

# Voxel-SLAM: A Complete, Accurate, and Versatile LiDAR-Inertial SLAM System

Zheng Liu, Haotian Li, Chongjian Yuan, Xiyuan Liu, Jiarong Lin, Rundong Li, Chunran Zheng, Bingyang Zhou, Wenyi Liu, and Fu Zhang

**摘要**—在本研究中，我们提出了 Voxel-SLAM：一个完整、精确且多功能的 LiDAR-惯性 SLAM 系统，它充分利用短期、中期、长期和多地图数据关联来实现实时估计和高精度建图。该系统由五个模块组成：初始化、里程计、局部建图、回环和全局建图，所有模块均采用相同的地图表示——自适应体素地图。初始化模块提供了精确的初始状态估计和用于后续模块的一致局部地图，使系统能够从高度动态的初始状态启动。里程计模块利用短期数据关联，快速估计当前状态并检测潜在的系统偏差。局部建图利用中期数据关联，采用局部激光雷达惯性束调整(BA) 来优化近期激光雷达扫描滑动窗口内的状态（和局部地图）。回环检测当前会话和所有之前会话中访问过的地点。全局建图利用高效的分层全局 BA 来优化全局地图。回环检测和全局建图均利用长期和多地图数据关联。我们与其他先进方法进行了全面的基准测试比较，测试对象涵盖三个代表性场景的 30 个序列，包括使用手持设备的狭窄室内环境、使用空中机器人的大规模荒野环境以及基于车载平台的城市环境。其他实验证明了初始化的稳健性和效率、在多个会话中工作的能力以及在退化环境中的重定位能力。为了造福社区，我们将代码公开发布<sup>1</sup>。

## I. INTRODUCTION

3D 光探测与测距 (LiDAR) 凭借其直接、密集、主动和精确 (DDAA) 的深度测量能力，已成为自主移动机器人领域（例如自动驾驶汽车 [1] 和无人机 [2, 3]）的热门传感技术。LiDAR 同步定位与地图构建 (SLAM) 和 LiDAR 里程计 (LO) 利用 LiDAR 的测量数据，为机器人的后续流程（例如规划、控制）提供必要的状态反馈和周围环境的 3D 密集点云。此外，随着激光雷达技术的发展，固态激光雷达因具有体积小、重量轻、价格低廉等优点，得到了广泛的研究 [4]–[6]，并应用于一些 LO [7, 8] 和激光雷达 SLAM 系统 [9, 10]。

Zheng Liu, Haotian Li, Chongjian Yuan, Xiyuan Liu, Jiarong Lin, Rundong Li, Chunran Zheng, Bingyang Zhou, Wenyi Liu, and Fu Zhang are with the Department of Mechanical Engineering, The University of Hong Kong, Hong Kong (e-mail: {u3007335, haotianl, ycjl, xliua, zivlin, rdli10010, zhengcr, byzhou, liuwenyi}@connect.hku.hk; fuzhang@hku.hk)

<sup>1</sup><https://github.com/hku-mars/Voxel-SLAM>

LiDAR SLAM 与 LiDAR 里程计 (LO) 的区别在于：LiDAR SLAM 的目标是构建一致的环境地图，并在移动机器人上实时估计地图内的当前位置；而 LO 系统则专注于实时定位，并积累地图，而不会考虑对其进行优化以减轻漂移。遵循 ORB-SLAM3 [11, 12] 的概念，LiDAR SLAM 相较于 LO 的优势在于能够充分利用四种类型的数据关联来匹配和优化先前的测量结果：

- 1) 短期数据关联：将当前扫描与地图关联，并尽可能高效地估计当前的自运动，以便用于后续过程（例如，规划、控制）。大多数 LO/LIO 系统都采用短期数据关联 [8, 13]–[15]，并将当前的 LiDAR 扫描累积到地图中，而不考虑对状态或地图进行任何进一步的优化，从而导致累积漂移。
- 2) 中期数据关联：将多个最新的扫描与地图关联，并相应地优化地图。这通常通过光束法平差 (BA) 技术来实现，以同时优化近期一段时间内的状态和局部地图，从而减轻累积漂移并增强鲁棒性。
- 3) 长期数据关联：关联所有先前的 LiDAR 扫描，以实现全局地图一致性。长期数据关联允许检测先前访问过的地点，并通过位姿图优化 (PGO) 重置漂移。全局位姿图优化 (BA) 也可用于进一步提高精度。
- 4) 多地图数据关联：关联多个地图会话。它使用与长期数据关联类似的方法，将不同的地图会话合并为一个，这些会话可能是由于不同的采集时间或由于激光雷达性能下降而重新初始化新会话造成的。

在本研究中，我们充分利用这四种数据关联，提出了 Voxel-SLAM，它包含五个关键模块：初始化、里程计、局部建图、回环和全局建图。Voxel-SLAM 构建于 BALM2 [16] 的高效激光雷达光束法平差、HBA [17] 的全局建图方法、BTC [18] 的重定位工作以及 VoxelMap

[19] 的地图表示之上。除了开源系统本身之外，Voxel-SLAM 的主要贡献如下：

- 1) 在所有任务中使用相同的地图格式：初始化、里程计、局部建图、回环和全局建图。Voxel-SLAM 采用高效且通用的自适应体素地图，可为不同任务提供充足的特征，并能很好地适应各种场景。
- 2) 鲁棒且快速的初始化。Voxel-SLAM 仅需短时数据（在我们的实现中为 1 秒）即可初始化（或在系统发散的情况下重新初始化），并且可在静态和动态初始状态下进行初始化。初始化可为后续模块提供准确的状态和一致的地图。
- 3) 高效的局部建图。Voxel-SLAM 使用高效的 LiDAR-惯性 BA 来优化局部体素地图，并在最近 LiDAR 扫描的滑动窗口内调整状态，从而提高系统的准确性和鲁棒性。在计算资源有限的机器人机载计算机上，局部建图（窗口大小为 10）可以以与里程计（10 Hz）相同的速率实时运行。
- 4) 多会话回环。体素 SLAM 能够检测当前和之前会话中的回环，并全局优化所有相关的扫描位姿。
- 5) 高效准确的单会话或多会话全局建图。体素 SLAM 采用分层 BA 来实现高效的扫描位姿全局优化和地图一致性。
- 6) 充分利用四种类型的数据关联。体素 SLAM 在里程计和局部建图过程中分别利用短期和中期数据关联，在回环和全局建图过程中利用长期和多地图数据关联，从而实现实时操作和全局地图一致性。

## II. RELATED WORKS

### A. LiDAR(-Inertial) Odometry and SLAM

LOAM [20] 作为早期的 LiDAR 里程计和建图框架，对后续研究产生了深远的影响。它包含三个模块：特征提取、扫描到扫描里程计和扫描到地图建图。通过每条扫描线的局部平滑度，提取特征点（包括平面和边缘特征点），以减轻位姿估计的计算负担。然后，里程计模块使用这些特征点将当前扫描与前一次扫描进行匹配，从而实现实时获取粗略的相对位姿。为了提高精度，建图模块会累积历史特征点以构建  $k$ -d 树，并以点到平面（边缘）的距离作为代价，从里程计中优化位姿。然而，由于需要重建  $k$ -d 树，建图模块只能以 1 Hz 运行，而里程计的运行频率为 10 Hz。LeGO-LOAM [21] 沿用 LOAM 的框架，在特征提取中采用地面分割方法，

并引入回环算法以减轻长期漂移。LOAM-Livox [7] 将该框架应用于固态激光雷达。由于固态激光雷达的视场 (FoV) 较小且扫描模式不重复，导致两次连续扫描之间难以建立对应关系。因此，LOAM-Livox 仅使用扫描到地图的配准进行里程计和建图，这虽然提高了里程计精度，但也增加了每次扫描构建  $k$ -d 树的计算量。

结合惯性测量单元 (IMU) 的测量数据可以提供更佳的初始位姿，补偿运动畸变，并增强 LiDAR SLAM 估计的鲁棒性。LIOM [22] 受 VINS [23] 启发，是首批开源紧耦合 LiDAR-惯性里程计 (LIO) 之一。然而，由于缺乏高效的 BA 方法，LIOM 中的批量优化过于耗时，无法实时运行。LiLi-OM [24] 与 LIOM 类似，针对紧耦合 LIO 使用局部地图和滑动窗口优化，适用于固态 LiDAR，并使用基于 ICP 的环路闭合。为了确保实时性能，LiLi-OM 采用了较小的优化窗口。LIO-SAM [25] 摈弃了 LIOM 中效率低下的局部地图，直接将 LiDAR 里程计结果输入因子图，利用 IMU 预积分 [26] 进行优化。因此，LIO-SAM 可以维持更大的滑动窗口，并轻松与其他传感器（例如 GNSS（全球导航卫星系统））融合。LINS [27] 在 LIO 系统中引入了一种基于滤波器的方法，以避免优化多个状态。为了降低计算卡尔曼增益的维度，FAST-LIO [8] 使用了一种新的卡尔曼增益。FAST-LIO2 [13] 作为最先进的 LIO 系统，避免了特征提取，并设计了一种新颖的增量式  $k$ -d 树。LTA-OM [10] 使用标准位置识别描述符 [28] 在 FAST-LIO2 中添加了回环功能。Faster-LIO [14] 在 FAST-LIO2 中用并行稀疏增量体素替换了增量  $k$ -d 树，以提高效率。Point-LIO [15] 是一个逐点 LIO 框架，具有高频里程计输出率，并且对剧烈运动和 IMU 饱和具有良好的鲁棒性。最近，也有一些尝试将 LIO 与 LiDAR 光束法平差 (BA) 相结合以减少 LIO 漂移 [29, 30]，但尚未有任何开源实现。

与主流开源 LiDAR (-惯性) SLAM 系统相比，Voxel-SLAM 具有初始化模块，使系统能够从高度动态的初始状态启动；使用 LiDAR-惯性 BA 进行局部建图，以提高精度和鲁棒性；闭环模块，用于在多个会话中检测回环约束；以及全局建图模块，用于进一步完善全局地图。Voxel-SLAM 充分利用短期、中期、长期和多地图数据关联，实现实时估计和高精度建图。

### B. LiDAR Scan Registration Scheme

LiDAR 点云的配准方法可分为两类：成对配准和多视图配准。成对配准仅考虑估计单个位姿，这是 LO 和 LIO 中的主要配准方法。由于 LiDAR 扫描的稀疏性，LOAM 及其后续版本采用点到平面（边缘）配准，而非用于密集点云的点到点配准。它们将历史扫描累积到 *points map* 中以匹配最新扫描。*points map* 的缺点是需要额外的时间来形成用于新扫描配准的平面或边缘。为了避免这种情况，Suma [31]、LIPS [32] 和 VoxelMap [19] 使用 *planes map* 而非 *points map* 来为当前扫描中的每个点查找对应的平面，从而实现更高的效率和准确性。

使用成对配准会导致累积漂移，而多视图配准可以通过同时配准多个扫描来解决此问题。特征因子 (EF) [33] 将每个点到平面的距离作为成本函数，然后将成本函数转化为协方差矩阵的最小特征值。然后，通过基于梯度的方法优化成本函数，由于特征值型成本函数的二阶性质，导致收敛速度较慢。参考视觉 BA，平面调整 (PA) [34] 将位姿和平面参数都视为优化变量，并使用 Schur 补函数来降低平面参数带来的维度。其缺点是，当平面数量增加且平面参数存在奇异性时，需要更多迭代才能收敛。为了提高收敛性，BAREG [35] 在代价函数中添加了一个启发式惩罚项，但这可能会干扰地图一致性项，尤其是在现实世界存在噪声点测量的情况下。BALM [36] 引入了一个二阶导数求解器，并证明了几何特征可以通过解析求解，与前面提到的方法相比，该方法收敛步骤更少。BALM 的主要缺点是需要枚举所有单独的点来计算 Jacobian 和 Hessian 矩阵，由于 LiDAR 点密集，导致计算复杂度较高。为了解决这个问题，BALM2 [16] 提出了 *point cluster* 方法，将原始点编码为一组紧凑的参数，并导出相关的 Hessian 和 Jacobian 矩阵。BALM2 收敛速度快，准确率高。基于 BALM2，Liu 等人提出了一种用于大规模全局建图的分层光束法平差调整 (HBA) 框架 [17]。

Voxel-SLAM 同时采用了成对配准和多视图配准。在里程计中，Voxel-SLAM 利用高效的平面地图 (VoxelMap [19]) 实现高效的扫描到地图配准。在初始化和局部建图过程中，Voxel-SLAM 采用 BALM2 进行 LiDAR (-惯性) 光束法平差调整优化，兼顾其效率和精度。此外，为了提高全局建图精度，Voxel-SLAM 在常规 PGO 之后引入了高效的 HBA 框架 [17]。

### C. LiDAR-Based Place Recognition

受正态分布变换 (NDT) 的启发，Magnusson *et al.* [37] 将点云细分为规则的网格单元，将所有单元编码为直方图矩阵，并通过匹配这些直方图矩阵来检测回环。M2DP [38] 将三维点云投影到多个二维平面，并为每个平面生成密度特征，利用这些特征的左右奇异向量作为要匹配的描述符。SegMatch [39] 将点云分割为语义特征，以检测回环检索。Giseop Kim *et al.* 受形状上下文 [40] 的启发，提出了一种名为 Scan Context [41] 的新型空间描述符，将 3D 点云编码为 2.5 维信息矩阵。他们的后续工作 Scan Context++ [42] 通过提出一种新型通用描述符并使用子描述符来加速循环检索，解决了 Scan Context 中的横向不变性和暴力搜索效率低下的问题。与视觉 SLAM 中的 BoW [43] 类似，BoW3D [44] 为 Link3D 在 LiDAR 点云中创建的 3D 特征构建了词袋。近年来，深度神经网络 (DNN) 已被引入用于提取局部特征并编码 LiDAR SLAM 的全局描述符 (LCDNet [45]、LoGG3D-Net [46]、LocNet [47])。这些基于学习的方法的主要缺点是对训练数据敏感且泛化能力有限。当 LiDAR 类型或环境发生变化时，需要重新训练。最近，Yuan *et al.* 提出了一种二值三角形组合 (BTC) 描述符 [18, 28]，该描述符引入了一种鲁棒的二值特征提取和三角形描述符匹配方法，具有良好的视点不变性。此外，BTC 可以轻松适配任何类型的 LiDAR，并提供一种快速的环路检索策略，能够精确估计 6 自由度的相对位姿。

