Nombre :Luishiño Pericena Choque

Luishiño Pericena Choque

PRACTICO N° 5

1. Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{bmatrix} 15 & -15 & 4 \\ 5 & 3 & 8 \\ 10 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16.5 \\ 35 \\ 1 \end{bmatrix}$$

a) Resolver por Gauss (método directo)
b) Calcular det A
c) Calcular A^{-1} (Verificar que $A^{-1} \cdot b = x$)
d) Resolver por factorización LU
e) Resolver por el método iterativo de Jacobi hasta m=5
f) Resolver por el método iterativo de gauss seidel hasta m=5

Trabajar con 3 cifras significativas

Solución

a) Método de Gauss

Paso	A			b	Operaciones
0	15	-15	4	-16.5	f_1
	5	3	8	35	f_2
	-10	1	3	1	f_3
1'	-10	1	-3	1	$f_1 \leftarrow f_2$
	8	3	8	35	f_2
	1.5	-15	4	-16.5	$f_3 \leftarrow f_1$
1	-10	1	3	1	f_1
	0	8.5	9.5	39.1	$f_2 \leftarrow f_2 - f_1 (-5/10)$
	0	-14.8	4.45	-16.4	$f_3 \leftarrow f_3 - f_1 (1.5/10)$
2'	-10	1	3	1	f_1
	0	-14.8	4.45	-16.4	$f_2 \leftarrow f_3$
	0	3.5	9.5	35.5	$f_3 \leftarrow f_2$
2	-10	1	3	1	f_1
	0	-14.8	4.45	-16.4	f_2
	0	0	10.5	31.4	$f_3 \leftarrow f_3 - f_2(-3.5/14.8)$

Lushiáo Rencera Choque

Por Sustitución Reversiva

De

f_3 : $\quad X_3 = \dfrac{31.6}{10.6} = 2.98$ //

f_2 : $\quad X_2 = \dfrac{-16.4 - 4.45\,(2.98)}{-14.8} = 2.00$

f_1 : $\quad X_1 = \dfrac{1 - 3(2.98) - 1(2.00)}{-10} = 0.994$

Sol

$$X = \begin{vmatrix} 0.994 \\ 2.00 \\ 2.98 \end{vmatrix}$$

b) Determinante de la matriz

$\det A = (-1)^n \times \pi \, u_{ii} = (-1)^2 \,(-10 \times (-14.8 \times 10.5))$

$\det A = 1554$

$\det A = 1.55 \times 10^3$ //

c) Calcula A^{-1}

Paso		A → V			I → W			Oleraciones
0	2.5	-15	11	4	1	0	0	f_1
	5	2	4	8	0	1	0	f_2
0	-10	2	1	3	0	0	1	f_3
	-10	2		5	0	0	1	$f_1 \leftarrow f_3$
0'	5	3		8	0	1	0	f_2
	2.5	-15		4	1	0	0	$f_3 \leftarrow f_1$
	-10	3	3		0	0	1	f_1
1	0	3.5	9.5		0	1	0.5	$f_2 \leftarrow f_2 - f_1\,(-5/10)$
	0	-14.8	4.40		1	0	0.15	$f_2 \leftarrow f_3 - f_1\,(-1.5/10)$
	-10	1	3		0	0	1	f_1
1'	0	-14.8	4.45		1	0	0.15	$f_2 \leftarrow f_3$
	0	3.5	9.5		0	1	0.5	$f_3 \leftarrow f_2$
	-10	1	3		0	0	1	f_1
2	0	-14.8	4.45		1	0	0.15	f_2
	0	0	10.6		0.236	1	0.535	$f_3 \leftarrow f_3 - f_2\,(-3.5/14.8)$

Luistiño Pencana Choque

1er Sistema

$$\begin{bmatrix} -10 & 1 & 3 \\ 0 & -14.8 & 4.45 \\ 0 & 0 & 10.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0.236 \end{bmatrix}$$

$$a_{31} = \frac{0.2x}{10.6} = 0.0223$$

$$a_{21} = \frac{1 - 4.45(0.0223)}{-14.8} = -0.0609$$

$$a_{11} = 0.3(0.0223) - 1(-0.0609)$$
$$= 600 \times 10^{-6}$$

$$a_{i1} = \begin{vmatrix} 600 \times 10^{-6} \\ -0.0609 \\ 0.0223 \end{vmatrix}$$

2do Sistema

$$\begin{bmatrix} -10 & 1 & 3 \\ 0 & -14.8 & 4.45 \\ 0 & 0 & 10.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Por sustitución reversiva
de

$$f_3 = x_{32} = \frac{1}{10.6} = 0.0943$$

$$f_2 = a_{22} = \frac{0 - 4.45(0.0943)}{-14.8} = 0.0284$$

$$f_1 = a_{12} = \frac{0 - 3(0.0943) - 1(0.0284)}{-10} = 0.0311$$

$$a_{..} \begin{vmatrix} 0.0311 \\ 0.0284 \\ 0.0943 \end{vmatrix}$$

3era Sistema $V_{a_{i3}} = w_{i3}$

$$\begin{bmatrix} -10 & 1 & 3 \\ 0 & -14.8 & 4.45 \\ 0 & 0 & 10.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.13 \\ 0.535 \end{bmatrix}$$

