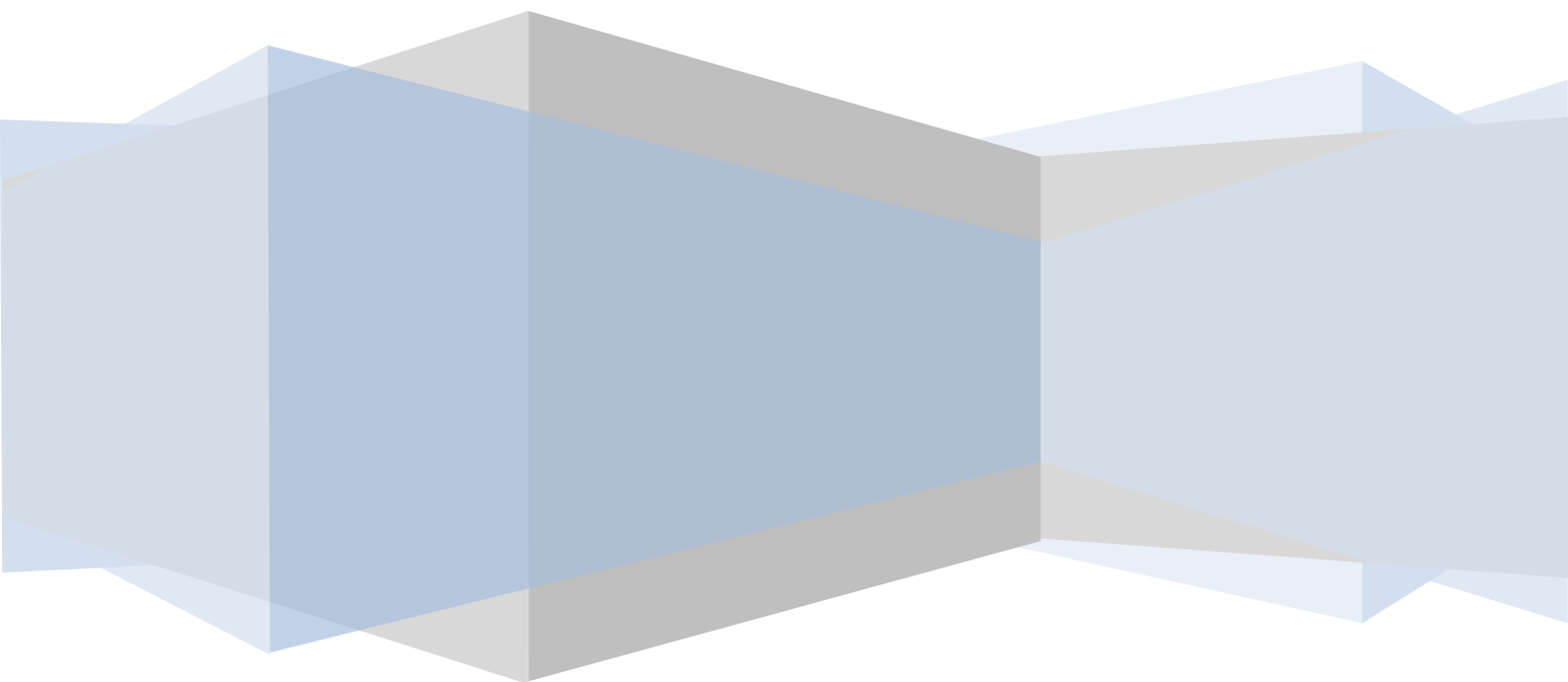


ROBÓTICA  
CUARTO CURSO DEL GRADO EN  
INGENIERÍA INFORMÁTICA



# Guía de la Actividad 1

INTRODUCCIÓN A MATLAB



## Introducción a Matlab

### Introducción

MATLAB es un paquete de software que proporciona un entorno potente y amigable para cálculo y simulación. El entorno de programación ofrece operaciones matemáticas básicas más una serie de procedimientos operacionales (conocidos como funciones).