兼顾精度和效率，Voxel-SLAM 引入了 BTC [18] 用于回环检测。与之前讨论过的基于体素地图的扫描地图配准和 (混合) LiDAR 光束法平差类似，BTC 也使用体素地图来 检测平面，以提取其二值三角形组合描述符。这使得自适应体素地图成为 Voxel-SLAM 所有模块 (包括初始化、里程计、局部建图和全局建图) 的统一地图结构。

## III. SYSTEM OVERVIEW

系统概览如图 1 所示。图中绿色部分表示 Voxel-SLAM 中的不同模块，同一线程中的模块被分组在同一个灰色虚线框内。蓝色部分表示数据金字塔，红色部分表示相关模块使用的自适应体素地图。我们将第 *i* 次 LiDAR 扫描结束时的系统状态定义为：

$$\mathbf{x}_i = [\mathbf{R}_i \quad \mathbf{p}_i \quad \mathbf{v}_i \quad \mathbf{b}_i^g \quad \mathbf{b}_i^a] \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{R}_i \in \text{SO}(3)$ 、 $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^3$  和  $\mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^3$  分别是 IMU 在世界坐标系中的旋转、位置和速度。世界坐标系是第一个 IMU 坐标系, 但其  $z$  轴与重力矢量对齐, 这将在初始化模块(第 V-C 节)中确定。 $\mathbf{b}_i^g \in \mathbb{R}^3$  和  $\mathbf{b}_i^a \in \mathbb{R}^3$  分别是 IMU 在机身坐标系中的陀螺仪和加速器的偏置。

### A. Workflow

如图 1 所示, Voxel-SLAM 由五个模块组成, 运行在三个并行线程中。首先, 系统会基于短时间周期(在我们当前的实现中为 1 秒)的 LiDAR 扫描和 IMU 数据进行初始化过程(如果在启动或重启后尚未初始化)。初始化过程采用专门的 LiDAR-惯性 BA 优化算法来估计所有扫描的状态、初始局部地图以及世界坐标系中的重力矢量。

基于初始化状态、局部地图和重力矢量, 里程计算法紧耦合 LiDAR 和 IMU 的测量数据, 实时估计当前状态, 并检测由 LiDAR 持续退化导致的潜在系统偏差。随后, 局部建图将当前扫描合并到滑动窗口中, 并采用 LiDAR-惯性 BA 同时优化滑动窗口和局部地图中的所有状态。滑动窗口内最早的扫描将被边缘化以累积关键帧, 然后回环检测模块将使用这些关键帧提取回环描述符, 并在当前会话和先前会话中检测回环。成功检测到回环后, 当前或先前会话中涉及的位姿将用于构建位姿图进行优化。位姿图优化(PGO)完成后, 全局地图将执行关键帧光束法平差(BA), 并将关键帧实时合并到子图中。收到会话结束信号后, 全局地图将对所有子图执行全局光束法平差(BA), 并进行自上而下的优化, 以获得所有扫描的精确位姿。

### B. Data Pyramid

使用三级金字塔数据结构来保存输入的 LiDAR 点云序列。底层是原始 LiDAR 扫描, 由 LiDAR 传感器直接收集, 通常频率为 10 Hz。LiDAR 扫描用于里程计和局部建图, 以实现实时状态估计。10 个 LiDAR 扫描合并为一个关键帧, 用于回环提取回环描述符。最后, 10 个关键帧进一步合并为一个子图, 用于全局建图模块。LiDAR 扫描与关键帧的合并以及关键帧与子图的合并是通过 LiDAR 光束法平差实现的, 该方法同时优化所有 LiDAR 扫描(或关键帧)相对于各自合并窗口中第一个扫描(或关键帧)的位姿。此外, 在将关键帧合并为子图的过程中, 两个连续的合并窗口共享五个重叠的关键帧(即大小为 10、步长为 5 的滑动窗口), 以

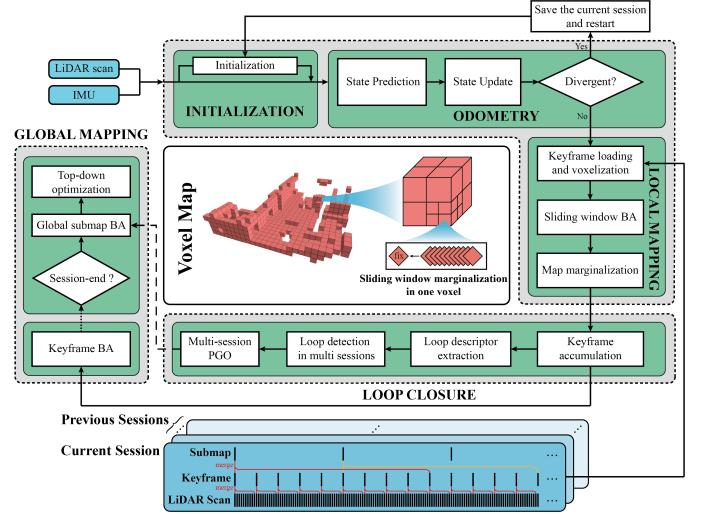


图 1. Voxel-SLAM 概览。绿色部分表示 Voxel-SLAM 的各个模块, 包括初始化、里程计、局部建图、回环和全局建图。同一灰色虚线框内的模块在同一线程中运行。底部蓝色部分表示多个会话的数据金字塔, 中间红色部分表示自适应体素地图。

增加两个连续子图之间共同可见区域的比例。另一方面, 由于激光雷达测距较长, 已经确保了两个连续关键帧中扫描图像之间存在较大的重叠, 因此将扫描图像合并为关键帧的窗口没有重叠(大小为 10 且步长为 0 滑动窗口)。

### C. Adaptive Voxel Map

自适应体素地图在所有模块中都发挥着至关重要的作用, 它用于提取平面特征, 并在多个扫描、关键帧或子图之间提供特征关联。体素地图维护环境中不同大小的平面特征。为此, 它将空间划分为大小均匀的体素(即根体素), 每个体素的大小为  $L_r$ 。这些大小均匀的体素由哈希表组织, 其中每个哈希键将每个 LiDAR 点根据其点位置映射到相应的体素。体素包含多层八叉树数据结构, 其中每个叶节点代表一个平面。不同层的叶节点大小不同, 代表不同大小的平面特征。

自适应体素地图的构建过程如下: 对于每次扫描、关键帧或子图, 其点根据其位置分配到相应的体素中。如果体素中的点位于同一平面(点协方差矩阵的最小特征值与次小特征值的比值小于指定值), 则该体素被视为平面体素, 并与 LiDAR 点一起保存以供后续使用; 否则, 将体素递归地拆分为更小的子体素, 直到点位于同一平面或满足终止条件(例如, 达到最小子体素大小或点数)。

自适应体素地图结构在不同模块中用于不同的目的。首先, 初始化、里程计和局部建图模块共享 LiDAR

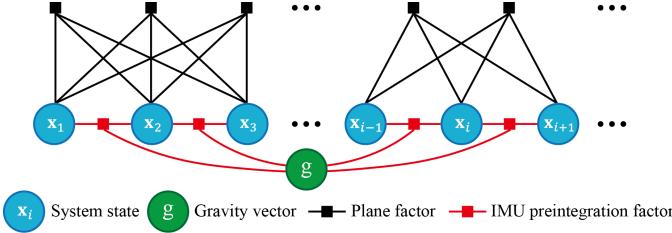


图 2. 提出的 LiDAR-惯性光束法平差的因子图表示。

周围距离  $L_m$  范围内的局部自适应体素地图，以实时估计 LiDAR 扫描的状态（参见图 1 中的体素地图）。初始化首先获取若干初始扫描来初始化体素地图。里程计将当前扫描与体素地图中的平面对齐，以估计当前状态。局部建图模块滑动局部地图，并通过高效的激光雷达惯性光束法平差调整 (BA) 来优化当前和近期扫描的状态。除了局部体素地图之外，还使用了另外两种自适应体素地图结构：一种由回环检测模块使用，即 BTC [18]，用于关键帧中的描述符提取；另一种由全局建图模块使用，即 HBA [17]，用于平面特征提取以及跨不同关键帧和子图的关联。

#### IV. LiDAR-INERTIAL BA OPTIMIZATION

在初始化和局部建图模块中使用 LiDAR-惯性 BA 优化来同时估计多个扫描状态。与基于滤波器的 LIO 估计方法 [8, 13] 相比，由于使用了更长（中期）数据关联，LiDAR-惯性 BA 估计更准确、更稳健。然而，BA 方法的缺点是增加了计算时间，从而阻止了它在大多数现有的 LiDAR (-惯性) 里程计或 SLAM 系统中的使用。为了解决这个问题，BALM2 [16] 引入了一种高效的 LiDAR BA 方法，通过：(1) 分析求解几何特征（即平面和线），从 BA 优化中消除特征参数，从而大幅降低优化维度；(2) 引入 *point cluster* 数据结构，将所有点聚合成一个紧凑的表示，从而避免了枚举 BA 中的每个原始点；(3) 推导 BA 优化的解析二阶导数，从而开发高效的二阶求解器。这三种技术使得 LiDAR BA 优化能够高效地实时实现。

我们采用 BALM2 方法，并将其与 IMU 预积分 [26] 相结合，构建 LiDAR-惯性光束法平差优化模型，以同时估计多个状态以及重力矢量（如果需要）（参见图2中的因子图表示）。成本函数为：

$$\arg \min_{\mathcal{X}} \left( \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \|\mathbf{r}_{i,i+1}(\mathcal{X})\|_{\Sigma_{i,i+1}^{-1}}^2 + \sum_{j=1}^M \lambda_j^{\min}(\mathcal{X}) \right) \quad (2)$$

$$\mathcal{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N, \mathbf{g}] \quad (3)$$

其中  $\mathcal{X}$  是由各个状态  $\mathbf{x}_i$  和重力向量  $\mathbf{g}$  组成的状态向量， $\mathbf{r}_{i,i+1}(\mathcal{X})$  是 IMU 在第  $i$  个状态和第  $(i+1)$  个状态之间预积分的残差，其协方差矩阵为  $\Sigma_{i,i+1}$ ， $\lambda_j^{\min}$  是与第  $j$  个平面特征相关的点协方差矩阵的最小特征值，它解释了 LiDAR BA 因子的贡献（详见 [16]）， $N$  和  $M$  分别是所涉及的状态和平面特征的数量。IMU 预积分残差  $\mathbf{r}_{i,j} (i < j)$  直接遵循 [26]：

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{i,j} &= [\mathbf{r}_{\Delta \mathbf{R}_{ij}}, \mathbf{r}_{\Delta \mathbf{p}_{ij}}, \mathbf{r}_{\Delta \mathbf{v}_{ij}}, \mathbf{r}_{\Delta \mathbf{b}_{ij}^g}, \mathbf{r}_{\Delta \mathbf{b}_{ij}^a}] \\ \mathbf{r}_{\Delta \mathbf{R}_{ij}} &= \text{Log}(\Delta \tilde{\mathbf{R}}_{ij}^T(\mathbf{b}_i^g) \mathbf{R}_i^T \mathbf{R}_j) \\ \mathbf{r}_{\Delta \mathbf{p}_{ij}} &= \mathbf{R}_i^T (\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i - \mathbf{v}_i \Delta t_{ij} - \frac{1}{2} \mathbf{g} \Delta t_{ij}^2) - \Delta \tilde{\mathbf{p}}_{ij}(\mathbf{b}_i^g, \mathbf{b}_i^a) \\ \mathbf{r}_{\Delta \mathbf{v}_{ij}} &= \mathbf{R}_i^T (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i - \mathbf{g} \Delta t_{ij}) - \Delta \tilde{\mathbf{v}}_{ij}(\mathbf{b}_i^g, \mathbf{b}_i^a) \\ \mathbf{r}_{\Delta \mathbf{b}_{ij}^g} &= \mathbf{b}_j^g - \mathbf{b}_i^g \quad \mathbf{r}_{\Delta \mathbf{b}_{ij}^a} = \mathbf{b}_j^a - \mathbf{b}_i^a \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\mathbf{R}_i, \mathbf{p}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{b}_i^g, \mathbf{b}_i^a$  构成 (1) 中定义的状态  $\mathbf{x}_i, \mathbf{r}_{i,j}$  关于状态  $\mathbf{x}_i$  的 Jacobian 矩阵与 [26] 相同。 $\Delta \tilde{\mathbf{R}}_{ij}^T(\mathbf{b}_i^g)$ 、 $\Delta \tilde{\mathbf{p}}_{ij}(\mathbf{b}_i^g, \mathbf{b}_i^a)$  和  $\Delta \tilde{\mathbf{v}}_{ij}(\mathbf{b}_i^g, \mathbf{b}_i^a)$  是使用 [26] 中的一阶展开式修正后的预积分旋转、位置和速度。 $\Delta t_{ij}$  是时间  $i$  和  $j$  之间的间隔。 $\text{Log} : \text{SO}(3) \rightarrow \mathbb{R}^3$  从李群映射到向量空间。 $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^3$  是重力向量。

需要注意的是，在  $\mathbb{R}^3$  中，重力向量被视为一个可优化尺度的向量，而不像在视觉 SLAM 中那样是固定尺度的  $\mathbb{S}^2$ 。这是因为 LiDAR 的测量具有精确的尺度信息，因此可以根据数据确定尺度。相比之下，众所周知，视觉测量缺乏尺度信息，因此在大多数视觉 SLAM 系统中，固定尺度的重力是必需的 [11, 23]。

(2) 中的成本函数使用二阶求解器 (LM 求解器) 进行迭代优化。为了加快优化过程，我们以解析形式推导了成本函数的 Jacobian 矩阵和 Hessian 矩阵。Jacobian 矩阵、Hessian 矩阵和求解器的详细信息可以在附录 A 中找到。

