PRÁCTICO

MÉTODOS NUME.

NOMBRE: ALISON GABRIELA

APELLIDOS: LANZA DÁVALOS

21717027

Ing. Redes y Telec.

SC-BO

PRÁCTICO 8

1. Dado el sistema de ecuaciones Lineales

$$3x_1 + 17x_2 - 5x_3 = 21$$
$$0{,}55\,x_1 + 0{,}302\,x_2 - 0{,}95\,x_3 = 3{,}8$$
$$0{,}47\,x_1 - 0{,}105\,x_2 - 0{,}2\,x_3 = 4{,}5$$

Resolver por :m. (Trabajar con 3c.s.)

a) Gauss

Paso	A			B	Operaciones
0	3 0,55 0,47	17 0,302 -0,105	-5 -0,95 -0,2	21 3,8 4,5	F1 F2 F3
1	3 0 0	17 -2,81 -2,77	-5 -0,0383 0,583	21 0,0500 1,21	F1 F2 ← F2 (0,55/23) F3 ← F3 − F1 (2,47/23)
2	3 0 0	17 -2,81 0	-5 -0,0333 0,616	21 -0,0500 1,26	F1 F2 F3 ← F3 − F2 (−2,77/−2,81)

Para $F_1 \rightarrow$

$$x_1 = \frac{21 + 5(x_3) - 17(x_2)}{3}$$

$= 10{,}5$

$$\begin{bmatrix} 3 & 17 & -5 \\ 0 & -2{,}81 & -0{,}0333 \\ 0 & 0 & 0{,}616 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 \\ -0{,}0500 \\ 1{,}26 \end{bmatrix}$$

Para $F_2 \rightarrow$

$$x_2 = \frac{-0{,}0500 + 0{,}0333(2{,}05)}{2{,}81}$$

$x_2 = -0{,}00650$

Para $F_3 \rightarrow$

$$x_3 = \frac{1{,}26}{0{,}616}$$

$x_3 = 2{,}05$

b) Factorización LU

$$\begin{bmatrix} 3 & +17 & -5 \\ 0,55 & +0,302 & -0,95 \\ 0,47 & -0,105 & 0,2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 \\ 3,8 \\ 4,5 \end{bmatrix}$$

Paso		A		Operaciones
0	3 0,55 0,47	17 0,302 −0,105	−5 −0,95 −0,2	F1 F2 F3
1	3 0,183 0,157	17 −2,81 0,986	−5 −0,0333 0,583	F2 F2 ← F2 − F1 (0,55/3) F3 ← F3 − F1 (0,47/3)
2	3 0,183 0,157	17 −2,81 0,986	−5 −0,0333 0,616	F1 F2 F3 ← F3 − F2(−2,77/−3,82)

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,183 & 1 & 0 \\ 0,157 & 0,986 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} 3 & 17 & -5 \\ 0 & -2,82 & -0,0333 \\ 0 & 0 & 0,626 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 21 \\ 3,8 \\ 4,5 \end{bmatrix}$$

Sea : $A \cdot x = b$

1 $L \cdot C = b$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,183 & 1 & 0 \\ 0,157 & 0,986 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 \\ 3,8 \\ 4,5 \end{bmatrix}$$

$c_1 = 21$ //

$= 0,183\, c_1 + c_2 = 3,8$

$c_2 = 3,8 - 0,183\ (21)$ $\qquad c_2 = -0,0430$

• $0,157\, c_1 + 0,986\, c_2 + c_3 = 4,5$

$c_3 = 4,5 - 0,157\,(21) - 0,986\,(-0,043)$

$c_3 = 1,24$ //

$c_2 = \begin{bmatrix} 21 \\ -0,0430 \\ 1,24 \end{bmatrix}$ //

Solución:

$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10,4 \\ -8,75 \times 10^{-3} \\ 2,01 \end{bmatrix}$ //

② $U \cdot x = C$

$\begin{bmatrix} 3 & 17 & -5 \\ 0 & -2,81 & -0,0333 \\ 0 & 0 & 0,616 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 \\ -0,0430 \\ 1,24 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow 0,583\, x_3 = 1,24$