La programación en MATLAB permite realizar de forma directa diversas tareas que requieren cierta complejidad computacional. Las herramientas de programación abarcan operaciones matemáticas básicas y también un gran conjunto de procedimientos computacionales que se diseñan para tareas específicas. Así, el usuario tiene la opción de desarrollar un programa a medida o de llamar a cualquiera de las funciones de propósito especial que residen en los ficheros de MATLAB. Además, un potente procesador gráfico permite visualizaciones de alta calidad de las variables en diversos formatos. Programando en MATLAB, cada variable se supone que es una matriz y no existe ningún requisito para el dimensionamiento y declaración de variables. Las dimensiones de la matriz se definen mediante una lista explícita de elementos o por reglas que se aplican a las operaciones matemáticas.

Las sentencias de MATLAB están típicamente en el formato general de `variable=expresión` (o simplemente `expresión`), y se devuelve una variable como respuesta a una interpretación de MATLAB de la evaluación de la expresión. Un ejemplo simple es:

$$y = 10 * \sin(\pi/6)$$

El resultado devuelto es un escalar (matriz de 1 por 1) con un valor de 5,0. además el usuario podrá insertar la variable de salida `y` en cualquier sentencia que siga.

Frecuentemente es útil considerar una expresión que se puede utilizar para generar un vector que describa el tiempo o una variable independiente. Debido a que se trata de un cálculo numérico, el tiempo deberá expresarse en pasos discretos. Por ejemplo, se considera la generación de un vector fila con valores que aumentan desde 0 a 4 con un tamaño de paso fijo de 0,02. El procedimiento más simple para obtener este vector es una sentencia que expresa:

$$t = 0 : 0.02 : 4$$

El resultado es una variable matricial `t` con una fila y 201 columnas. Si el tamaño del paso se omite el valor por defecto es la unidad. No se requieren los paréntesis para generar un vector fila; sin embargo, si los paréntesis derechos van seguidos por apóstrofe la matriz se transpone y el vector de tiempos de transforma en un vector columna.

$$t = (0 : 0.02 : 4)'$$

## Operaciones con matrices

Las matriciales con filas múltiples se pueden especificar colocando un punto y coma, que indica el comienzo de una nueva fila o comenzando la nueva fila en la línea siguiente. Una sentencia tal como

$$a = [12 \ 40 \ 8 \ 4; 10 \ 2 \ 16 \ 36; 2 \ 7 \ 5 \ 4]$$

producirá una matriz con tres filas y cuatro columnas. Los elementos de la matriz se identifican mediante el número de fila y columna; así, una sentencia que especifica:

$$a(1,2)=30$$

cambiará 40 por 30. Si se desea crear una matriz con los valores la primera fila, puede utilizarse la sentencia:

$$g = a(1,:)$$

Si por el contrario se desea que  $g$  contenga todas las filas y solo las tres primeras columnas la sentencia a utilizar es:

$$g = a(:, 1:3)$$

Las expresiones que contienen matrices deben, por supuesto, seguir las reglas del álgebra matricial. Si se obtiene un mensaje de error debido a matrices con dimensiones no acordes, el usuario puede comprobar rápidamente las dimensiones de una variable (tal como  $a$ ) escribiendo `size(a)`. La respuesta se presenta con el número de filas seguido por el número de columnas.

Todos los elementos de una variable se pueden borrar utilizando la orden `clear a`, o se pueden borrar todas las variables escribiendo simplemente `clear`.

Las operaciones matriciales incluyen el símbolo de apóstrofe para trasponer y los símbolos  $+$ ,  $-$ ,  $*$  y  $^$  para la suma, resta, multiplicación y elevar a una potencia. La expresión `inv(a)` producirá la inversa de la matriz  $a$ . Si dos matrices tienen las mismas dimensiones, puede ser útil una operación de arrays. La operación de array se efectúa elemento a elemento, creando así una nueva matriz de igual dimensión. Un símbolo de operación de array se designa colocando un punto justamente antes del símbolo que se aplica a la operación matricial. Por ejemplo:

$$t = 0 : 0.05 : 6;$$

$$y = (4*t).*(exp(-2*t));$$

Como los factores  $4*t$  y  $exp(-2*t)$  se generan ambos como matrices columnas (121 por 1), la generación de  $y$  con una única sentencia requiere la aplicación de una multiplicación de arrays. El cálculo tal como se describe crea otra matriz columna (121 por 1) con los valores deseados para los elementos.