#### V. INITIALIZATION

许多基于滤波器的 LIO 系统 [8, 13]–[15] 假设传感器初始状态为静态。对于非静态初始状态（例如，在序列中间重新启动），静态假设会传播不正确的状态，导致 LiDAR 扫描的畸变校正和扫描配准中的特征关联出

现错误。这会显著影响状态估计的早期精度，并导致初始地图不一致（甚至不正确），从而进一步降低后续里程计的性能。为了解决这一局限性，我们基于先前的 LiDAR-惯性 BA 优化提出了一个稳健高效的初始化阶段，即使在非静态初始状态下也能提供对初始状态、重力矢量和一致初始局部地图的稳健估计。此外，该模块可以确认初始化是否成功，并将重力矢量重新对齐到世界坐标系的 z 轴。

初始化在前  $N$  个 LiDAR 扫描以及相应的 IMU 测量数据上进行。具体而言，系统首先实时运行 [8] 中的 LIO 方法，粗略估计前  $N$  个扫描的状态和重力矢量。估计的状态和重力矢量作为后续由粗到精的体素化和 BA 优化（V-A 部分）的初始值。优化后的状态和重力矢量用于判断初始化是否成功（V-B 部分）。如果成功，则初始化完成（V-C 部分）；否则，系统将收集接下来的  $N$  个 LiDAR 扫描并重复上述初始化过程，直至成功。

#### A. Coarse-to-Fine Voxelization and BA Optimization

给定一个粗略的初始状态（例如，由 LIO 估计），由粗到精的体素化和 BA 优化旨在基于 IV 节中概述的 LiDAR 初始 BA 优化来优化状态和相应的地图。不准确的初始状态可能会导致已配准的点云地图出现较大差异，从而在体素化过程中产生假阳性或假阴性的平面关联（参见 III-C 节）。错误的平面关联又会导致 BA 优化出现错误。为了解决这个问题，我们提出了一种由粗到精的体素化和 BA 优化方法，其中自适应体素化过程中确定平面特征的标准（III-C 节）逐渐收紧。起初，标准较为宽松，即使在较大的初始状态误差下也能提取平面特征。基于调取的平面特征，进行 LiDAR-惯性 BA 优化。然后，使用优化后的状态来补偿每次扫描中的运动失真，并构建下一轮自适应体素地图，该图具有更严格的平面关联标准。体素化和 BA 优化会进行多轮直至收敛，其中每轮的平面关联标准都会比上一轮更加严格。当上一轮到当前轮的成本值递减量小于某个值时，则认为由粗到精的过程已收敛。

#### B. Criteria for Initialization Success

初始化是否成功取决于三个标准：(1) 由粗到精的过程应在一定轮次内收敛；(2) 优化后的重力矢量模长应接近  $9.8 \text{ m/s}^2$ ；(3) 由优化状态构建的初始体素地图应包含三个线性无关方向的平面约束。此退化评估详见

附录 B。如果在最终的 BA 优化中出现退化，则意味着初始化中涉及的状态未得到足够的平面特征约束，并且可能存在较大的估计误差。

#### C. Completion of Initialization

初始化成功后，我们将从前  $N$  次扫描中获得精确的重力矢量和未畸变点云的状态。然后，重力矢量通过旋转矩阵  $\mathbf{R}_g^z$  与世界参考系的  $z$  轴对齐，状态也通过该矩阵旋转。之后，重力矢量将在后续模块中固定。基于优化状态构建的自适应体素地图将作为后续里程计模块的初始局部地图。每次启动（或重启）时仅进行一次初始化，这意味着后续的 LiDAR 扫描和 IMU 测量数据将直接输入里程计模块。

## VI. ODOMETRY

在体素 SLAM 中，里程计通过扫描到地图配准来利用短数据关联。里程计的目的是以最小的时间延迟估计当前状态，这对于规划和控制等其他任务至关重要。估计的状态也为后续的局部建图模块提供了相对准确的初始值。

#### A. State Prediction and Update

为了对局部自适应体素地图进行状态估计，我们使用 [19] 中的方法进行扫描到地图对应，并使用 [8] 中的扩展卡尔曼滤波器（EKF）将 LiDAR 和惯性测量紧密耦合。具体而言，在同步 LiDAR 扫描和 IMU 测量后，里程计通过 IMU 传播预测状态，同时补偿 LiDAR 扫描的运动畸变。去畸变点云中的点以规定的分辨率  $L_d$  在空间上进行下采样，并通过预先知道的 LiDAR-IMU 外部参数从 LiDAR 坐标系变换到 IMU 坐标系。扫描中的每个点通过 [19] 中的方法计算协方差矩阵，并投影到世界坐标系中，以最大概率匹配体素地图中的平面。点到平面的距离被用作系统测量值，并在误差状态迭代卡尔曼滤波器 [8] 中更新 IMU 预测状态。估计状态和 LiDAR 扫描将发布到其他模块进行进一步处理。

#### B. Detection of System Divergence

当机器人遇到缺乏足够几何特征的退化环境时，状态估计将变得不确定。这会导致 SLAM 系统发散并失效，应主动监控并处理这种情况。在体素 SLAM 中，我们会在每次扫描配准后检测系统的潜在发散。在里程计中进行状态估计后，收集用于扫描到地图对应关系的平

面，并使用附录 B 中的方法评估退化程度。由于 IMU 在短时间内的预测相对准确，扫描中偶尔出现的退化不被视为发散。连续扫描中持续出现的退化将被视为发散。在这种情况下，当前数据会话将被保存，整个系统将从远离当前会话的新原点重新启动，以防止下一个会话中的点与当前会话中的点重叠。重新启动还将触发新的初始化，以获取下一个会话的初始状态和局部地图。

## VII. LOCAL MAPPING

局部建图利用中期数据关联，在滑动窗口内优化局部体素地图和所有近期状态。与里程计相比，局部建图更精确、更稳健，因为其激光雷达-惯性导航单元 (BA) 利用激光雷达和惯性测量单元 (IMU) 的较长周期测量数据进行状态估计。

### A. Keyframe Loading and Voxelization

当局部建图接收到 IMU 测量值和当前 LiDAR 扫描及其从里程计估计的状态时，扫描中的点将根据它们在世界坐标系中的位置分配到相应的体素中。同时，根据 [26] 对 IMU 测量值进行预积分以获得 IMU 预积分因子。由于仅维护当前 LiDAR 位置周围距离  $L_m$  内的局部地图，因此在重新访问当前或之前会话中存在的位置时，体素地图无法确保长期数据关联。为了建立长期关联，我们动态加载关键帧时间上较远（例如， $\geq 1$  分钟以避免最近的关键帧）但在空间上接近（例如， $\leq 10$  米）当前扫描，该技术在 [10] 中被证明是有效的。这些关键帧中的点分布到相应的体素中，作为滑动窗口 BA 优化的固定历史地图约束。

将当前扫描或动态加载的关键帧中的点分配到体素中时，我们会跟踪包含新添加点的体素。这些体素会被枚举，其中所有包含的点（无论是来自当前扫描、关键帧还是现有点）都会经过自适应体素化（参见 III-C 部分），直到每个叶节点都拥有一个有效的平面。在每个叶节点中，所有点都会被编码成一个紧凑的结构，即点簇 [16]，滑动窗口内的不同扫描将拥有不同的点簇。叶节点中剩余的点被称为“固定”点，并作为滑动窗口优化的地图约束（这些点可能来自动态加载的关键帧或先前被边缘化的扫描，如 VII-C 节所述）。这些“固定”点被编码为单个点簇，该点簇与滑动窗口中每个扫描的点簇一起，将直接用于 BA 优化，而无需逐个枚举每个点。

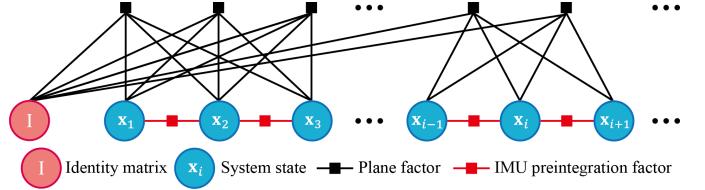


图 3. 局部建图中使用的 LiDAR-惯性光束平差的因子图表示。“单位矩阵”表示来自“固定”点（以点簇的形式表示）的地图约束，这些点不在滑动窗口优化范围内，而是在世界坐标系中表示。

### B. Sliding Window BA Optimization

在获得点簇关联和 IMU 预积分后，滑动窗口光束平差优化采用 IV 节中的 LiDAR-惯性光束平差优化来优化滑动窗口内的所有状态。滑动窗口 BA 优化与IV节中的优化的一个区别在于，滑动窗口 BA 优化引入了每个体素中“固定”点的约束，将其作为地图约束，以确保世界坐标系中估计的准确性。另一个区别在于，由于初始化已经很好地估计了重力矢量，因此重力矢量是固定的。图3是滑动窗口 LiDAR-惯性 BA 优化的因子图表示。

### C. Map Marginalization

BA 优化后，局部体素地图中的点簇和平面参数（平面中心和法向量）将通过优化后的状态进行更新。更新后的平面将用于里程计模块的下一次扫描到地图的对应。此外，滑动窗口内最旧的扫描将被边缘化。也就是说，最旧的扫描将从滑动窗口中移除，其在每个叶节点中的点将合并到“固定”点簇中作为地图约束。边缘化后，最旧的扫描及其位姿将被送去进行回环检测，以便进一步处理。此外，如果体素的叶节点没有与滑动窗口内的状态对应的点，或者其与当前位置的距离大于局部地图大小  $L_m$ ，则将从局部地图中移除，以减少内存占用。

## VIII. LOOP CLOSURE

在我们的框架中，回环检测有两个重要用途。首先，通过利用长期数据关联，它能够通过检测先前访问过的位置来有效地缓解漂移，并通过位姿图优化 (PGO) 来校正累积误差。其次，回环闭包将当前会话与同一世界坐标系下的先前会话进行匹配，从而实现多地图数据关联。此过程能够整合和对齐从不同地图构建会话收集的数据，从而有助于创建统一的环境地图。

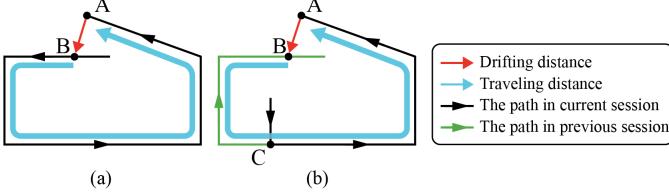


图 4. 漂移距离和行进距离。(a) 候选循环关键帧位于当前会话中。行进距离是从候选循环关键帧 B 到当前关键帧 A 沿当前会话累积的距离。(b) 候选循环关键帧位于上一个会话中。行进距离是沿着前一个会话从候选循环关键帧 B 到前一个循环关键帧 C, 然后沿着当前会话从 C 到当前关键帧 A 的累积距离。对于这两种情况, 漂移距离是当前关键帧 A 与候选循环帧 B 之间的相对距离, 该距离由回环检测方法 BTC [18] 计算得出。

#### A. Keyframe Generation and Loop Detection

扫描帧在局部地图中被从滑动窗口边缘化后, 会被回环模块推送到位姿图中。 $N$  个连续的边缘化扫描累积成一帧, 如果当前帧与最新关键帧之间的移动距离和旋转角度大于预设阈值 (例如, 0.5 米和 5 度), 则该帧被选为关键帧。该关键帧用于提取 BTC 描述符, 并匹配当前会话和之前会话中的候选回环关键帧, 详情请参阅 [18]。同时, 该关键帧会被发送到线程进行全局地图构建, 以便进一步处理。

识别出回环候选后, 必须验证其真实性以避免误报。除了 BTC [18] 内置的几何验证之外, 我们还采用了两个额外的标准来增强回环检测的可靠性。(1) 当前关键帧与检测到的候选帧的点到平面对齐应包含三个线性无关方向的平面约束, 其标准见附录 B。(2) 漂移距离与行进距离的比率应足够小 (例如,  $\leq 1\%$ )。此标准适用于候选循环关键帧位于当前会话内 (参见图 4(a)) 或第二次 (或多次) 位于上一会话内 (参见图 4(b)) 的情况。此标准基于以下观察: 在性能良好的 SLAM 系统中, 行进固定距离后的漂移量基本在某个值范围内。如果比率过大, 则本次循环检索很可能不匹配。此外, 如果候选循环关键帧首次出现在前一个会话中, 则第二个标准将不适用, 并且第一个标准以及 BTC [18] 内的几何验证应该更加严格, 因为如果第一次跨会话的循环检测错误, 将对系统后续运行产生不利影响。

#### B. Pose Graph Optimization and Map Rebuilding

成功进行回环检测后, 如果检测到的回环关键帧首次出现在前一个会话中, 则通过将当前会话中的所有位姿与前一个会话的世界坐标系对齐, 并将两个会话的位姿图连接起来, 将当前会话连接到前一个会话。否则, 如果检测到的回环关键帧第二次 (或更多次) 出现在前

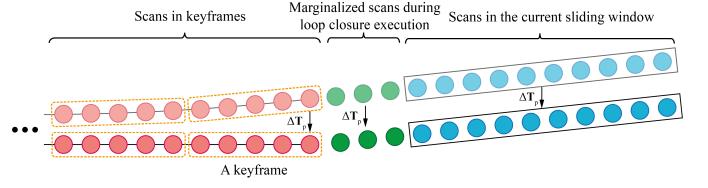


图 5. PGO 前后的扫描。红色节点表示已添加到位姿图中的扫描。绿色节点表示在回环执行过程中从局部地图中边缘化的扫描, 因此尚未添加到位姿图中。蓝色节点表示局部地图当前滑动窗口中的扫描。顶部和底部的节点分别表示 PGO 前后的扫描。 $\Delta T_p$  是位姿图中最后一次扫描的位姿校正, 用于校正超出位姿图范围的后续扫描。

