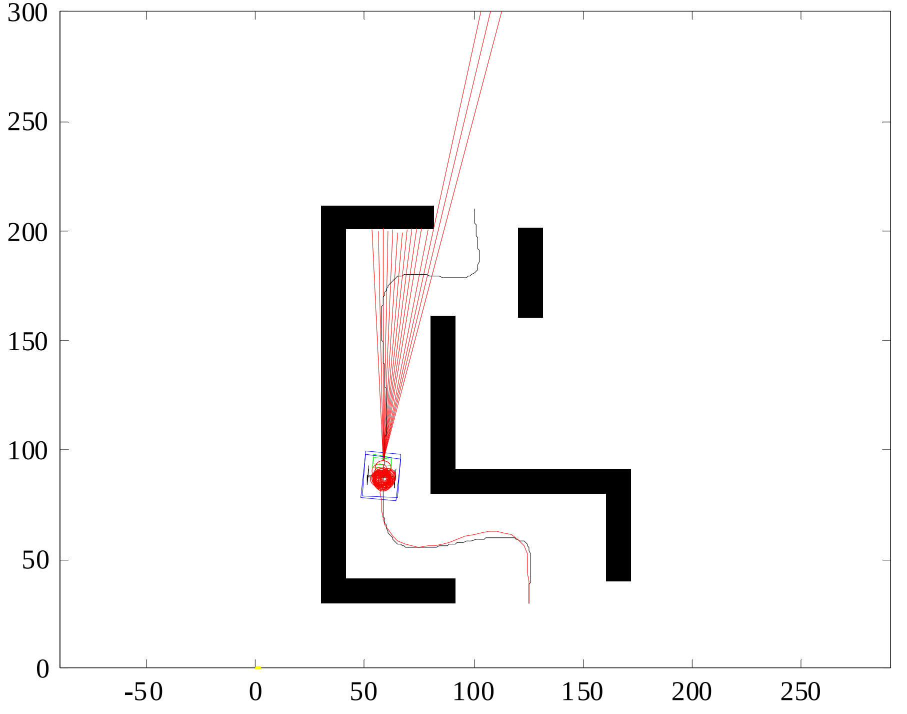
Incertidumbre Inicial

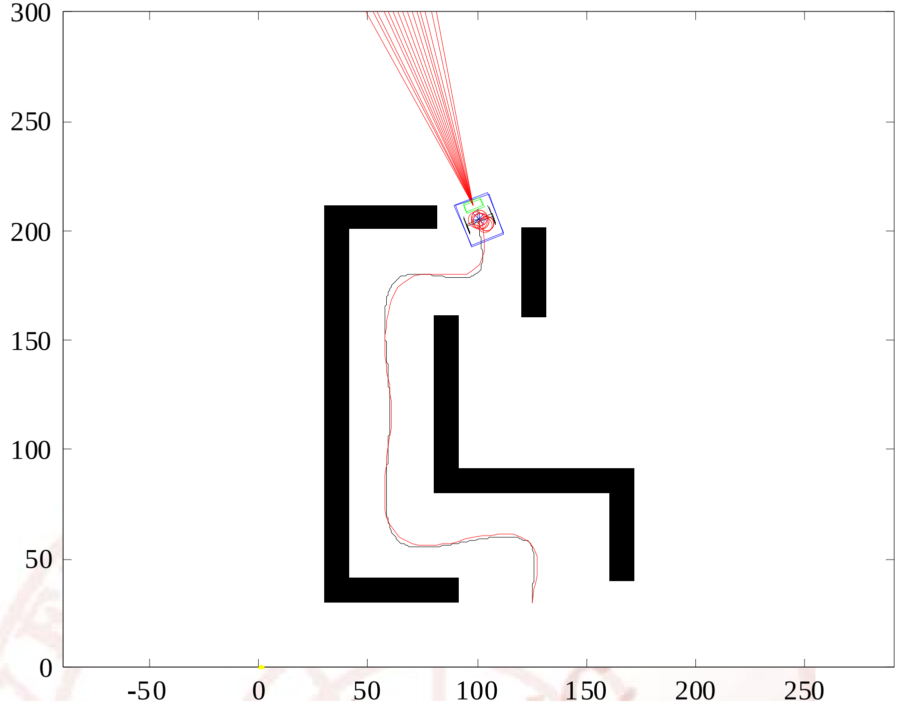
Nube de partículas

4.6.4.- Filtro de Partículas

Tema IV: Robots Móviles

Ejemplo práctico del Filtro de Partículas:
Seguimiento con F. de Partículas





Universidad de Huelva

Tema IV: Robots Móviles

Ejemplo práctico del Filtro de Partículas:

Evolución de la partículas sin filtrado