### Ayuda en Línea

Se puede obtener una ayuda en línea escribiendo `help`, seguido por el nombre de la función o del tema. Las instrucciones para aplicar ciertos procedimientos, tales como la construcción de lazos *for*, lazos *while* y condiciones *if*, *else* se pueden encontrar escribiendo `help` seguido de *for*, *while* o *if*, respectivamente.

### Ejercicios resueltos

**Ejercicio 1.** Considere la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 11 & 12 & 13 & 14 \\ 21 & 22 & 23 & 24 \\ 31 & 32 & 33 & 34 \\ 41 & 42 & 43 & 44 \end{bmatrix}$$

Se pide:

- a) Introducir la matriz A.
- b) Obtener los valores de la primera columna.
- c) Obtener los valores de la segunda fila.
- d) Obtener los valores de la segunda y la tercera columna.
- e) Obtener la diagonal de A.
- f) Obtener una matriz de 2x2 donde todos los elementos sean 1.
- g) Obtener una matriz unidad de orden 2x2.

**Ejercicio 2.** Se trata de diferenciar el uso de funciones orientadas al elemento de las orientadas a operar con la matriz:

- a) Entrar la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \pi \\ \frac{\pi}{6} & \frac{\pi}{2} \end{bmatrix}$$

- b) Encontrar la matriz transpuesta de A
- c) Encontrar los autovalores y autovectores de A
- d) Calcular la matriz columna resultante de multiplicar elemento a elemento B y C

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad y \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

**Ejercicio 3.** Para cada una de las funciones indicadas, escriba un script que permita obtener su valor para cualquier valor de t. Realice una representación de cada una de ellas para un amplio rango de valores de t.

a)  $y(t) = 2 \cdot t$

b) 
$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } t > 0 \\ 0 & \text{para } t < 0 \end{cases}$$

c)  $f(t) = u(t-2) \cdot y(t)$

## Soluciones

### Ejercicio 1

a) `>> A=[11 12 13 14;21 22 23 24;31 32 33 34;41 42 43 44]`

`A =`

11 12 13 14

21 22 23 24

31 32 33 34

41 42 43 4

b) `>> A(:,1)`

`ans =`

11

21

31

41

c) `>> A(2,:)`

`ans =`

21 22 23 24

d) `>> A(:,2:3)`

`ans =`

12 13

22 23

32 33

42 4

e) `>> diag(A)`

`ans =`

11

22

33

44

f) `>> ones(2,2)`

`ans =`

1 1

1 1

g) `>> eye(2)`

`ans =`

1 0

0 1

## Ejercicio 2

a)  $\gg A = [0 \text{ pi}; \text{pi}/6 \text{ pi}/2]$

$A =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 3.1416 \\ 0.5236 & 1.5708 \end{bmatrix}$$

$\gg B2 = \cos(A)$

$B2 =$

$$\begin{bmatrix} 1.0000 & -1.0000 \\ 0.8660 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

b)

c)  $\gg [M, L] = \text{eig}(A)$       % Autovectores (columnas de M) y autovalores (diagonal de L)

$M =$

$$\begin{bmatrix} -0.9748 & -0.8082 \\ 0.2230 & -0.5889 \end{bmatrix}$$

$L =$

$$\begin{bmatrix} -0.7185 & 0 \\ 0 & 2.2893 \end{bmatrix}$$



d)  $\gg B \cdot C'$

*ans* =

2

3

4

### Ejercicio 3

a) fichero recta.m:

```
function [salida]=recta(t)
```

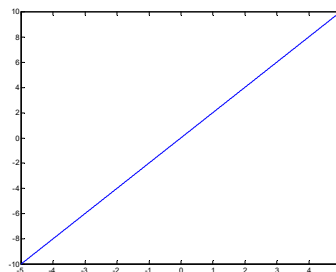
```
salida= t;
```

comandos desde la consola de MATLAB

```
» t=-5:0.001:5;
```

```
» y=2*recta(t);
```

```
» plot(t,y);
```