一个会话中, 或者出现在当前会话中, 则这两种情况都会导致位姿图中出现回环, 随后通过 GTSAM [48] 触发位姿图优化 (PGO)。

通过 PGO 更新扫描位姿后, 关键帧和子图的位姿也会通过其对应的更新扫描位姿进行同步, 如图 1 的数据金字塔所示 (参见图 5 中的红色节点)。此外, 位姿图之外的扫描位姿也应进行更新, 以确保系统的一致性。这些扫描包括: (1) 回环执行期间的边缘化扫描 (参见图 5 中的绿色节点); 以及 (2) 当前滑动窗口中的所有扫描, 该窗口在上一个扫描添加到位姿图后向前滑动 (参见图 5 中的蓝色节点)。这两类扫描的位姿均通过变换  $\Delta T_p$  进行校正, 该变换是对位姿图中最后一类扫描的位姿校正, 如图 5 所示。然后, 这两类更新位姿的扫描, 以及位姿图中最近五个关键帧中的所有扫描, 将用于构建新的自适应体素地图。在新的体素地图的每个叶节点中, 点属于关键帧, 而边缘化的扫描点是作为地图约束的“固定”点, 因此它们被编码为一个点簇。相反, 属于当前滑动窗口中扫描点的点则被单独编码为点簇 (参见 VII-A 节)。最终, 新的体素地图将取代原始体素地图, 供未来的里程计和局部建图使用。为了节省计算资源, 仅当 VIII-A 节中的漂移距离大于预定阈值 (例如 0.1 米) 时, 才进行 PGO 和地图重建。

## IX. GLOBAL MAPPING

由于位姿图优化 (PGO) 仅考虑位姿约束, 无法直接捕捉地图一致性约束, 因此, 在多会话 SLAM 中, 回环得到的点云地图可能会出现不一致的情况。为了解决这个问题, 我们引入了全局建图, 进一步优化回环得到的位姿和地图, 并采用分层全局 BA 方法 [17] 来减少过多的优化维度。

基于图 1 中的数据金字塔, 全局建图线程包含三个步骤。首先, 全局建图线程从回环线程接收关键帧后, 实时对关键帧窗口执行光束法平差 (BA)。该窗口大小

为 10，滑动步长为 5。在每个滑动窗口 BA 中，第一个关键帧的位姿固定在 PGO 结果上，其余九个关键帧的位姿在优化过程中同时进行优化。之后，将每个窗口中的 10 个关键帧合并为一个子图。其次，在当前会话结束（例如，数据采集结束或系统重启）后，对子图进行全局 BA。考虑到 PGO 返回的扫描位姿可能无法提供足够的全局地图一致性，全局子图 BA 采用 V-A 节中的由粗到细体素化和 BA 优化方法，其中删除了 IMU 预积分因子和重力优化。从关键帧到子图，再从子图到全局图的 BA 优化在 [17] 中称为自下而上的 BA 优化，与直接在关键帧或扫描上进行全局 BA 相比，这种方法显著降低了优化维度。最后，采用 PGO 自上而下优化 [17] 来提高全局一致性。

## X. EXPERIMENTAL RESULTS

我们进行了五组实验来验证系统的准确性和多功能性，具体如下：

- 1) 评估初始化的鲁棒性、准确性和时间消耗。
- 2) 单会话 SLAM 基准测试与其他里程计和 SLAM 方法的比较。
- 3) 多会话 SLAM 实验。
- 4) 在计算能力受限的计算机上进行具有在线重定位功能的多会话 SLAM。
- 5) 上述实验 2)-4) 的计算时间。

我们使用了三个存在显著差异的公共数据集：Hilti [49, 50]、MARS-LVIG [51] 和 UrbanNav [52]，共包含 30 个序列，以及一个包含 2 个序列的私有数据集。所有 32 个序列的持续时间和距离的详细信息列于附录 C 的表 VIII 中。Hilti 是在室内和室外结构化施工环境中收集的 SLAM 数据集。我们使用他们的手持序列，这些序列由 Hesai XT-32 激光雷达和 Bosch BMI085 IMU 以 400 Hz 的频率收集，并且可以从他们的网站导出绝对轨迹误差 (ATE) 结果。MARS-LVIG 使用无人机 (UAV) 上的下视 Livox Avia 激光雷达（内置 200 Hz 的 IMU BMI088）在约 100 米的高度收集数据。UrbanNav 是一个城市机器人汽车数据集，使用 400 Hz 的 Xsens-MTI-30 IMU 和 HDL-32E 激光雷达。我们的私有数据集是在一台轻量级手持设备上收集的，如图 13 所示，该设备配备了 Livox Avia 激光雷达及其内置惯性测量单元 (IMU)。在上述所有序列中，激光雷达的运行频率均为 10 Hz。

上述前三个实验是在一台配备 3.5 GHz Intel i7-10750H CPU 和 32 GB 内存的笔记本电脑上运行的。

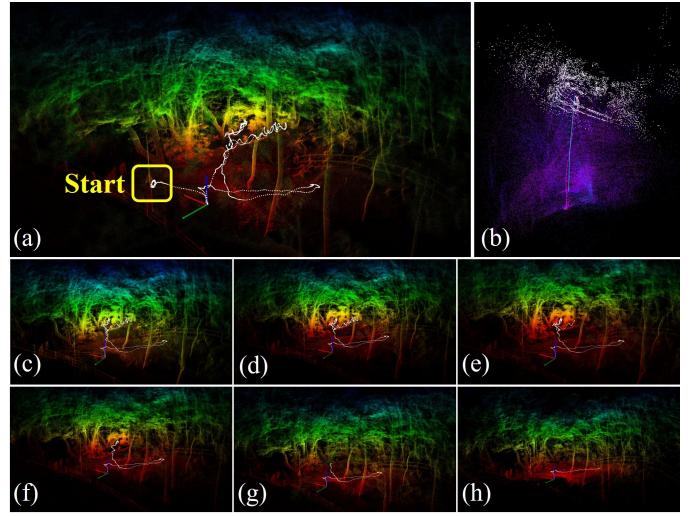


图 6. 具有较大初始运动的序列。(a) Voxel-SLAM 成功初始化并完成整个序列。(b) FAST-LIO2 由于剧烈的初始运动而发散。(c)-(h) Voxel-SLAM 从序列的 1/7 到 6/7 开始成功初始化，证明了初始化的稳健性。

第四个实验是在一台配备 3.0 GHz Intel i3-N305 CPU 和 16 GB 内存的机载计算机上运行的。无论数据集或序列如何，扫描的根体素大小和空间下采样分辨率在所有室内环境中均为  $L_r = 1$  米和  $L_d = 0.1$  米；在所有室外场景中均为  $L_r = 2$  米和  $L_d = 0.25$  米；在高空俯视环境中均为  $L_r = 4$  米和  $L_d = 0.5$  米。局部体素地图大小为  $L_m = 1,000$  米，图谱最大层数为  $l_{max} = 3$ 。平面上的最小点数为  $N_{min} = 5$ ，平面准则为  $\frac{\lambda_3}{\lambda_2} < \frac{1}{16}$ ，其中  $\lambda_l$  ( $l = 1, 2, 3$ ) 是平面协方差矩阵的特征值，且  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ 。初始化、LiDAR-惯性 BA 和关键帧 BA 的滑动窗口大小均为  $N = 10$ 。这些参数在所有数据集和序列中保持不变。更多实验细节可参见视频<sup>2</sup>。

### A. Initialization

1) Qualitative analysis: 为了证明初始化的鲁棒性，我们在非结构化森林环境中收集的私有序列“private1”上进行了测试。该序列具有快速旋转和快速摇动，初始角速度为 83.1deg/s，线性加速度为 6.7 m/s<sup>2</sup>（不包括重力加速度）。尽管初始条件较大，Voxel-SLAM 仍然可以成功初始化，并生成反映真实运动的轨迹和一致的地图，如图 6(a) 所示。由于缺乏鲁棒的初始化模块，FAST-LIO2 的里程计在开始时会出现发散。FAST-LIO2 会累积短时间的 IMU 测量值来计算平均线性加速度矢量。然后将该矢量缩放到 9.8 m/s<sup>2</sup>，作为估计的重力矢量。由于初始加速度高达 6.7 m/s<sup>2</sup>（不包括

<sup>2</sup><https://youtu.be/Cg9W01aIUzE>

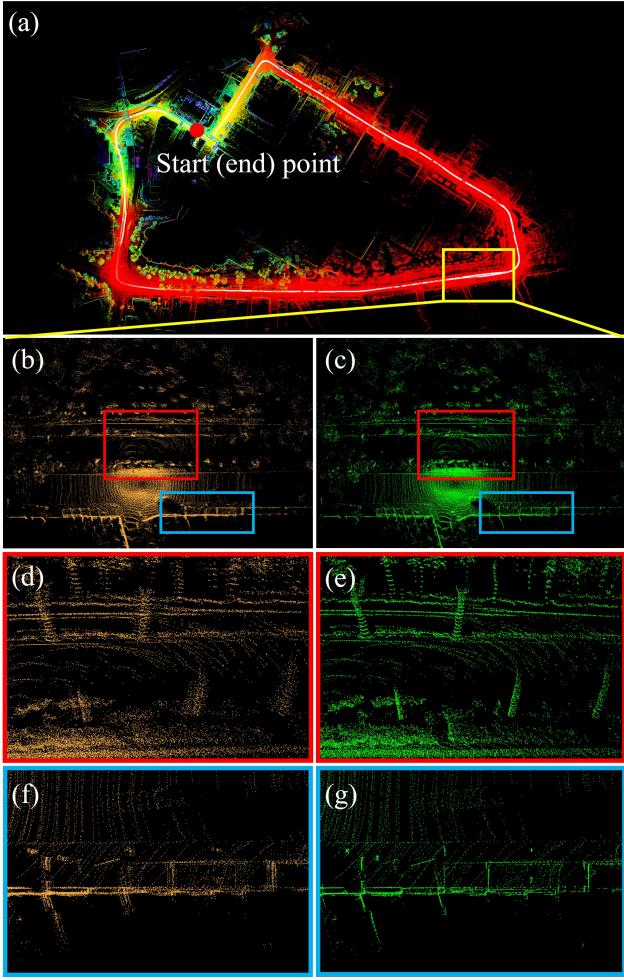


图 7. (a) 序列“urban1”的点云图。(b)-(g) 是从(a)中黄色框位置开始初始化获得的点云图，初始速度为 9.6 m/s。左列图(b, d, f)为初始化过程中 BA 前扫描状态不准确的地图，右列图(c, e, g)为初始化过程中 BA 后的地图。

重力加速度)，因此通过以下方式计算的重力矢量方向 FAST-LIO2 的预测结果与实际情况相差甚远，导致了如图 6(b) 所示的发散。为了进一步证明初始化模块的有效性，我们在序列中不同的起始时间点启动系统，范围从持续时间的  $\frac{1}{7}$  到  $\frac{6}{7}$ 。相应的结果分别如图 6(c) 至 (h) 所示。这些结果进一步证明了初始化模块在各种初始条件和环境下的稳健性。

2) Quantitative analysis: 接下来，我们使用 UrbanNav [52] 中的序列“urban1”对初始化进行定量分析。该数据集是在高速公路上采集的，并以 1 Hz 的频率提供地面真实位姿和速度。初始化模块会沿着该序列在不同的时间点执行。在每种情况下，我们都会评估初始速度和重力矢量，这两个参数是影响初始化的重要参数。对于评估所需的地面真实速度，“urban1”提供 IMU 本体坐标系中的地面真实速度。每次初始化后，我们将

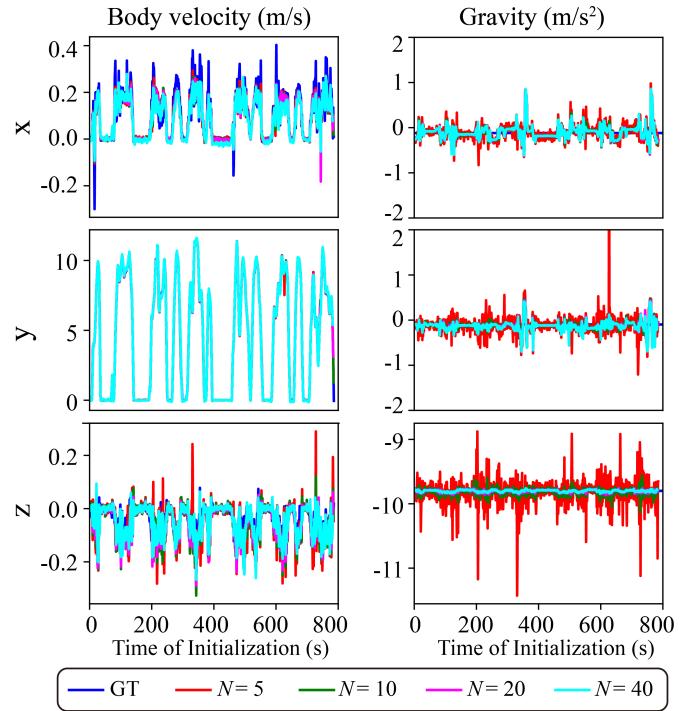


图 8. 序列“urban1”中估计的初始速度和重力矢量。每个子图的 X 轴表示初始化开始执行时序列的时间。所有图中的不同颜色表示使用不同滑动窗口大小的估计值。

表 I  
初始化过程中不同窗口大小的估计误差 (RMSE) 和平均计算时间

窗口大小 (N)	5	10	20	40
速度误差 (m/s)	0.1449	0.1247	0.1239	0.1233
重力误差 (m/s <sup>2</sup> )	0.4636	0.3057	0.2801	0.2748
计算时间 (s)	0.1423	0.2910	0.6938	2.1138

估计的 IMU 状态的速度转换到其本体坐标系中，以便直接与地面真实速度进行比较。由于地面真实重力矢量并非直接从数据集中提供，因此我们计算序列前 1 秒的平均 IMU 加速度作为地面真实重力矢量。我们通过地面真实速度和对摄像头图像的观察 (IMU 和摄像头为刚性连接) 来确认 IMU 在此期间处于静止状态。未评估初始化过程中计算出的相对扫描位姿和偏差。原因是由于地面真实位置的频率较低 (1 Hz)，因此无法获取地面真实位置的相对扫描位姿，并且地面真实位置的 IMU 偏差在现实世界中也无法获取。除了从序列中的不同时间点开始之外，我们还探讨了不同滑动窗口 (5、10、20 和 40) 对初始化模块性能的影响。

