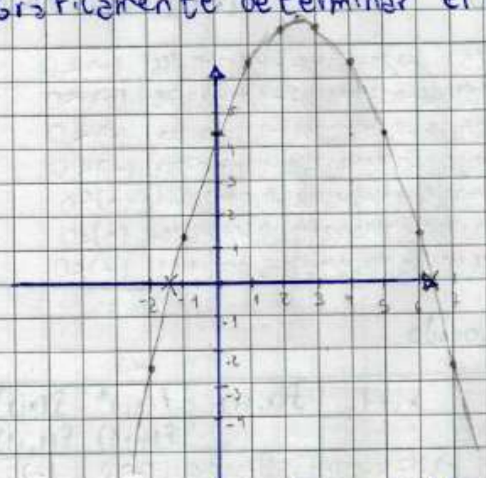
5.1) Determine las raíces reales de $f(x) = -0{,}5x^2 + 2{,}5x + 4{,}5$;

a) Gráficamente determinar el intervalo de la raíz (a,b).



x	y
-2	-2,5
-1	1,5
0	4,5
1	6,5
2	7,5

x	y
7	-2,5
6	1,5
5	4,5
4	6,5
3	7,5

$(a,b) = (-2,-1)$

$(c,d) = (6,7)$

b) Empleando la fórmula cuadrática

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

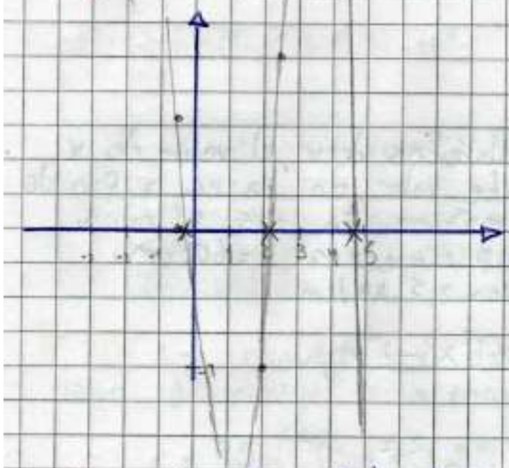
$$x = \frac{-2{,}5 \pm \sqrt{(-2{,}5)^2 - 4(-0{,}5)(4{,}5)}}{2(-0{,}5)} = \begin{cases} \dfrac{-2{,}5 + \sqrt{61}/2}{-1} = -1{,}405124838 \\ \dfrac{-2{,}5 - \sqrt{61}/2}{-1} = 6{,}405124838 \end{cases}$$

c) Usando el método de bisección con tres iteraciones para determinar la raíz más grande. Emplee $x_a = 5$ $x_b = 10$. Calcule el ε_a y el ε_v para cada iteración.

i	a_i	b_i	x_{i+1}	$f(x_i)$	$f(a_i) \cdot f(x_{i+1})$	ε_v %	ε_a %
0	5	10	7,5	-4,875	(-)<0	-17,09%	-
1	5	7,5	6,25	0,59375	(+)>0	2,42%	-20%
2	6,25	7,5	6,875	-1,1953125	(-)<0	-7,33%	9,09%
3	6,25	6,875	6,5625	-0,62453125	(-)<0	-2,45%	-4,76%

5.3) Determine las raíces reales de $f(x) = -12 - 21x + 18x^2 - 2{,}75x^3$

a) Gráficamente determinar el intervalo de la raíz (a,b)



x	y
-0,5	3,3437
0	-12
2	-4
2,5	5,0312

x	y
4,5	7,4062
5	-10,75

$(a,b) = (-0{,}5 ; 0)$

$(c,d) = (2 ; 2{,}5)$

$(e,f) = (4{,}5 ; 5)$

b) Usando el método de bisección para localizar la raíz más grande con $\varepsilon_s = 0{,}5\%$. $a = 4$, $b = 5$.

$\varepsilon_s = 0{,}5\%$

i	a_i	b_i	x_{i+1}	$f(x_i)$	$f(a_i) \cdot f(x_{i+1})$	$\varepsilon_a\%$	
0	4	5	4,5	7,40625	(+) > 0	-	(+)(+)
1	4,5	5	4,75	-0,34765625	(-) < 0	5,26%	(+)(-)
2	4,5	4,75	4,625	3,84423681	(+) > 0	-2,70%	(+)(+)
3	4,625	4,75	4,6875	1,72904087	(+) > 0	1,33%	(+)(+)
4	4,6875	4,75	4,71875	0,76131816	(+) > 0	0,66%	(+)(+)
5	4,71875	4,75	4,734375	0,21187876	(+) > 0	0,33%	(+)(+)

c) Regla Falsa

i	a_i	b_i	$f(a_i)$	$f(b_i)$	x_{i+1}	$f(x_{i+1})$	$f(a_i) \cdot f(x_{i+1})$	$\varepsilon_a(\%)$
0	4	5	16	-10,75	4,5981308411	4,6619490091	(+)	-
1	4,5981308411	5	4,6619490091	-10,75	4,7196919445	0,7283100024	(+)	2,58%
2	4,7196919445	5	0,7283100024	-10,75	4,7374077649	0,1015722460	(+)	0,38%

d) Método de la Secante

$x_0 = 5$ $x_{-1} = 4$

$f_{x_0} = -10{,}75$ $f_{x_{-1}} = 16$

i	x_{i+1}	$f(x_{i+1})$	$\varepsilon_a(\%)$
0	4,5981308411	4,6619490091	-5,74%
1	4,7196919445	0,7283100024	2,58%
2	4,7429958821	-0,0670020940	0,47%