b) fichero escalon.m:

```
function [salida]=escalon(t)

m=length(t);
salida=zeros(1,m);

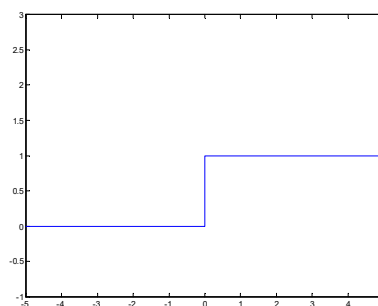
for i =1:m;
    if t(i)<0
        salida(i)=0;
    else
        salida(i)=1;
    end
end

end
```

comandos desde la consola de MATLAB

» u=escalon(t);

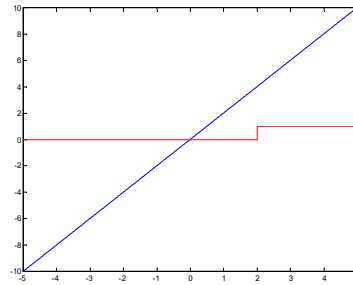
» plot(t,u)



- c) En primer lugar hay que obtener la función  $u(t-2)$ . Representando dicha función junto a  $y(t)$  queda claro que  $u(t-2)$  representa un escalón desfasado 2 unidades:

» `u=escalon(t-2);`

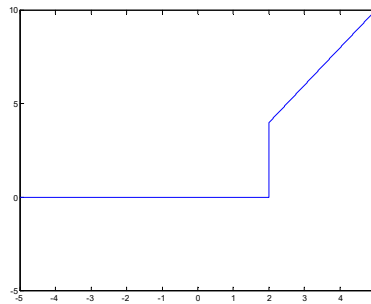
» `plot(t,y,t,u,'r')`



la función se obtiene multiplicando ambas funciones, es decir, multiplicando  $u$  e  $y$  elemento a elemento:

» `f=y.*u;`

» `plot(t,f)`



## Ejercicios propuestos:

**Ejercicio 5.** Considere la matriz de la práctica 1, obtenga:

- Una matriz compuesta por los elementos que pertenezcan a las columnas 2 y 3 y a las filas 2 y 3.
- Una matriz de orden 4 x 6 formada por : la matriz A, una matriz de 2 x 2 con todos sus elementos iguales a uno y una matriz identidad de 2 x 2.

**Ejercicio 6.** Considere que el número de habitantes de una población evoluciona en el tiempo de acuerdo con la siguiente función:

$$N(t) = -5e^{-0.2t} \cos(0.9t - 30^\circ) + 0.8e^{-2t} + 5, \text{ donde } 0 \leq t \leq 30$$

Represente gráficamente la función, interprete dicha evolución en el tiempo. Encuentre el máximo valor de la función y el instante en el éste se alcanza.

**Ejercicio 7** Utilice el comando help para encontrar información sobre el uso de los comandos 'tic' y 'toc'. Utilice esta información para programar un script que durante 10 s represente en una pantalla un punto que describa como trayectoria la gráfica correspondiente a la función  $y=\sin(t)$ .

**Ejercicio 8.** Dibuje un cuadrado centrado en el origen de coordenadas cuyos vértices se sitúen en los puntos (1,1), (1,-1), (-1,-1), (-1,1).

**Ejercicio 9.-** Dibuje un prisma rectangular cuyas bases estén definidas por dos cuadrados similares al del ejercicio anterior, separados por una distancia de tres unidades.

**Ejercicio 10.-** A partir de aprendido en los ejercicios 7 y 9, represente una animación del prisma anterior realizando algún movimiento.

## Desarrollo de la Actividad

El fichero 'simulación\_robot.m' permite realizar una simulación gráfica del movimiento de un robot similar al robot lego que se utiliza en el laboratorio de prácticas. Dentro del mismo se puede identificar un bucle temporal, y dentro del mismo la llamada a la función Robot\_sim() que implementa el modelo del robot y el motor de simulación. Igualmente, al final del bucle se invoca la función pinta\_robot\_v3() que permite hacer la representación gráfica.