图 7 显示了在结构化和非结构化混合环境下进行初始化实验之一的点云图。此例中的初始速度为 9.6 米/秒。图 7(b, d, f) 显示了通过 LIO 获得的点图，该图

作为初始化中 BA 优化的输入 (第 1 节 V)。图 7(c, e, g) 展示了初始化方法经过粗到精体素化和 BA 优化后得到的优化点云。我们可以看到，树干和墙壁上的点云一致性得到了显著提升，证明了初始化方法的有效性。

图 8 和表 I 展示了真实值与估计的初始速度和重力矢量之间的对比。我们可以看到，无论初始化开始执行的时间如何，甚至在非常高的初始速度（例如，超过 10 m/s）下，所有大小的滑动窗口（从 5 到 40）都能很好地估计速度。对于重力矢量，估计误差随着滑动窗口大小的增加而减小。这是因为较大的滑动窗口大小可以利用更长的 IMU 数据，从而增加信息量。

这些结果表明，即使在高速下，我们的初始化方法也能很好地初始化系统状态和初始局部地图。初始速度，给定足够的滑动窗口大小。考虑到滑动窗口大于 10 后，速度和重力矢量的估计误差不会明显减小，但较大的滑动窗口大小会显著增加计算时间，我们在 Voxel-SLAM 中固定  $N = 10$ 。

### B. Single-Session SLAM

在本节中，我们将所提出的 Voxel-SLAM 系统与其他最先进的开源 LiDAR (惯性) 里程计进行比较，包括 LINS [27]、FAST-LIO2 [13]、Faster-LIO [14]、Point-LIO [15]，以及具有回环功能的全 SLAM 系统，包括 LeGO-LOAM [21]、LiLi-OM [24]、LIO-SAM [25] 和 LTA-OM [10] (具有回环功能的 FAST-LIO2)。除非明确说明，所有比较方法均使用其默认参数。在评估里程计的准确性时，我们禁用了上述所有 SLAM 方法的回环功能 (LC)。具体来说，我们利用里程计 (Odom)、局部建图 (LM)、回环 (LC) 和全局建图 (GM) 对我们的系统进行了消融研究。我们系统及其相关模块分别表示为“我们的 (Odom)”、“我们的 (Odom + LM)”、“我们的 (Odom + LM + LC)”和“我们的 (完整)”。

1) *Hilti handheld dataset*: 表 II 列出了所有里程计和 SLAM 方法的绝对轨迹误差 (ATE)。Hilti 数据集的主要难点在于穿越狭窄楼梯，这对 LiDAR 里程计来说是一个巨大的挑战，因为其特征约束有限，并且存在潜在的退化风险（例如序列 03、05、07 和 13），如图 3 中的红框所示。LeGO-LOAM、LiLi-OM、LINS 和 LIO-SAM 在这些具有挑战性的序列中失败了。“LIO”系列方法，包括 FAST-LIO2、Faster-LIO 和 Point-LIO，在处理楼梯时表现出更强的鲁棒性，但仍然存在异常大的位姿误差。我们基于体素地图的里程计通过采用自适

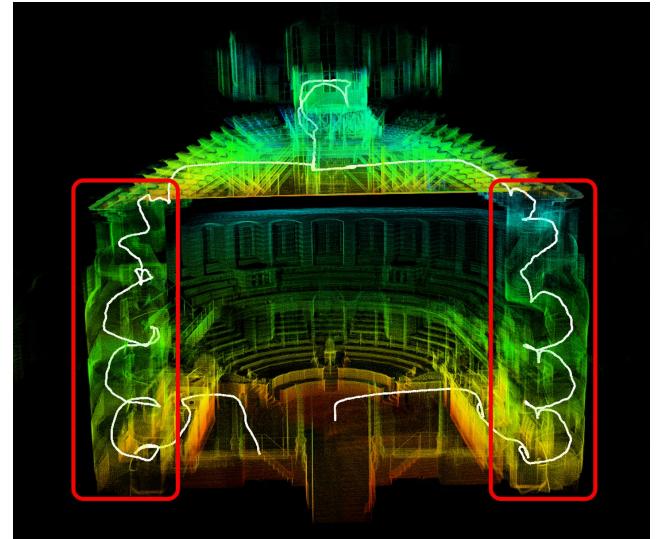


图 9. 序列“hilti05”的点云图由我们的完整体素-SLAM 系统构建。红框显示了在狭窄楼梯中点云图的轨迹。

应分辨率缓解了这个问题，从而在这些场景中显著降低了位姿误差。此外，通过结合局部建图，我们的里程计显著提高了楼梯的精度，并在所有序列中达到了最高的精度。主要原因是，与所有先前 LIO 方法在扫描到地图配准中使用的短期数据关联相比，我们利用了更长的数据关联进行估计。

所有采用 LC 的 SLAM 方法的 ATE 列于表 II 中。总体而言，由于考虑了额外的回环约束，所有 SLAM 方法的准确率都高于其对应的里程计方法。比较所有 SLAM 方法，即使没有全局建图，我们的方法也在所有序列中取得了最高的准确率。通过全局建图，我们的方法进一步减少了所有轨迹误差。这些准确率的提升证实，由于利用了长期数据关联，全局建图在所有序列中都获得了更好的优化结果。即使在未检测到回环检索的情况下（例如序列 04、09、10、11、13），全局建图仍然可以提高准确率，而其他方法则缺乏进一步优化其估计值的手段。

2) *MARS-LVIG aerial mapping dataset*: MARS-LVIG 数据集 [51] 具有独特的空中俯视视角，高度约为 100 m。LeGO-LOAM 和 LINS 无法运行此数据集，因为它们的特殊特征提取不适用于 Livox AVIA 激光雷达。我们按照 LIO-SAM 的说明对其进行适配，其余方法无需修改即可在 Livox AVIA 激光雷达上自然运行。所有方法在此数据集上的 ATE 结果列于表 III 中。序列名称首字母相同的序列路径相同，但飞行速度不同。与 Hilti 数据集的结构化、小环境和缓慢的运动不同，

表 II  
ABSOLUTE TRAJECTORY ERROR (RMSE, CENTIMETERS) FOR DIFFERENT ODOMETRY AND SLAM METHODS IN HILTI

Sequences (cm)	hilti01	hilti02	hilti03	hilti04	hilti05	hilti06	hilti07	hilti08	hilti09	hilti10	hilti11	hilti12	hilti13
<i>(odometry without LC)</i>													
LeGO-LOAM	9.1	47	-	25.3	-	67	-	25.3	12.7	14.3	27.1	19.7	-
LiLi-OM	6.2	22.2	-	31	-	28.9	-	20.3	6.9	8.5	19.9	25.3	-
LINS	6.5	18.8	-	20.7	-	23.1	-	17.8	7.5	9.9	28.1	20.0	-
LIO-SAM	7.4	15.2	-	23.4	-	17.4	-	22.4	6.6	6.8	17.6	16.8	74
FAST-LIO2	1.3	2.8	32	6.7	55	2.4	72	1.7	2.4	1.8	4.2	3.5	16
Faster-LIO	1.1	2.1	37	5.0	73	1.4	61	2.4	1.9	2.3	2.7	2.6	11.4
Point-LIO	1.1	3.0	23	3.7	44	0.9	45	2.6	3.2	1.6	3.6	4.0	9.2
Our (Odom)	1.3	2.5	9.3	4.2	23	1.6	15.7	1.8	1.6	2.0	2.8	2.4	4.3
Our (Odom+LM)	<b>0.8</b>	<b>1.8</b>	<b>3.0</b>	<b>3.4</b>	<b>15.9</b>	<b>0.9</b>	<b>9.8</b>	<b>1.2</b>	<b>1.25</b>	<b>1.4</b>	<b>2.4</b>	<b>1.4</b>	<b>1.26</b>
<i>(full SLAM with LC)</i>													
LeGO-LOAM	8.8	39	-	25.3	-	67	-	22.7	12.6	12.9	27.1	16.2	-
LiLi-OM	6.2	14.2	-	31	-	27.1	-	18.6	6.9	8.0	19.9	22.8	-
LIO-SAM	6.1	10.1	-	23.4	-	13.4	-	17.2	6.6	5.5	17.6	12.5	74
LTA-OM	1.27	2.5	33	6.7	40	2.0	65	1.2	2.4	1.78	4.1	2.9	16
Our (Odom+LM+LC)	0.78	1.8	<b>2.8</b>	3.4	14.2	0.9	9.2	0.90	1.25	1.4	2.4	1.4	1.26
Our (Full)	<b>0.62</b>	<b>1.4</b>	2.9	<b>3.3</b>	<b>13.8</b>	<b>0.7</b>	<b>7.8</b>	<b>0.82</b>	<b>1.00</b>	<b>1.14</b>	<b>1.30</b>	<b>1.22</b>	<b>0.80</b>

表 III  
ABSOLUTE TRAJECTORY ERROR (RMSE, METERS) FOR DIFFERENT ODOMETRY AND SLAM METHODS IN MARS-LVIG

Sequences (m)	mars1-1	mars1-2	mars1-3	mars2-1	mars2-2	mars2-3	mars3-1	mars3-2	mars3-3	mars4-1	mars4-2	mars4-3
<i>(odometry without LC)</i>												
LiLi-OM	4.56	4.81	5.35	3.68	3.72	3.70	10.54	11.66	13.08	-	-	-
LIO-SAM	3.77	4.02	4.79	1.22	1.30	1.39	6.89	6.95	8.62	12.09	11.53	14.64
FAST-LIO2	0.66	0.46	0.48	0.26	0.39	0.59	2.17	2.05	2.51	4.46	6.54	8.37
Faster-LIO	0.42	0.56	0.51	0.27	0.36	<b>0.32</b>	1.71	1.49	3.12	5.50	7.43	8.79
Point-LIO	1.53	1.44	1.47	0.35	0.40	0.69	3.63	3.38	4.23	8.92	9.57	12.45
Our (Odom)	0.45	0.42	0.50	0.24	0.42	0.48	2.25	1.39	1.90	4.21	5.33	7.68
Our (Odom+LM)	<b>0.23</b>	<b>0.35</b>	<b>0.32</b>	<b>0.16</b>	<b>0.25</b>	0.33	<b>1.18</b>	<b>1.17</b>	<b>1.29</b>	<b>2.49</b>	<b>2.87</b>	<b>3.28</b>
<i>(full SLAM with LC)</i>												
LiLi-OM	3.83	4.04	4.10	2.87	2.93	2.85	8.47	8.86	11.55	-	-	-
LIO-SAM	2.90	2.91	3.39	0.55	0.67	0.70	6.36	5.73	7.27	12.09	11.53	14.64
LTA-OM	0.49	0.42	0.39	0.22	0.31	0.40	1.09	1.34	1.47	4.46	6.54	8.37
Our (Odom+LM+LC)	0.22	0.25	0.28	0.16	0.24	0.30	0.98	0.99	1.05	2.49	2.87	3.28
Our (Full)	<b>0.18</b>	<b>0.22</b>	<b>0.26</b>	<b>0.15</b>	<b>0.22</b>	<b>0.29</b>	<b>0.84</b>	<b>0.76</b>	<b>0.70</b>	<b>0.51</b>	<b>0.55</b>	<b>0.77</b>

MARS-LVIG 在大场景中飞行速度很快，最高速度可达 12 m/s，场景中包含大量树林、丘陵和河流等自然景观，如图 10(a) 所示。我们的方法在这些具有快速运动的非结构化环境中仍然很稳健，并且在大多数序列中的里程计和 SLAM 方法中实现了最佳精度。

特别地，第四组序列“mars4-1”、“mars4-2”和“mars4-3”代表了最具挑战性的场景。如图 10(a)-(b) 所示，当无人机飞到山顶时，会出现短暂的退化。虽然除 LiLi-OM 之外的大多数里程计方法都保留了下来，但它们的轨迹在到达山顶后发生了倾斜，其 ATE 值明显

大于表 III 中的其他序列。由于退化，这些里程计方法的点云图表现出不一致，如图 10(c)-(d) 所示，山顶上的点被分成了两层。可以看出，我们采用局部地图的里程计方法（图 10(d)）的分离明显小于代表性的 LIO 方法 FAST-LIO2。（图 10(c)），这得益于中期数据关联的使用。因此，如表 III 所示，我们基于局部建图的里程计的定量 ATE 比其他 LIO 方法要好得多。对于完整 SLAM，所有方法都无法在这三个序列中识别出有效的回环检测，导致 ATE 与它们对应的里程计相同。然而，在全局建图的情况下，我们的方法仍然可以通过由粗到

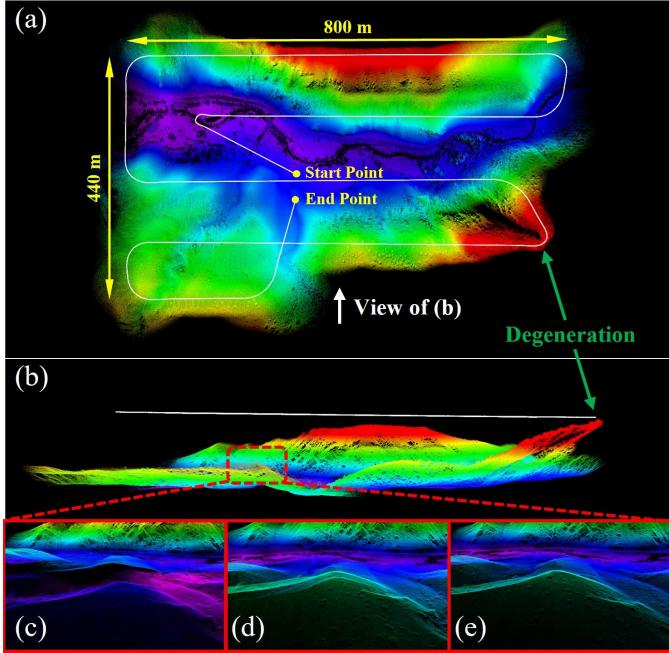


图 10. “mars4-3” 概览。(a)-(b) 俯视图和前视图的全局点云地图。点云地图由我们的完整 Voxel-SLAM 系统构建。(c)-(e) 针对 (a) 中红色虚线框内区域，分别使用 FAST-LIO2、我们的里程计和全局测绘系统构建的局部地图。

