Complejidad y Tiempos de Ejecución de Algoritmos

Curso de Estructuras de Datos y Algoritmos I

Prof. Luis E. Garreta U.

lgarreta@uao.edu.co

Universidad Autonoma de Occidente – Cali
Depto. Operaciones y Sistemas
Facultad de Ingeniería

30 de enero de 2018

Sobre los Algoritmos

- Un algoritmo es un **método** para resolver un problema (computacional).
- Un algoritmo es la **idea** detrás del programa
- Un algorrimo es **independiente** del
  - lenguaje de programación,
  - de la máquina,
  - etc.

Propiedades buscadas en un Algoritmo

- **Correctitud:**
  - El algoritmo tiene que resover correctamente **todas las instancias** del problema
- **Eficiencia:**
  - El desempeño (**tiempo** y **memoria**) tiene que ser "aceptable".

Objetivo General del Curso

Diseñar algoritmos correctos y eficientes y probar que estos cumplen las especificaciones.

Complejidad del Algoritmo oTiempo de Ejecución

- **Predición:**
  - Cuanto tiempo necesita un algoritmo para resolver un problema?
  - Cómo este algoritmo escala de acuerdo al tamaño de la entrada?
  - Podemos brindar garantías sobre su tiempo de ejecución?
- **Comparación:**
  - Es un algoritmo **A** mejor que un algoritmo **B**?
  - Dependiendo de las circunstancias, cuál algoritmo utilizar el **A** o el **B**?

Algoritmos y Velocidad de la Máquina (Computador)

Desempeño Algoritmico vs. Velocidad de la Máquina

Para instancias grandes del problema:

- Un "buen" algoritmo que se ejecuta sobre una computadora lenta **siempre será más rápido** que un "mal" algoritmo que se ejecuta sobre una computadora veloz.

Lo que realmente importa es la **taza de crecimiento** del tiempo de ejecución.

Tipos de Análisis de Algoritmos

Análisis del Peor Caso - **Worst Case** - (El más común)

- $T(n)$ = Máxima cantidad de tiempo para cualquier entrada de tamaño n

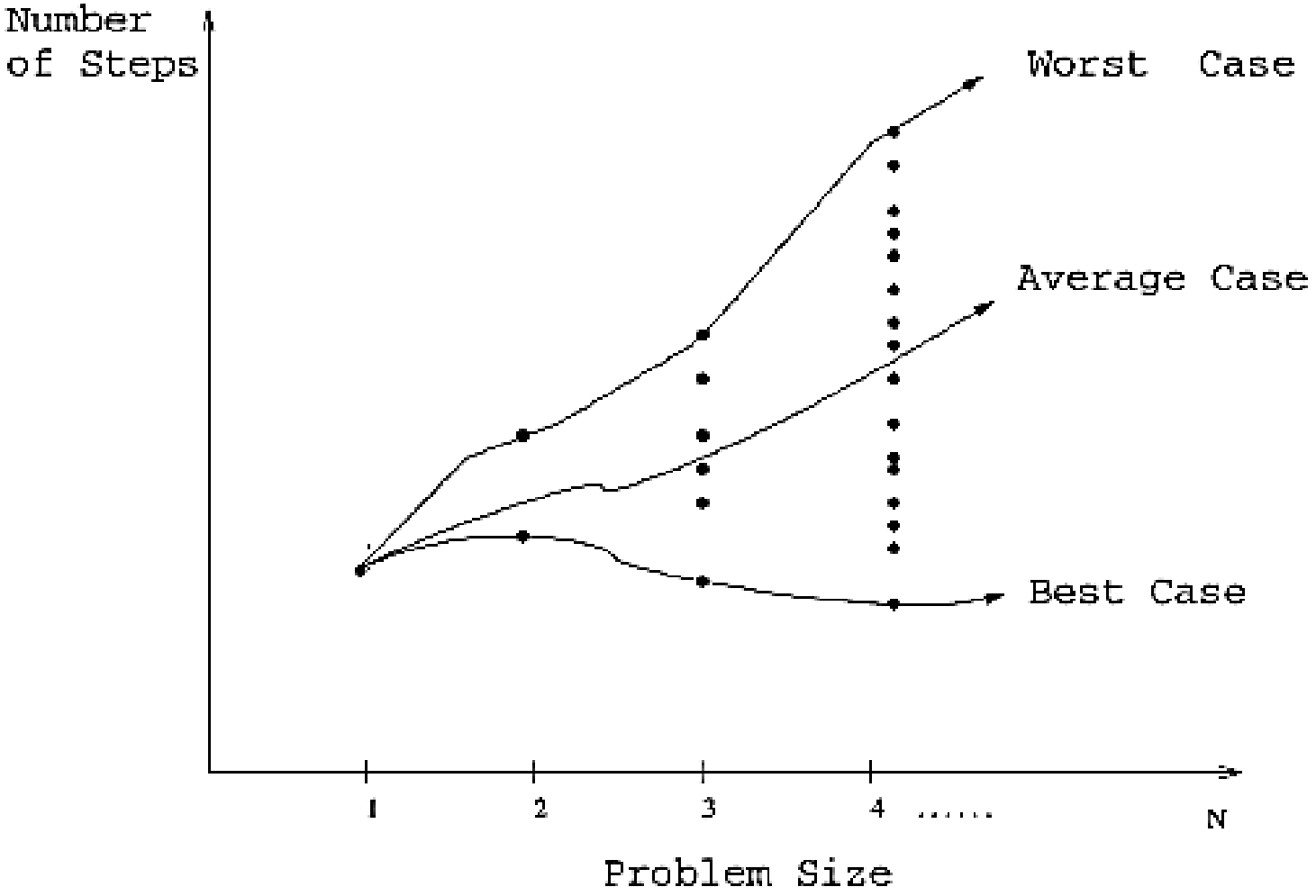
Análisis del Mejor Caso - **Best Case** - ("Engañosa")