$x_3 = \dfrac{1,24}{0,616} = 2,01$ //

$\Rightarrow -2,81\, x_2 + 0,0333\, x_3 = -0,0430$

$x_2 = \dfrac{-0,043 + 0,0333\,(2,02)}{-2,81}$

$x_2 = -8,75 \times 10^{-3}$ //

$\Rightarrow 3x_1 + 17x_2 - 5x_3 = 21$

$x_1 = \dfrac{21 - 17\,(-8,75 \times 10^{-3}) + 5\,(2,02)}{3}$

$x_1 = 10,4$ //

c) Resolver calculando la inversa de $\tilde{A}$: $x = A^{-1}\, b$

Paso	A			I			Operaciones
0	3 0,55 0,47	17 0,302 -0,105	-5 -0,95 -0,2	1 0 0	0 1 0		F_1 F_2 F_3
1	3 0 0	17 -2,81 -2,77	-5 -0,0333 0,583	1 -0,183 -0,157	0 1 0	0 0 1	F_1 $F_2 \leftarrow F_2 - F_1\,(0,55/3)$ $F_3 \leftarrow F_3 - F_1\,(0,47/3)$
2	3 0 0	17 -2,81 0	-5 -0,0333 0,616	1 -0,183 0,0233	· 1 -0,986	1 0 1	F_2 F_2

$\underbrace{\qquad\qquad}_{y}$ $\underbrace{\qquad\qquad}_{w}$

u con el ① de w:

$$\begin{bmatrix}3 & 17 & -5\\ 0 & -2,81 & -0,0333\\ 0 & 0 & 0,616\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_{11}\\ a_{21}\\ a_{31}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ -0,183\\ 0,0233\end{bmatrix}$$

$$a_{31}=\frac{0,0233}{0,616}=\underline{0,0378}\,//$$

$$-2,81\,a_{21}-0,0333\,a_{31}=-0,183$$

$$a_{21}=\frac{-0,183+0,0333\,(0,0378)}{-2,81}$$

$$a_{21}=\underline{0,0647}\,//$$

$$3a_{11}+17a_{21}-5a_{31}=1$$

$$a_{11}=\frac{1-17\,(0,0647)+5\,(0,0378)}{3}$$

$$a_{11}=\underline{0,0297}\,//$$

u con el ③ de w

$$\begin{bmatrix}3 & 17 & -5\\ 0 & -2,81 & -0,0333\\ 0 & 0 & 0,616\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_{13}\\ a_{23}\\ a_{33}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 1\end{bmatrix}$$

$$a_{33}=\frac{1}{0,616}=\underline{1,62}$$

$$-2,81\,a_{23}-0,0333\,a_{33}=0$$

$$a_{23}=\frac{0,0333\,(1,62)}{-2,81}=\underline{-0,0182}\,//$$

u con col ② de w:

$$\begin{bmatrix}3 & 17 & -5\\ 0 & -2,81 & -0,0333\\ 0 & 0 & 0,616\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_{12}\\ a_{22}\\ a_{32}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 1\\ -0,986\end{bmatrix}$$

$$a_{32}=\frac{-0,986}{0,616}=\underline{-1,60}\,//$$

$$-2,81a_{22}-0,0333\,a_{32}=\underline{1}$$

$$a_{22}=\frac{1+0,0333\,(-1,60)}{-2,81}=\underline{-0,337}\,//$$

$$3a_{12}+17a_{22}-5a_{32}=0$$

$$a_{12}=\frac{-17\,(-0,337)+5\,(-1,60)}{3}$$

$$a_{12}=\underline{-0,757}\,//$$

$$3a_{13}+17a_{23}-5a_{33}=1$$

$$a_{13}=\frac{1-17\,(-0,0192)+5\,(1,62)}{3}$$

$$a_{13}=\underline{3,14}\,//$$

$$A^{-1}=\begin{bmatrix}0,0297 & -0,757 & 3,14\\ 0,0647 & -0,337 & -0,0192\\ 0,0378 & -1,60 & 1,62\end{bmatrix}$$

$$A^{-1}.b=x$$

$$\begin{bmatrix}0,0297 & -0,757 & 3,14\\ 0,0647 & -0,337 & -0,0192\\ 0,0378 & -1,60 & 1,62\end{bmatrix}\begin{bmatrix}21\\ 3,8\\ 9,5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}12\\ -8,3\times10^{-3}\\ 2,00\end{bmatrix}$$

d) Resolver por Gauss - Seidel

m	x_1^m	x_2^m	x_3^m
0	0	0	0
1	9,57	-0,454	1,40
2	10,0	-0,118	1,75
3	10,3	-0,0676	1,94
4	10,4	-0,0294	2,01
5	10,4	$-8,82\times10^{-3}$	2,02