表 IV

URBANNAV 中不同方法的里程计和 SLAM 的绝对轨迹误差 (RMSE, 米)

Sequences (m)	urban1	urban2	urban3	urban4	urban5
<i>(odometry without LC)</i>					
LeGO-LOAM	17.93	15.94	11.87	8.53	4.92
LIO-SAM	10.30	11.75	5.90	5.66	1.72
LiLi-OM	11.14	108.22	6.23	7.14	4.12
LINS	12.93	75.93	17.18	9.91	5.21
FAST-LIO2	9.08	7.20	5.22	3.11	1.22
Faster-LIO	9.59	8.14	5.25	3.23	1.62
Point-LIO	8.14	10.53	3.46	3.75	1.18
Our (Odom)	7.83	9.61	4.23	3.30	1.14
Our (Odom+LM)	<b>5.62</b>	<b>7.13</b>	<b>3.45</b>	<b>2.98</b>	<b>1.04</b>
<i>(full SLAM with LC)</i>					
LeGO-LOAM	12.54	10.68	7.23	6.43	2.87
LIO-SAM	8.44	8.87	3.42	3.01	1.17
LiLi-OM	9.43	108.01	4.76	6.52	2.79
LTA-OM	5.28	5.51	2.92	2.73	0.93
Our (Odom+LM+LC)	3.02	4.77	2.15	2.58	0.92
Our (Full)	<b>2.82</b>	<b>4.25</b>	<b>1.74</b>	<b>2.42</b>	<b>0.90</b>

细的体素化和 BA 优化（见 IX 部分）来提高轨迹精度。由粗到细的体素化将分离的点云层体素化为相同的体素，从而将它们关联为一个特征，并在后续的 BA 优化中进行优化。如图 10(e) 所示，该位置的地图一致性得到了显著提高。因此，我们的完整方法在这三个序列中的全局地图也得到了显着的改进，如表 III 所示。

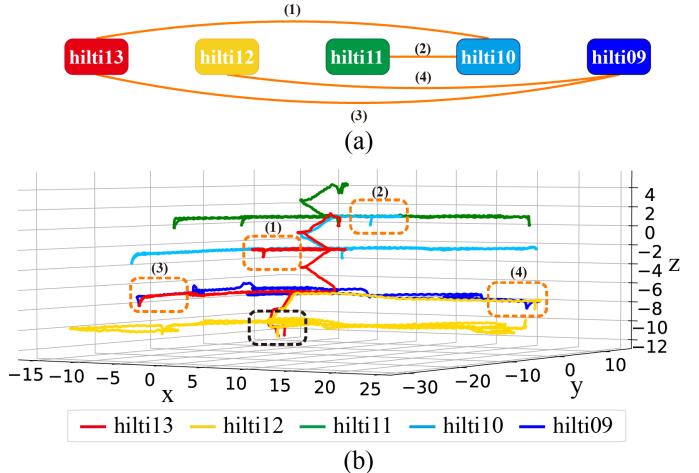


图 11. (a) Hilti 09 - 13 这 5 个序列之间的连通性。连通边上的数字表示检测到的循环的顺序。(b) 这 5 个序列的轨迹，由具有全局地图的完整 Voxel-SLAM 估计。橙色虚线框表示 (a) 中检测到的循环。黑色虚线框表示序列“hilti13”和“hilti12”重叠的位置，但由于缺失检测结果，未被检测为循环。

3) *UrbanNav robotcar urban dataset*: 自动驾驶是 LiDAR SLAM 的一个重要应用领域，我们在 UrbanNav robotcar 数据集上评估了我们的方法。UrbanNav 数据集是在城市场景中收集的，其速度更快（最高速度 13 米/秒），收集时间更长（最长 56 分钟），包含更多动态物体，并且包含之前重访过的地方，这些特点比 Hilti 数据集更明显。表 IV 中的结果证明了我们方法在城市场景中的有效性，在里程计和完整 SLAM 两种情况下，该方法在所有序列和所有评估方法中均获得了最高的准确率。

### C. Multi-Session SLAM

Hilti 09-13 的序列是在同一施工现场采集的，其真实数据共享相同的世界坐标系。我们使用这些序列来测试 Voxel-SLAM 的多会话定位能力。首先，按顺序向 Voxel-SLAM 输入序列“hilti13”、“hilti12”、“hilti11”、“hilti10”和“hilti09”。完成每个序列后，Voxel-SLAM 将其作为先前会话保存在内存中，使系统能够在未来的序列中检索这些先前会话之间的回环检测。运行所有五个序列后，Voxel-SLAM 构建了一个连接图，如图 11(a) 所示，该图成功检测到不同序列中重复访问区域的回环，例如图中标记为 (1-4) 的区域。这将生成一个连通的位姿图，通过该图，可以通过 PGO 和全局地图联合优化所有五个序列的位姿。Voxel-SLAM 估计的位姿轨迹如图 11(b) 所示。

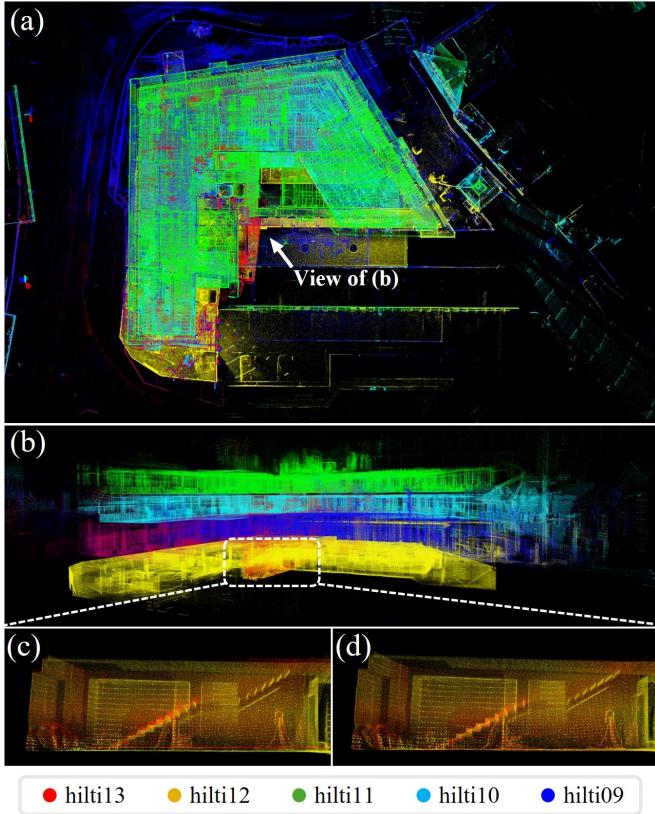


图 12. (a) - (b) 从顶视图和侧视图获得的五个会话的全局点云图。(c) - (d) 分别通过 PGO 和全局地图获得的 (b) 中白色虚线框内区域的放大点云, 该区域也是图 11(b) 中黑色虚线框内的区域。

表 V

每次单独会话和完整多会话的 ATE (RMSE, 厘米), 仅通过姿势图优化 (PGO) 或使用额外的全局地图进行估计

	hilti09	hilti10	hilti11	hilti12	hilti13	Multi-session
PGO only	1.00	1.14	1.30	1.22	<b>0.80</b>	7.6
Global mapping	<b>0.60</b>	<b>0.91</b>	<b>1.13</b>	<b>1.16</b>	<b>0.80</b>	<b>4.9</b>

尽管我们在 Voxel-SLAM 中使用的 BTC 描述符 [18] 具有出色的准确性和鲁棒性, 但仍可能存在环路检测缺失的情况 (例如, 图 11(b) 中的黑色虚线框, 该框也标记在图 12(b) 的白色虚线框中)。此缺失检测发生在狭窄的走廊中, 这对于基于 LiDAR 的位置识别方法来说非常具有挑战性, 导致 “hilti13” 和 “hilti12” 之间的约束不足, 从而限制了 PGO 可达到的精度。该区域对应的点云也表现出明显的不一致性, 如图 12(c) 所示。全局建图可以有效解决此问题, 如图 12(d) 所示。通过全局建图精炼的完整点云如图 12(a, b) 所示, 并按不同序列着色。表 V 展示了仅使用 PGO 或附加全局建图的 Voxel-SLAM 估计的轨迹的 ATE。全局建图的应用不仅提高了所有五个序列的多会话精度, 而且由

于充分利用了多地图数据关联, 也提高了每个会话的精度。

上述多会话实验进一步证明了全局建图带来的性能提升, 尤其是在地图一致性方面。在上述分析中, 我们并未比较 LTA-OM [10] 的结果。尽管 LTA-OM 具备多会话 SLAM 能力, 但它仅支持在一个先前会话中查找回环, 无法同时处理多个先前会话。此外, 它无法找到 “hilti11” 和 “hilti10” 之间的回环。

#### D. Relocalization

本实验评估了系统在遭遇退化后重新定位的能力。此外, 考虑到该系统应用于计算资源有限的移动机器人, 我们在搭载英特尔 i3-N305 CPU 的机载计算机上进行了评估。所用的序列 “private2” 是使用手持设备采集的。实验测试了 Voxel-SLAM 的所有功能, 包括在数据采集过程中的非零状态初始化 (和重新初始化)、里程计、局部建图、跨多个会话的回环检测、重定位和全局建图。所有这些功能均在机载计算机上在线执行。

如图 13 所示, 该序列是在校园环境中采集的, 该环境中有许多移动的行人, 高度差异很大, 空间狭窄 (例如电梯内) 会导致退化和运动模糊, 并且周围环境混合了结构化和非结构化环境。采集轨迹如图 14 所示, 从起点到终点按航点 A-G 的顺序排列。具体来说, 从起点出发后, 我们沿着蓝色路径行走, 这在图中渲染出了绿色点云。13(c), 直到进入电梯 (航点 A), 如图 13(b) 所示。由于电梯内空间狭小, 且 LiDAR 与 IMU 测量值不一致, Voxel-SLAM 检测到系统发散并开始新会话。新会话初始化持续运行但失败, 直到我们离开电梯, 成功初始化的新局部地图如图 13(c) 中的红色点云所示。出电梯后, 我们经过一个有树林和植被的小公园 (航点 B) 和一个狭窄的楼梯 (航点 C), 到达靠近第一个会话起点的航点 D。重新访问起点会导致 Voxel-SLAM 在第一个会话中检测到回环, 并随后进行重定位, 将第二个会话连接到第一个会话, 如图 13(b) 所示。13(d)。我们继续沿着之前的路径行走 (经过路点 E), 由于 Voxel-SLAM 在局部建图时具有回环和关键帧加载功能, 因此它能够持续利用与第一次会话相关的长期关联 (参见 VII-A 部分)。然后, 我们返回到在第一次会话中导致系统发散的电梯 (路点 F), 但这次我们选择了右侧的自动扶梯 (图 13(b))。乘坐自动扶梯不会导致系统退化, 因此当前会话顺利进行, 如图 13(e) 所示。在当前会话和之前的会话中发生多次回环后 (F

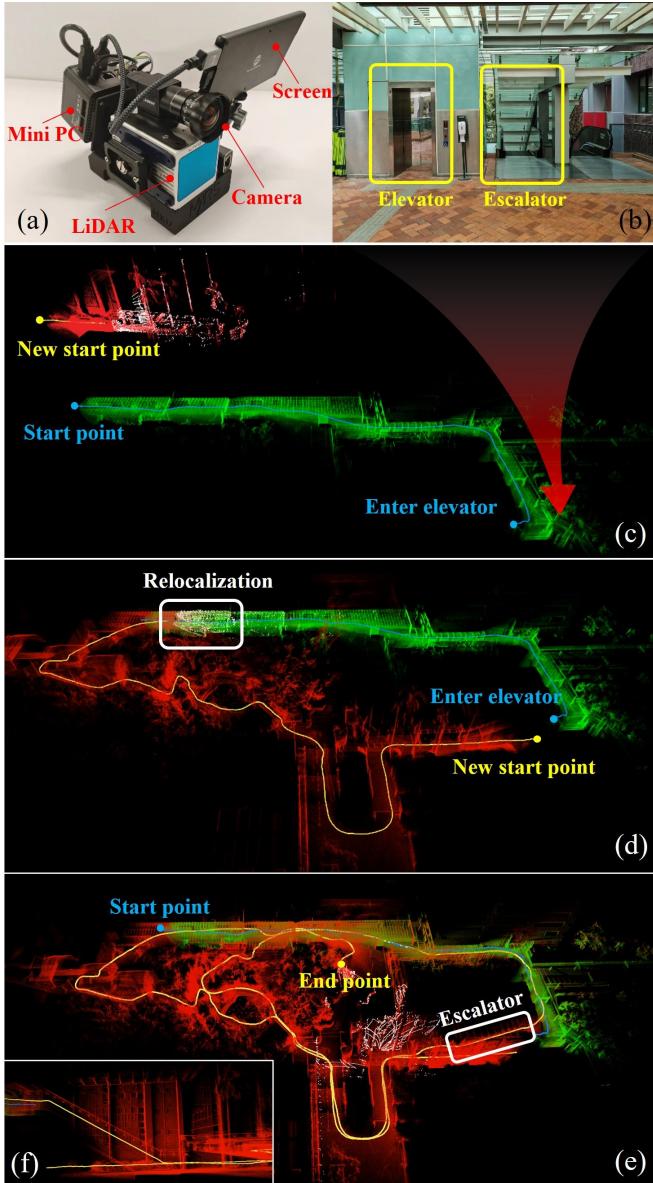


图 13. 序列“private2”。(a) 手持设备。(b) 序列中运行的电梯和自动扶梯。由于空间狭小以及 LiDAR 和 IMU 之间的测量不一致，电梯将导致系统发散。(c) 在第一个会话中检测到发散（绿色）和第二个会话成功重新初始化（红色）后的地图和轨迹。(d) 在第一个会话（绿色）中重新定位第二个会话（红色）后的地图和轨迹。(e) 数据收集结束时的地图和轨迹。(f) 放大的自动扶梯地图。