El prototipo de la primera función es:

```
pose(:,k+1)=Robot_sim(t(k),pose(:,k),h,conduccion);
```

La variable *pose* es un array de 4 filas y tantas columnas como instantes de tiempo han sido simulados. Las filas representan correspondientemente los valores  $[x \ y \ \theta \ \alpha \ \omega]$ , es decir posición en el plano  $(x,y)$ , ángulo de orientación del robot ( $\theta$ ) ángulo girado por la cabeza ( $\alpha$ ) y velocidad de giro de la cabeza ( $\omega$ ). **Hay que tener en cuenta que  $\theta$  viene expresado en grados sexagesimales.** La función *Robot\_sim* toma como argumento los valores en el instante k: del tiempo  $t(k)$ ; de la pose $(:,k)$ ; y de la variable '*conduccion*' que contiene las variables de control del vehículo; '*conduccion*' es un array en el que están incuidos:

La potencia de giro de la rueda derecha (Potencia\_rueda\_Derecha).

La potencia de giro de la rueda izquierda (Potencia\_rueda\_Izquierda).

La potencia de giro del motor de la cabeza (Potencia\_Cabeza(k)).

Una variable que permite perturbar el movimiento de la cabeza (Perturbacion).

A partir de los valores de los argumentos la función devuelve el valor de la pose en el instante  $k+1$ ;

Es importante comentar que la función está dentro del fichero '**Robot\_sim.p**', el cual está **compilado y no se puede modificar**.

El prototipo de la segunda función es:

```
mapa=pinta_robot_v3(pose(1,k+1),pose(2,k+1),pose(3,k+1),pose(4,k+1)*pi/180,distancia,mapa);
```

Los cuatro primeros argumentos representan los cuatro primeros valores de la pose  $[x \ y \ \theta \ \alpha]$  que permiten dibujar la configuración geométrica del robot en el plano. Hay que resaltar que para la correcta representación el ángulo de giro de la cabeza, éste tiene que estar expresado en radianes (por este motivo aparece multiplicado por  $\pi/180$ )

La variable distancia expresa en centímetros la medida proporcionada por el sensor sonar. Permitirá dibujar un punto sobre el objeto que es detectado frente al sensor sonar. La variable mapa contiene las coordenadas de todos los puntos detectados anteriormente por el sonar. La función devuelve el mapa actualizado con el último punto detectado a partir de la última medida del sonar.

## Cuestiones

1. La simulación en su estado inicial representa al robot girando en círculo hacia su izquierda: Haga que el robot se mueva en círculo hacia su derecha y después en línea recta. En todos los casos una vez terminada la simulación realice una representación de la trayectoria del robot.

2. Cambie la configuración inicial del robot, sitúelo en el punto (0,2) con orientación igual a  $\pi/2$ . Haga que el robot permanezca estático y que mueva solo la cabeza, primero hacia un lado y luego hacia otro. Una vez terminada la simulación haga una representación de la evolución del ángulo de la cabeza del robot respecto al tiempo.
3. De acuerdo a lo estudiado en clase, programe un controlador proporcional que permita controlar el ángulo de la cabeza del robot. Compruebe el correcto funcionamiento del mismo, pasando sucesivamente una referencia constante de  $90^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $-45^\circ$ ,  $-90^\circ$ . Durante los experimentos incluya una perturbación al movimiento de la cabeza. Describa el efecto de la misma.
4. Cambie la referencia constante por una referencia variable de la forma:

$$\text{Ref}(k)=200*t(k)$$

Compruebe que la cabeza gira siguiendo la referencia y que los resultados son consecuentes. Analícelos. Represente la evolución del error frente al tiempo.

5. Analice la función contenida en el fichero 'signal\_vf\_v2.m'. Ahora esa función se va a utilizar como referencia variable en el tiempo. Analice el prototipo de la misma, e invóquela correctamente hasta que la cabeza del robot haga el movimiento esperado. Analice los resultados.
6. Programe sucesivamente un controlador PI y un PID para realizar la misma función. Efectúe las mismas experiencias que con el controlador proporcional, añadiendo la perturbación. Describa lo que ocurre y exprese sus conclusiones.