6.(6) En la figura se muestra una viga uniforme sujeta a una carga distribuida uniformemente que crece en forma lineal.
La ecuación para la curva elástica resultante es la sgte.

$$y = \frac{w_0}{120EIL}\left(-x^5 + 2L^2x^3 - L^4x\right)$$

Determinar el punto de máxima deflexión (es decir, el valor de x donde dy/dx = 0). Después sustituya este valor en la ec. a fin de determinar el valor de la deflexión máxima. En sus cálculos, utilice los valores sgtes. para los parámetros: L = 600 cm, E = 50000 KN/cm², I = 30000 cm⁴ y W₀ = 2,5 KN/cm.

$L = 600\ cm$
$E = 50000\ KN/cm^2$
$I = 30000\ cm^4$
$w_0 = 2{,}5\ KN/cm$

$$y = \frac{W_0}{120EIL}\left(-x^5 + 2L^2x^3 - L^4x\right)$$

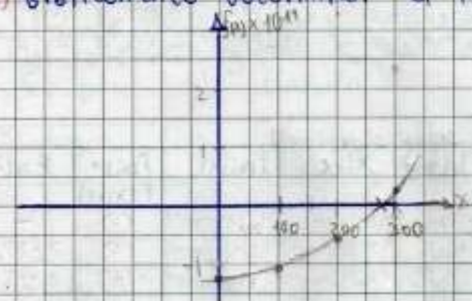
$$\frac{dy}{dx} = \frac{W_0}{120EIL}\left(-5x^4 + 6L^2x^2 - L^4\right)$$

$$(0 \le x \le 600)$$

$$f(x) = -5x^4 + 6(600)^2x^2 - (600)^4$$

$$f(x) = -5x^4 + 2{,}16\times10^6x^2 - 1{,}296\times10^{11}$$

a) Gráficamente determinar el intervalo de la raíz (a,b)



x	y	
0	$-1{,}296\times10^{11}$	
100	$-1{,}055\times10^{11}$	
200	$-5{,}12\times10^{10}$	$\to -0{,}512\times10^{11}$
300	$2{,}43\times10^{10}$	$\to 0{,}243\times10^{11}$

$(a,b) = (200, 300)$

b) Método de la secante $x_{-1} = a$ $x_0 = b$ $\varepsilon_s = 0{,}05\%$

$x_{-1} = 200$ $x_0 = 300$

$f(x_{-1}) = -5{,}12\times10^{10}$
$f(x_0) = 2{,}43\times10^{10}$

i	x_{i+1}	$f(x_{i+1})$	$\varepsilon_a(\%)$
0	267,6145654	-5153908,06	—
1	266,3312065	-5194005 9,57	0,19%
2	266,3291730	-5162862,02	0,0004%

$x = 266{,}329173$

$$y = \frac{2{,}5}{120(50000)(600)(30000)}\left(-x^5 + 2(600)^2x^3 - (600)^4x\right)$$

$$\boxed{y = -0{,}5453100621\ cm}$$

c) Newton - Raphson $x_0 = 6$ $\varepsilon_s = 0{,}05\%$

$f(x) = -5x^4 + 2{,}16 \times 10^6 x^2 - 1{,}296 \times 10^{11}$

$f'(x) = -20x^3 + 4{,}32 \times 10^6 x$

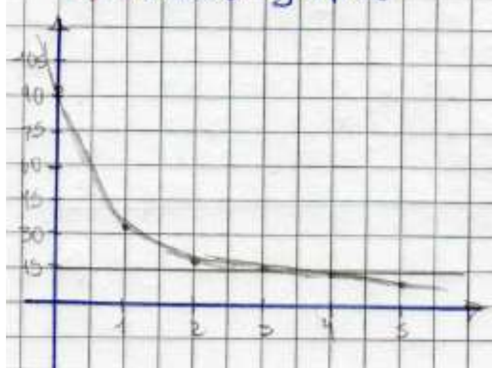
i	x_{i+1}	$f(x_{i+1})$	$f'(x_{i+1})$	$\varepsilon_a(\%)$
0	267,8571429	-363992379,5	772781523,32	-12%
1	268,3281568	-1120,893414	772785093,02	0,18%
2	268,3281573	0	772785093,02	0%

8.20) La concentración de bacterias contaminantes c en un lago disminuye de acuerdo con la ecuación:

$$c = 75e^{-1,5t} + 20e^{-0,075t}$$

Determine el tiempo que se requiere para que la concentración de bacterias se reduzca a 15 con el uso de:

a) Método gráfico



x	y
0	95
1	35,289
2	20,449
3	16,803
4	15,002
5	13,787

$(a, b) = (4, 5)$

b) Newton - Raphson $t = 6$ $\varepsilon_s = 0{,}5\%$

$f(x) = 75e^{-1,5t} + 20e^{-0,075t}$ $f'(x) = -112{,}5e^{-1,5t} - 1{,}5e^{-0,075t}$ $f = 15$

i	t_i	$f(t_i)$	$f'(t_i)$	$\varepsilon_a\%$
0	3,693371484	15,45554922	-1,575787963	-
1	3,954896605	15,02754957	-1,399873465	7,2%
2	4,001563209	15,00069844	-1,38950357	0,49%