$\rightarrow G \rightarrow$  终点)，数据采集结束，这将触发全局建图以优化整个点云地图。

在线重定位实验证明了体素 SLAM。进入电梯时，里程计会检测到系统发散并重启系统。初始化过程会在电梯内不断重新初始化，直到我们离开电梯。返回之前访问过的位置时，体素 SLAM 可以将当前会话重新定位到上一次会话的世界坐标系中。重新定位后，充分利用长期和多地图数据关联，包括多个会话间的关键帧加载和回环，以确保地图一致性。两个会话的完整轨迹如

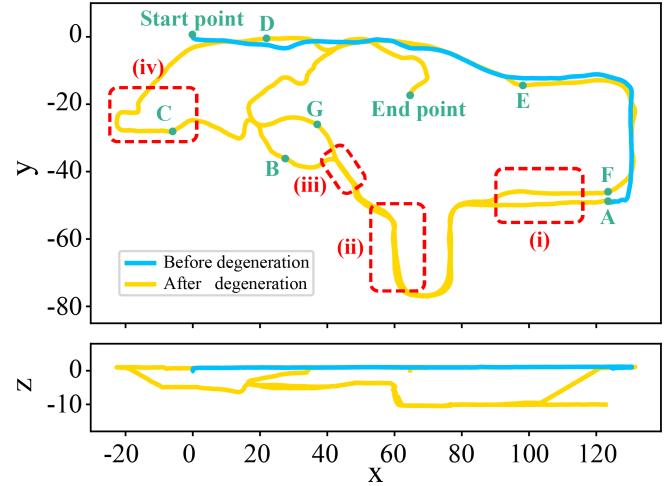


图 14. 俯视图和正视图数据采集的完整轨迹。为了方便读者理解，我们从 A 到 G 标记了一些航点。序列从起点开始，按照航点的顺序行进，直至终点。红色虚线框是将在图 15 中显示点云的位置。

图 14 所示。可以看出，两条轨迹在 z 轴上一致。整个序列的全局点云地图如图 15 (b) 所示，该地图与图 15(a) 所示的 Google Earth<sup>3</sup> 很好地对齐。15(i-iv) 展示了一个或多个会话中重访的多个地点的点云地图。由于在局部建图、回环和全局建图模块中充分利用了长期和多地图数据关联，因此不同会话之间的点云地图保持一致。

#### E. Computation Time

对于所有上述数据集和实验，我们评估了平均时间和总内存消耗。需要注意的是，所有序列中的 LiDAR 扫描频率均为 10 Hz。为了检验系统的实时性，我们计算了分配给每次扫描的每个循环模块（里程计、局部建图、回环检测和关键帧 BA）的平均计算时间。对于里程计和局部建图，它们自然以 LiDAR 扫描频率（即 10 Hz）运行，因此该时间是它们的实际计算时间。对于回环检测和关键帧 BA，它们由事件触发（例如，选择关键帧或检测回环帧），因此我们将它们在整个序列上的总计算时间累加，然后将累加时间除以 LiDAR 扫描次数，即可得出每次扫描的平均时间。由于里程计和局部建图、回环和关键帧 BA 在三个并行线程中执行，因此每个线程的平均时间消耗应小于两次连续激光雷达扫描之间的时间间隔 ( $t_s = 0.1s$ )，以确保实时运行。

表 VI 列出了之前实验中所有序列的时间和内存消耗。可以看出，三个工作线程（单独甚至总和）的时间消耗都远小于扫描间隔  $t_s$ ，证明了即使在计算资源受限的机载计算机上，Voxel-SLAM 也具有实时性能。对于

<sup>3</sup><https://earth.google.com/>

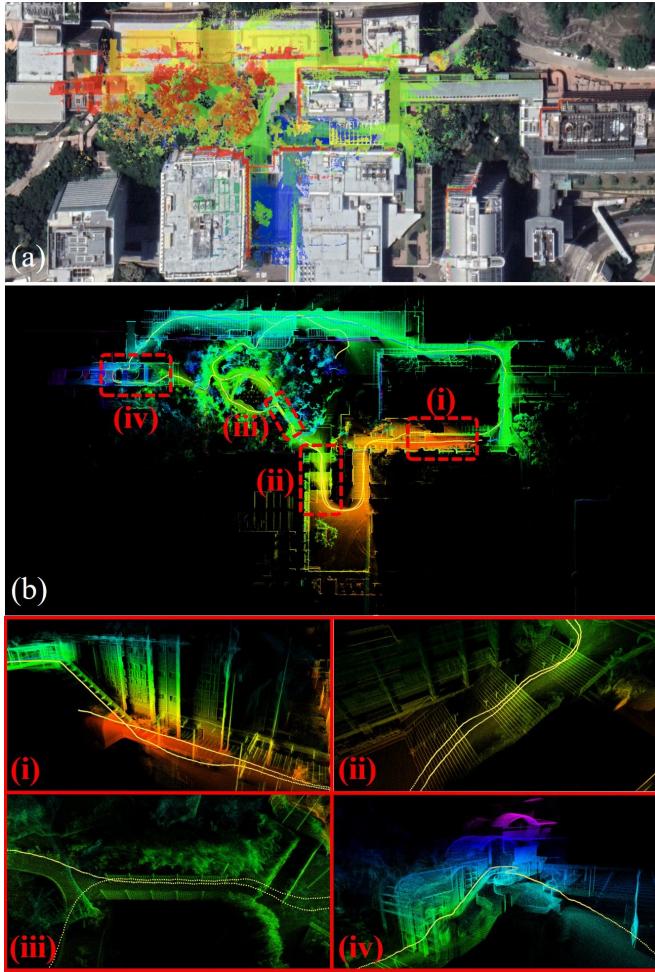


图 15. (a) 与 Google Earth 对齐的地图。(b) 由我们的系统优化的点云地图。(i) - (iv) (b) 中红色虚线框的放大地图。

Voxel-SLAM 中的初始化和全局建图模块，它们通常在每个会话（或序列）之前或之后仅执行一次，因此我们评估它们每次运行的平均时间消耗。如表 VI 所示，会话结束后全局建图的时间消耗远低于（0.6% 到 4.7%）序列持续时间（即数据采集时间），证明了所设计的全局建图模块的高效性。具体而言，在最长的序列“urban3”中，会话结束后的全局建图耗时 79.7 秒，而数据采集持续时间为 56 分钟，轨迹长度为 4.86 公里。

对于利用长期数据关联的系统来说，内存使用率是另一个重要指标，因为系统应该将所有必要信息存储在内存中以检索长期数据关联。如表 VI 所示，即使在资源受限的机载计算机上，内存使用率也远低于物理内存。

## XI. CONCLUSION AND FUTURE WORKS

本文介绍了体素-SLAM：一个完整、精确且多功能的激光雷达-惯性导航系统 (LiDAR-Inertial SLAM)，

包括初始化、里程计、局部建图、回环和全局建图等模块，所有模块均采用相同的自适应体素地图结构。初始化模块展现出卓越的速度和鲁棒性，为后续模块提供精确的状态和一致的地图。里程计模块能够快速估计当前状态，同时感知潜在的系统偏差。局部建图模块利用高效、紧耦合的激光雷达-惯性导航系统 (BA) 同时优化状态和地图，从而提高精度和鲁棒性。回环模块可以在多个会话中检测重访的地点。基于数据金字塔，设计了一种高效且精确的全局建图。总的来说，这些模块充分利用了四种类型的数据关联：短期、中期、长期和多地图。

该系统可扩展至融合图像测量数据，从而增强其在某些退化环境下的鲁棒性，为点云提供颜色信息，并提升位置识别性能。此外，尽管当前系统效率足以在机载计算机上实时运行，但 GPU 并行化可以进一步提升系统效率，尤其是在全局建图方面。体素地图框架非常适合并行操作。

## XII. ACKNOWLEDGEMENT

作者衷心感谢 DJI 和 Livox Technology 在开发过程中提供的资金和设备支持。

## 附录

### A. Iterative Optimization for LiDAR-Inertial BA

The cost function of the LiDAR-inertial BA is,

$$\begin{aligned} & \arg \min_{\mathcal{X}} c(\mathcal{X}) \\ &= \arg \min_{\mathcal{X}} \left( \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \|\mathbf{r}_{i,i+1}(\mathcal{X})\|_{\Sigma_{i,i+1}^{-1}}^2 + \sum_{j=1}^M \lambda_j^{\min}(\mathcal{X}) \right) \end{aligned} \quad (5)$$

其中每一项的定义如下 (2)。给定一个扰动  $\delta \mathcal{X} = [\delta \mathbf{x}_1, \delta \mathbf{x}_2, \dots, \delta \mathbf{x}_N, \delta \mathbf{g}]$  来表示  $\mathcal{X}$ ，

$$c(\mathcal{X} \boxplus \delta \mathcal{X}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \|\mathbf{r}_{i,i+1}(\mathcal{X} \boxplus \delta \mathcal{X})\|_{\Sigma_{i,i+1}^{-1}}^2 + \sum_{j=1}^M \lambda_j^{\min}(\mathcal{X} \boxplus \delta \mathcal{X}) \quad (6)$$

将残差展开到最高二阶近似值，

表 VI  
实验中所有序列的时间和内存消耗的平均值和标准误差

	Hilti	MARS-LVIG	UrbanNav	Private2 (onboard)
<i>(Per scan)<sup>#</sup></i>				
Odometry (sec)	0.008 / 0.003	0.023 / 0.007	0.013 / 0.002	0.008 / 0.002
Local mapping (sec)	0.013 / 0.004	0.032 / 0.010	0.024 / 0.005	0.019 / 0.008
Loop closure (sec)	0.004 / 0.002	0.031 / 0.016	0.010 / 0.002	0.007 / 0.000 <sup>*</sup>
Keyframe BA (sec)	0.002 / 0.001	0.009 / 0.003	0.004 / 0.001	0.004 / 0.000 <sup>*</sup>
Total (sec)	0.027 / 0.009	0.095 / 0.028	0.051 / 0.006	0.037 / 0.000 <sup>*</sup>
<i>(Per running)<sup>#</sup></i>				
Initialization (sec)	0.087 / 0.040	0.453 / 0.102	0.207 / 0.023	0.148 / 0.019
Global mapping after session end (sec)	3.157 / 2.895	20.74 / 16.36	34.20 / 26.24	8.819 / 8.124
Sequence duration (sec)	238.6 / 100.9	556.9 / 290.2	1295 / 1118	694.0 / 0.000 <sup>*</sup>
Total memory usage (GB)	1.068 / 0.510	5.203 / 2.553	4.535 / 1.830	2.932 / 0.000 <sup>*</sup>

\* 由于只评估了一个序列，因此标准误差为零。

<sup>#</sup> 每次扫描和每次运行的平均时间消耗是指将总时间消耗分别分配到每次扫描和每次运行。

二次函数 (8) 在以下情况下达到最小值

$$\begin{aligned}
 c(\mathcal{X} \boxplus \delta\mathcal{X}) &\approx \sum_{j=1}^M (\lambda_j^{\min}(\mathcal{X}) + \mathbf{g}_j \delta\mathcal{X} + \frac{1}{2} \delta\mathcal{X}^T \mathbf{H}_j \delta\mathcal{X}) \\
 &+ \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^{N-1} \left( \|\mathbf{r}_{i,i+1}(\mathcal{X})\|_{\Sigma_{i,i+1}^{-1}}^2 + 2\mathbf{r}_{i,i+1}(\mathcal{X})^T \Sigma_{i,i+1}^{-1} \mathbf{J}_i \delta\mathcal{X} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \delta\mathcal{X}^T \Sigma_{i,i+1}^{-1} \mathbf{J}_i \delta\mathcal{X} \right) \right) \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{j=1}^M \lambda_j^{\min}(\mathcal{X}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \|\mathbf{r}_{i,i+1}(\mathcal{X})\|_{\Sigma_{i,i+1}^{-1}}^2 \\
 &+ \left( \sum_{j=1}^M \mathbf{g}_j + \sum_{i=1}^{N-1} \mathbf{r}_{i,i+1}(\mathcal{X})^T \Sigma_{i,i+1}^{-1} \mathbf{J}_i \right) \delta\mathcal{X} \\
 &+ \frac{1}{2} \delta\mathcal{X}^T \left( \sum_{j=1}^M \mathbf{H}_j + \sum_{i=1}^{N-1} \mathbf{J}_i^T \Sigma_{i,i+1}^{-1} \mathbf{J}_i \right) \delta\mathcal{X} \quad (8)
 \end{aligned}$$

其中  $\mathbf{g}_j$  和  $\mathbf{H}_j$  分别是与第  $j$  个平面特征相关的 LiDAR BA 因子的梯度和 Hessian 矩阵，其精确形式来自 [16]。 $\mathbf{J}_i$  是 IMU 预积分残差  $\mathbf{r}_{i,i+1}$  的 Jacobian 矩阵，它由  $\mathbf{r}_{i,i+1}$  对状态  $\delta\mathbf{x}_i$  的导数和对重力矢量  $\delta\mathbf{g}$  的导数组成。前者与 [26] 相同，后者为：

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta\mathbf{R}_{ij}}}{\partial \delta\mathbf{g}} &= \mathbf{0}_{3 \times 3} & \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta\mathbf{p}_{ij}}}{\partial \delta\mathbf{g}} &= -\frac{1}{2} \mathbf{R}_i^T \Delta t_{ij}^2 \\
 \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta\mathbf{v}_{ij}}}{\partial \delta\mathbf{g}} &= -\mathbf{R}_i^T \Delta t_{ij} & \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta\mathbf{b}_{ij}^g}}{\partial \delta\mathbf{g}} &= \frac{\partial \mathbf{r}_{\Delta\mathbf{b}_{ij}^a}}{\partial \delta\mathbf{g}} = \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\left( \sum_{j=1}^M \mathbf{H}_j + \sum_{i=1}^{N-1} \mathbf{J}_i^T \Sigma_{i,i+1}^{-1} \mathbf{J}_i \right) \delta\mathcal{X}^* = \\
 &- \left( \sum_{j=1}^M \mathbf{g}_j^T + \sum_{i=1}^{N-1} \mathbf{J}_i^T \Sigma_{i,i+1}^{-1} \mathbf{r}_{i,i+1}(\mathcal{X}) \right) \quad (10)
 \end{aligned}$$