$3x_1 + 17x_2 - 5x_3 = 21$

$0,55x_1 + 0,302x_2 - 0,95x_3 = 3,8$

$0,47x_1 - 0,105x_2 - 0,2x_3 = 4,5$

$0,47x_1 - 0,105x_2 - 0,2x_3 = 4,5$

$3x_1 + 17x_2 - 5x_3 = 21$

$0,55x_1 + 0,302x_2 - 0,95x_3 = 3,8$

$$x_1 = \frac{0,105x_2}{0,47} + \frac{0,2x_3}{0,47} + \frac{4,5}{0,47}$$

$$x_2 = \frac{-3}{17}x_1 + \frac{5}{17}x_3 + \frac{21}{17}$$

$$x_3 = \frac{11}{19}x_1 + \frac{151}{475}x_2 - 4$$

② Dada la tabla de valores: Interpolación, Calcular $f(x) = ?$ para $x = 3,8$
Utilizar polinomios interpolantes de 2do grado en la forma de:
Trabajar con 4 decimales.

i	x_i	f_i
0	1,2	0,1127
1	2,7	0,1342
2	3,5	0,1467
3	4,1	0,1595
4	5,6	0,1771

a) Lagrange: $n=2$

$x_0 = 2,7 \rightarrow f_0 = 0,1342$

$x_1 = 3,5 \rightarrow f_1 = 0,1467$

$x_2 = 4,1 \rightarrow f_2 = 0,1595$

$P_2(3,8) = l_0 f_0 + l_1 f_1 + l_2 f_2$

$$l_0(3,8) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)} = \frac{(3,8-3,5)(3,8-4,1)}{(2,7-3,5)(2,7-4,1)} = -0,0804$$

$$l_1(3,8) = \frac{(x-x_0)(x-x_2)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)} = \frac{(3,8-2,7)(3,8-4,1)}{(3,5-2,7)(3,5-4,1)} = 0,6875$$

$$l_2(3,8) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)} = \frac{(3,8-2,7)(3,8-3,5)}{(4,1-2,7)(4,1-3,5)} = 0,3928$$

$\therefore P_2(3,8) = -0,0804(0,1342) + 0,6875(0,1467) + 0,3928(0,1595)$

$P_2(3,8) = 0,1527$

Fecha:

b) Newton $n=2$

$$\left.\begin{array}{l} x_0 = 3,5 \rightarrow F_0 = 0,1467 \\ x_1 = 4,1 \rightarrow F_1 = 0,1591 \\ x_2 = 2,7 \rightarrow F_2 = 0,1342 \end{array}\right\} \overbrace{P_2(3,8) = f_0 + f[x_0,x_1]\cdot(x-x_0) + f[x_0,x_1,x_2]\cdot(x-x_0)(x-x_1)}^{P_2(x)}$$

$$f[x_0,x_1] = \frac{f_1 - f_0}{x_1 - x_0} = \frac{0,1591 - 0,1467}{4,1 - 3,5} = 0,0207$$

$$f[x_0,x_1,x_2] = \frac{f[x_1,x_2] - f[x_0,x_1]}{x_2 - x_0} = \frac{\left[\frac{0,1342 - 0,1591}{2,7 - 4,1}\right] - 0,0207}{2,7 - 3,5} = 3,6428\times10^{-3}$$

$\therefore P_2(3,8) = 0,1467 + 0,0207 \times (3,8 - 3,5) + 3,6428\times10^{-3} \times (3,8 - 3,5)(3,8 - 4,1)$

$P_2(3,8) = 0,1526$

3. Determinación Númerica:

a) Analiticamente.

$F'(x) = 35x^4 - 9x^2 + 2x \Rightarrow F'(2) = 35(2)^4 - 9(2) + 2(2) = 528$

$F''(x) = 140x^3 - 18x + 2 \Rightarrow F''(2) = 140(2)^3 - 18(2) + 2 = 1086$

b) Numericamente con $h = 0,1$

Derivada Central:

$$F'(x) = \frac{1}{2h}(-F_0 + F_2)$$

$$F''(x_1) = \frac{1}{h^2}(F_0 - 2F_1 + F_2)$$

i	x_i	$F_i = 7x^5 - 3x^3 + x^2 - 2$
0	1	3
1	2	202
2	3	1627

Primer derivada:

$$F'(2) = \frac{1}{2(1)}(-3 + 1627) = 812$$

$$E = \frac{528 - 812}{528} \times 100 = -53\%$$

Segunda derivada:

$$F''(x) = \frac{1}{1^2}(3 - 2(202) + 1627) =$$

1226

$$E_V = \frac{1086 - 1226}{1086} \times 100 = -12\%$$