Por Sustitución Reversiva

de

$$F_3: \quad a_{63} = \frac{0.535}{10.6} = 0.0505$$

$$f_2: \quad a_{23} = \frac{0.15 - 4.45(0.0505)}{-14.8} = 5.05 \times 10^{-3}$$

$$f_1: \quad a_{13} = \frac{1 - 3(0.0505) - 1(5.05 \times 10^{-3})}{-10} = -0.0843$$

$$a_{13} = \begin{vmatrix} -0.0843 \\ 5.05 \times 10^{-3} \\ 0.0505 \end{vmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 5.05 \times 10^{-6} & 0.0311 & -0.0843 \\ -0.0609 & 0.0284 & 5.05 \times 10^{-3} \\ 0.0225 & 0.0943 & 0.0505 \end{bmatrix}$$

Verificación $A^{-1} \cdot b = x$

$$\begin{bmatrix} 5.05 \times 10^{-6} & 0.0311 & -0.0843 \\ -0.0609 & 0.0284 & 5.05 \times 10^{-3} \\ 0.0222 & 0.0943 & 0.0505 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -16.5 \\ 35 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.994 \\ 2.00 \\ 2.98 \end{bmatrix}$$

d) Factorización LU

Paso		A		Operaciones
④	-10	-15	4	f_1
	5	3	8	f_2
	-10	5	3	f_3
⑳	-10	1	3	$f_1 \leftarrow f_3$
	5	3	8	f_2
	1.5	-15	4	$f_3 \leftarrow f_1$
⓵	-10	1	3	f_1
	-0.5	3.5	9.5	$f_2 \leftarrow f_2 - f_1(-5/10)$
	-0.15	-14.8	4.45	$f_3 \leftarrow f_3 - f_1(-15/10)$
②	-10	1	3	f_1
	-0.15	-14.8	4.45	$f_2 \leftarrow f_3$
	-0.5	3.5	9.5	$f_3 \leftarrow f_2$

2	$-$ -10 -0.15 -0.5	1 -14.8 -0.236	3 4.45 10.6	f_1 f_2 $f_3 \leftarrow f_7 - f_2 (-35/14.8)$

Sistema 1) $L.c = b^*$ (n° permutaciones $= 2 \rightarrow b^* = \begin{bmatrix} +1 \\ -16.5 \\ 35 \end{bmatrix}$

$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0.15 & 1 & 0 \\ -0.5 & 0.236 & 1 \end{bmatrix}$ $U = \begin{bmatrix} -10 & 1 & 3 \\ 0 & -14.8 & 4.45 \\ 0 & 0 & 10.6 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} -10 & 0 & 0 \\ -0.15 & 1 & 0 \\ -0.5 & -0.236 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 \\ -16.5 \\ 35 \end{bmatrix}$

$\rightarrow c_1 = 1$
$\rightarrow c_2 = -16.5 + 0.15(1) = -16.4$
$\rightarrow c_3 = 35 + 0.5(1) + 0.236(-16.4) = 31.6$

Solución

$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.994 \\ 2.00 \\ 2.98 \end{bmatrix}$

c) Método iterativo de Jacobi ($m=5$)

$A \begin{bmatrix} 1.5 & -15 & 4 \\ 5 & 3 & 8 \\ -10 & 1 & 3 \end{bmatrix}$
$\rightarrow a_{11} = 1.5 \neq |-15| + |4| = 19$
$\rightarrow a_{22} = 3 \neq |5| + |8| = 13$
$\rightarrow a_{33} = 3 \neq |-10| + |1| = 11$

∴ no es Diagonalmente Dominante y por lo tanto convergencia no está garantizada. La solución de diverge

$\begin{bmatrix} 1.5 & -15 & 4 \\ 5 & 3 & 8 \\ -10 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ ⊠ $\begin{bmatrix} -10 & 1 & 3 \\ 1.5 & -15 & 4 \\ 5 & 3 & 8 \end{bmatrix}$ $\begin{array}{l} f_1 \leftarrow f_3 \\ f_2 \leftarrow f_1 \\ f_3 \leftarrow f_2 \end{array}$

Solución

$\begin{cases} -10 x_1 + x_2 + 3x_3 = 1 \\ 1.5 x_1 - 15x_2 + 4x_3 = -16.5 \\ 5 x_1 + 3x_2 + 8x_3 = 35 \end{cases}$

$$x_1 = 0.1 x_2 + 0.3 x_3 - 0.1$$
$$x_2 = 0.1 x_1 + 0.267 x_3 + 1.1$$
$$x_3 = 0.625 x_1 - 0.375 x_2 + 4.38$$

m	x_1^m	x_2^m	x_3^m
0	0	0	0
1	-0.1	1.1	4.38
2	1.32	2.26	4.03
3	5.28	5.61	1.38
4	18.3	16.5	-1.54×10^2
5	1.69×10^8	1.50×10^8	-97.9×10^3

La solución es divergente
no tiene solución

f) Método de Gauss Seidel ($m = s$)

$$x_1 = 0.1 x_2 + 0.3 x_3 - 0.1$$
$$x_2 = 0.1 x_1 + 0.267 x_3 + 1.1$$
$$x_3 = -0.625 x_1 - 0.375 x_2 + 4.38$$

m	x_1^m	x_2^m	x_3^m
0	0	0	0
1	-0.1	1.09	4.03
2	1.22	2.30	2.70
3	2.71	3.87	-5.83
4	-52.8	-15.6×10^2	1.42×10^{12}
5	1.22×10^{48}	—	—

"La solución es divergente, no tiene solución"