最终得到最优解  $\delta\mathcal{X}^*$ 。实际应用中，我们会在 LM 框架内不断迭代优化状态，直至收敛。

### B. Criterion of Degeneration

场景的退化程度由场景中独立平面约束的分布决定。如果三个方向上都存在平面约束，则认为场景未退化。否则，场景正在退化。实际应用中，可以通过矩阵的特征值来检验场景中平面特征的方向分布：

$$\mathbf{M} = \sum \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^T \quad (11)$$

其中， $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  和  $\mathbf{n}_i \in \mathbb{S}^2$  是场景中第  $i$  个平面特征的法向量。矩阵  $\mathbf{M}$  的三个特征值表示沿每个特征向量方向的约束的充分性。因此，我们只需要看最小特征值：如果最小特征值大于预定阈值，则表明即使在最不充分的方向上也有足够的平面约束，表明场景没有退化；否则，认为场景退化。

### C. Detail information of all sequences

表 VII 列出了第 X 节中测试的总共 32 个序列的详细信息。

表 VII  
所有实验序列的详细信息

Sequence	Name	Duration (min:sec)	Distance (km)
hilti01	exp01-construction	3:47	0.16
hilti02	exp02-construction	7:10	0.31
hilti03	exp03-construction	5:09	0.23
hilti04	exp07-long-corridor	2:12	0.11
hilti05	exp09-cupola	7:26	0.19
hilti06	exp11-lower-gallery	2:31	0.08
hilti07	exp15-upper-gallery	4:20	0.13
hilti08	exp21-outside	2:32	0.14
hilti09	site1-handheld-1	3:24	0.17
hilti10	site1-handheld-2	2:47	0.15
hilti11	site1-handheld-3	2:50	0.15
hilti12	site1-handheld-4	4:55	0.28
hilti13	site1-handheld-5	2:39	0.14
mars1-1	HKisland01	9:40	1.85
mars1-2	HKisland02	5:10	1.85
mars1-3	HKisland03	3:46	1.85
mars2-1	HKairport01	10:50	2.04
mars2-2	HKairport02	5:40	2.04
mars2-3	HKairport03	4:00	2.04
mars3-1	AMtown01	20:00	5.11
mars3-2	AMtown02	10:10	5.11
mars3-3	AMtown03	7:10	5.11
mars4-1	AMvalley01	17:00	4.30
mars4-2	AMvalley02	8:45	4.30
mars4-3	AMvalley03	6:00	4.30
urban1	UrbanNav-Medium	13:05	3.64
urban2	UrbanNav-Deep	25:36	4.51
urban3	UrbanNav-Harsh	56:07	4.86
urban4	2019-04-28-20-58-02	8:07	2.01
urban5	2020-03-14-16-45-35	5:00	1.21
private1	Jungle-challenge	2:00	0.06
private2	Campus-elevator	11:34	0.85
<b>Total</b>		281:22	59.28

## 参考文献

- [1] Y. Li and J. Ibanez-Guzman, “Lidar for autonomous driving: The principles, challenges, and trends for automotive lidar and perception systems,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 37, no. 4, pp. 50–61, 2020.
- [2] F. Kong, W. Xu, Y. Cai, and F. Zhang, “Avoiding dynamic small obstacles with onboard sensing and computation on aerial robots,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 6, no. 4, pp. 7869–7876, 2021.
- [3] N. Chen, F. Kong, W. Xu, Y. Cai, H. Li, D. He, Y. Qin, and F. Zhang, “A self-rotating, single-actuated uav with extended sensor field of view for autonomous navigation,” *Science Robotics*, vol. 8, no. 76, p. eade4538, 2023.
- [4] D. Wang, C. Watkins, and H. Xie, “Mems mirrors for lidar: A review,” *Micromachines*, vol. 11, no. 5, p. 456, 2020.
- [5] L. Zhang, D. Chitnis, H. Chun, S. Rajbhandari, G. Faulkner, D. O’Brien, and S. Collins, “A comparison of apd-and spad-based receivers for visible light communications,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 36, no. 12, pp. 2435–2442, 2018.
- [6] Z. Liu, F. Zhang, and X. Hong, “Low-cost retina-like robotic lidars based on incommensurable scanning,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 27, no. 1, pp. 58–68, 2021.
- [7] J. Lin and F. Zhang, “Loam livox: A fast, robust, high-precision lidar odometry and mapping package for lidars of small fov,” in *2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, 2020, pp. 3126–3131.
- [8] W. Xu and F. Zhang, “Fast-lio: A fast, robust lidar-inertial odometry package by tightly-coupled iterated kalman filter,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 6, no. 2, pp. 3317–3324, 2021.
- [9] J. Lin and F. Zhang, “A fast, complete, point cloud based loop closure for lidar odometry and mapping,” *arXiv preprint arXiv:1909.11811*, 2019.
- [10] Z. Zou, C. Yuan, W. Xu, H. Li, S. Zhou, K. Xue, and F. Zhang, “Lta-om: Long-term association lidar-imu odometry and mapping,” *Journal of Field Robotics*, 2024.
- [11] C. Campos, R. Elvira, J. J. G. Rodríguez, J. M. Montiel, and J. D. Tardós, “Orb-slam3: An accurate open-source library for visual, visual-inertial, and multimap slam,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 37, no. 6, pp. 1874–1890, 2021.
- [12] C. Cadena, L. Carlone, H. Carrillo, Y. Latif, D. Scaramuzza, J. Neira, I. Reid, and J. J. Leonard, “Past, present, and future of simultaneous localization and mapping: Toward the robust-perception age,” *IEEE Transactions on robotics*, vol. 32, no. 6, pp. 1309–1332, 2016.
- [13] W. Xu, Y. Cai, D. He, J. Lin, and F. Zhang, “Fast-lio2: Fast direct lidar-inertial odometry,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 38, no. 4, pp. 2053–2073, 2022.
- [14] C. Bai, T. Xiao, Y. Chen, H. Wang, F. Zhang, and X. Gao, “Faster-lio: Lightweight tightly coupled lidar-inertial odometry using parallel sparse incremental voxels,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 7, no. 2, pp. 4861–4868, 2022.
- [15] D. He, W. Xu, N. Chen, F. Kong, C. Yuan, and F. Zhang, “Point-lio: Robust high-bandwidth light detection and ranging inertial odometry,” *Advanced Intelligent Systems*, vol. 5, no. 7, p. 2200459, 2023.
- [16] Z. Liu, X. Liu, and F. Zhang, “Efficient and consistent bundle adjustment on lidar point clouds,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 39, no. 6, pp. 4366–4386, 2023.
- [17] X. Liu, Z. Liu, F. Kong, and F. Zhang, “Large-scale lidar consistent mapping using hierarchical lidar bundle adjustment,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 8, no. 3, pp. 1523–1530, 2023.
- [18] C. Yuan, J. Lin, Z. Liu, H. Wei, X. Hong, and F. Zhang, “Btc: A binary and triangle combined descriptor for 3d place recognition,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 40, pp. 1580–1599, 2024.
- [19] C. Yuan, W. Xu, X. Liu, X. Hong, and F. Zhang, “Efficient and probabilistic adaptive voxel mapping for accurate online lidar odometry,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 7, no. 3, pp. 8518–8525, 2022.
- [20] J. Zhang and S. Singh, “Loam: Lidar odometry and mapping in real-time,” in *Robotics: Science and systems*, vol. 2, no. 9. Berkeley, CA, 2014, pp. 1–9.

- [21] T. Shan and B. Englot, "Lego-loam: Lightweight and ground-optimized lidar odometry and mapping on variable terrain," in *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE, 2018, pp. 4758–4765.
- [22] H. Ye, Y. Chen, and M. Liu, "Tightly coupled 3d lidar inertial odometry and mapping," in *2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, 2019, pp. 3144–3150.
- [23] T. Qin, P. Li, and S. Shen, "Vins-mono: A robust and versatile monocular visual-inertial state estimator," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 34, no. 4, pp. 1004–1020, 2018.
- [24] K. Li, M. Li, and U. D. Hanebeck, "Towards high-performance solid-state-lidar-inertial odometry and mapping," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 6, no. 3, pp. 5167–5174, 2021.
- [25] T. Shan, B. Englot, D. Meyers, W. Wang, C. Ratti, and D. Rus, "Lio-sam: Tightly-coupled lidar inertial odometry via smoothing and mapping," *arXiv preprint arXiv:2007.00258*, 2020.
- [26] C. Forster, L. Carbone, F. Dellaert, and D. Scaramuzza, "On-manifold preintegration for real-time visual-inertial odometry," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 33, no. 1, pp. 1–21, 2016.
- [27] C. Qin, H. Ye, C. E. Pranata, J. Han, S. Zhang, and M. Liu, "Lins: A lidar-inertial state estimator for robust and efficient navigation," in *2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, 2020, pp. 8899–8906.
- [28] C. Yuan, J. Lin, Z. Zou, X. Hong, and F. Zhang, "Std: Stable triangle descriptor for 3d place recognition," in *2023 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, 2023, pp. 1897–1903.
- [29] R. Li, X. Zhang, S. Zhang, J. Yuan, H. Liu, and S. Wu, "Ba-liom: tightly coupled laser-inertial odometry and mapping with bundle adjustment," *Robotica*, pp. 1–17, 2024.
- [30] H. Tang, T. Zhang, L. Wang, X. Niu *et al.*, "Ba-lins: A frame-to-frame bundle adjustment for lidar-inertial navigation," *arXiv preprint arXiv:2401.11491*, 2024.
- [31] X. Chen, A. Milioto, E. Palazzolo, P. Giguere, J. Behley, and C. Stachniss, "Suma++: Efficient lidar-based semantic slam," in *2019 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE, 2019, pp. 4530–4537.
- [32] P. Geneva, K. Eckenhoff, Y. Yang, and G. Huang, "Lips: Lidar-inertial 3d plane slam," in *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE, 2018, pp. 123–130.
- [33] G. Ferrer, "Eigen-factors: Plane estimation for multi-frame and time-continuous point cloud alignment." in *IROS*, 2019, pp. 1278–1284.
- [34] L. Zhou, D. Koppel, and M. Kaess, "Lidar slam with plane adjustment for indoor environment," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 6, no. 4, pp. 7073–7080, 2021.
- [35] H. Huang, Y. Sun, J. Wu, J. Jiao, X. Hu, L. Zheng, L. Wang, and M. Liu, "On bundle adjustment for multiview point cloud registration," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 6, no. 4, pp. 8269–8276, 2021.
- [36] Z. Liu and F. Zhang, "Balm: Bundle adjustment for lidar mapping," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 6, no. 2, pp. 3184–3191, 2021.
- [37] M. Magnusson, H. Andreasson, A. Nuchter, and A. J. Lilienthal, "Appearance-based loop detection from 3d laser data using the normal distributions transform," in *2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2009, pp. 23–28.
- [38] L. He, X. Wang, and H. Zhang, "M2dp: A novel 3d point cloud descriptor and its application in loop closure detection," in *2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE, 2016, pp. 231–237.
- [39] R. Dubé, D. Dugas, E. Stumm, J. Nieto, R. Siegwart, and C. Cadena, "Segmatch: Segment based place recognition in 3d point clouds," in *2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, 2017, pp. 5266–5272.
- [40] S. Belongie, J. Malik, and J. Puzicha, "Shape context: A new descriptor for shape matching and object recognition," *Advances in neural information processing systems*, vol. 13, 2000.
- [41] G. Kim and A. Kim, "Scan context: Egocentric spatial descriptor for place recognition within 3d point cloud map," in *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE, 2018, pp. 4802–4809.
- [42] G. Kim, S. Choi, and A. Kim, "Scan context++: Structural place recognition robust to rotation and lateral variations in urban environments," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 38, no. 3, pp. 1856–1874, 2021.
- [43] D. Gálvez-López and J. D. Tardos, "Bags of binary words for fast place recognition in image sequences," *IEEE Transactions on robotics*, vol. 28, no. 5, pp. 1188–1197, 2012.
- [44] Y. Cui, X. Chen, Y. Zhang, J. Dong, Q. Wu, and F. Zhu, "Bow3d: Bag of words for real-time loop closing in 3d lidar slam," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 8, no. 5, pp. 2828–2835, 2022.
- [45] D. Cattaneo, M. Vaghi, and A. Valada, "Lcdnet: Deep loop closure detection and point cloud registration for lidar slam," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 38, no. 4, pp. 2074–2093, 2022.
- [46] K. Vidanapathirana, M. Ramezani, P. Moghadam, S. Sridharan, and C. Fookes, "Logg3d-net: Locally guided global descriptor learning for 3d place recognition," in *2022 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, 2022, pp. 2215–2221.
- [47] H. Yin, L. Tang, X. Ding, Y. Wang, and R. Xiong, "Locnet: Global localization in 3d point clouds for mobile vehicles," in *2018 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*. IEEE, 2018, pp. 728–733.
- [48] F. Dellaert, "Factor graphs and gtsam: A hands-on introduction," *Georgia Institute of Technology, Tech. Rep*, vol. 2, p. 4, 2012.
- [49] L. Zhang, M. Helmberger, L. F. T. Fu, D. Wisth, M. Camurri, D. Scaramuzza, and M. Fallon, "Hilti-oxford dataset: A millimeter-accurate benchmark for simultaneous localization and mapping," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 8, no. 1, pp. 408–415, 2022.
- [50] A. D. Nair, J. Kindle, P. Levchev, and D. Scaramuzza, "Hilti slam challenge 2023: Benchmarking single+ multi-session slam across sensor constellations in construction," *arXiv preprint arXiv:2404.09765*, 2024.
- [51] H. Li, Y. Zou, N. Chen, J. Lin, X. Liu, W. Xu, C. Zheng, R. Li, D. He, F. Kong *et al.*, "Mars-lvg dataset: A multi-sensor aerial robots slam dataset for lidar-visual-inertial-gnss fusion," *The International Journal of Robotics Research*, 2024.

- [52] L.-T. Hsu, F. Huang, H.-F. Ng, G. Zhang, Y. Zhong, X. Bai, and W. Wen, “Hong kong urbannav: An open-source multisensory dataset for benchmarking urban navigation algorithms,” *NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation*, vol. 70, no. 4, 2023.