- $T(n)$ = Cantidad de tiempo para entradas **"buenas"** de tamaño n
- Es como suponer que un algoritmo es rápido dependiendo de **solo "buenas"** entradas.

Análisis del Caso Promedio - **Average Case** - (Algunas veces)

- $T(n)$ = Promedio de tiempo sobre cualquier entrada de tamaño n
  - Implica conocer la distribución estadística de las entradas.

Tipos de Análisis de Algoritmos



2 Formas de Analizar la Complejidad

- Por conteo
- Por inspección

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo

- ✓ Para encontrar la complejidad de un algoritmo por conteo se debe tomar cada línea de código y determinar cuántas veces se ejecuta.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo

- ✓ Para encontrar la complejidad de un algoritmo por conteo se debe tomar cada línea de código y determinar cuántas veces se ejecuta.
- ✓ Luego, se debe sumar las cantidades encontradas y la complejidad será del orden del resultado dado.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo

- ✓ Para encontrar la complejidad de un algoritmo por conteo se debe tomar cada línea de código y determinar cuántas veces se ejecuta.
- ✓ Luego, se debe sumar las cantidades encontradas y la complejidad será del orden del resultado dado.
- ✓ Esta complejidad es una aproximación de cuánto se demorará todo el algoritmo en ejecutarse.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo

Considere el siguiente algoritmo:

```
void imprime100(){
   int i = 1;
   while(i <= 100){
     printf("%d",i);
     i++;
   }
}
```

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo

Para calcular la complejidad de este algoritmo por conteo se puede utilizar una tabla donde se numeran las líneas de código y se determine el número de veces que se ejecuta cada una:

Número de línea	Línea de código	Número de ejecuciones
1	`void imprime100(){`	
2	`  int i = 1;`	1
3	`  while(i <= 100){`	101
4	`  printf("%d",i);`	100
5	`  i++;`	100
6	`  }`	
7	`}`	

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo

Para calcular la complejidad de este algoritmo por conteo se puede utilizar una tabla donde se numeran las líneas de código y se determine el número de veces que se ejecuta cada una:

Número de línea	Línea de código	Número de ejecuciones
1	`void imprime100(){`	
2	`  int i = 1;`	1
3	`  while(i <= 100){`	101
4	`  printf("%d",i);`	100
5	`  i++;`	100
6	`  }`	
7	`}`	

La suma de las cantidades encontradas es:

$$\text{Número total ejecuciones} = 1 + 101 + 100 + 100 = 302$$

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo

- ✓ Dado que 302 es una constante, luego se tiene que la complejidad del algoritmo anterior es $O(1)$.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo

- ✓ Dado que 302 es una constante, luego se tiene que la complejidad del algoritmo anterior es $O(1)$.
- ✓ $O(1)$ es la notación utilizada para expresar que el tiempo de computo de un algoritmo es una función constante con respecto al tamaño de la entrada.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 2

Considere el siguiente algoritmo:

```
void imprimeN(int n){
   int i = 1;
   while(i <= n){
     printf("%d",i);
     i++;
   }
}
```

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo

Se enumeran las líneas y se procede a contabilizar:

Número de línea	Línea de código	Número de ejecuciones
1	`void imprimeN(int n){`	
2	`  int i = 1;`	1
3	`  while(i <= n){`	$n+1$
4	`  printf("%d",i);`	n
5	`  i++;`	n
6	`  }`	
7	`}`	

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo

Se enumeran las líneas y se procede a contabilizar:

Número de línea	Línea de código	Número de ejecuciones
1	`void imprimeN(int n){`	
2	`  int i = 1;`	1
3	`  while(i <= n){`	$n+1$
4	`  printf("%d",i);`	n
5	`  i++;`	n
6	`  }`	
7	`}`	

La suma de las cantidades encontradas es:

$$\text{Número total ejecuciones} = 1 + (n+1) + n + n = 3n + 2$$

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo

- ✓ Dado que $3n + 2$ es una función lineal, luego se tiene que la complejidad del algoritmo anterior es $O(n)$.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo

- ✓ Dado que $3n + 2$ es una función lineal, luego se tiene que la complejidad del algoritmo anterior es $O(n)$.
- ✓ $O(n)$ es la notación utilizada para expresar que el tiempo de computo del algoritmo es una función lineal del tamaño de la entrada.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 3

Considere el siguiente algoritmo:

```
void imprime_mitad(int n){
  int i = n;
  while(i > 0){
    printf("%d",i);
    i = i / 2;
  }
}
```

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 3

- ✓ A primera vista, el algoritmo anterior es similar a los algoritmos de los ejemplos anteriores.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 3

- ✓ A primera vista, el algoritmo anterior es similar a los algoritmos de los ejemplos anteriores.
- ✓ No obstante, en cada iteración el valor de i es reducido a la mitad.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 3

- ✓ A primera vista, el algoritmo anterior es similar a los algoritmos de los ejemplos anteriores.
- ✓ No obstante, en cada iteración el valor de i es reducido a la mitad.
- ✓ Entonces en lugar de imprimirse los números de 1 a n, en realidad se imprimirán los números n, $n/2$, $n/4$, $n/8$, $\ldots$, $n/2^k$

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 3

- ✓ De lo anterior, es requerido encontrar la iteración en la cual el algoritmo finaliza, osea el punto donde $n = 2^k$.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 3

- ✓ De lo anterior, es requerido encontrar la iteración en la cual el algoritmo finaliza, osea el punto donde $n = 2^k$.
- ✓ Para hallar el valor de k, se utilizan las propiedades de los logaritmos:

$$n = 2^k$$
$$log_2\ n = log_2\ 2^k$$
$$log_2\ n = k$$

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 3

- ✓ De lo anterior, es requerido encontrar la iteración en la cual el algoritmo finaliza, osea el punto donde $n = 2^k$.
- ✓ Para hallar el valor de k, se utilizan las propiedades de los logaritmos:

$$n = 2^k$$
$$log_2\ n = log_2\ 2^k$$
$$log_2\ n = k$$

- ✓ En consecuencia, el número de iteraciones que se realizan es $log_2 n$.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 3

De esta manera se tiene lo siguiente:

Número de línea	Línea de código	Número de ejecuciones
1	`void imprime_mitad(int n){`	
2	`  int i = n;`	1
3	`  while(i > 0){`	$log_2\ n + 2$
4	`  printf("%d",i);`	$log_2\ n + 1$
5	`  i = i/2;`	$log_2\ n + 1$
6	`  }`	
7	`}`	

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 3

De esta manera se tiene lo siguiente:

Número de línea	Línea de código	Número de ejecuciones
1	`void imprime_mitad(int n){`	
2	`  int i = n;`	1
3	`  while(i > 0){`	$log_2\ n + 2$
4	`  printf("%d",i);`	$log_2\ n + 1$
5	`  i = i/2;`	$log_2\ n + 1$
6	`  }`	
7	`}`	

La suma de las cantidades encontradas es:

$$\text{Número total ejecuciones} = 1 + (log_2\ n + 2) + (log_2\ n + 1) + (log_2\ n + 1)$$

$$= 3log_2\ n + 5$$

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 3

- ✓ Dado que $3log_2\ n + 5$ es una función logarítmica, luego se tiene que la complejidad del algoritmo anterior es $O(log_2\ n)$.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 3

- ✓ Dado que $3log_2\ n + 5$ es una función logarítmica, luego se tiene que la complejidad del algoritmo anterior es $O(log_2\ n)$.
- ✓ $O(log_2\ n)$ es la notación utilizada para expresar que el tiempo de computo del algoritmo es una función logarítmica del tamaño de la entrada.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 4

Considere el siguiente algoritmo:

```
void imprimeNxN(int n){
   for(int i=1; i<=n; i++){
      for(int j=1; j<=n; j++){
        printf("%d",(i-1)*n + j);
      }
   }
}
```

Qué hace este algoritmo?

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 4

Se enumeran las líneas y se procede a contabilizar:

# Línea	Línea de código	Número de ejecuciones
1	`void imprimeNxN(int n){`	
2	`  for(int i=1; i<=n; i++){`	$n+1$
3	`  for(int j=1; j<=n; j++){`	$n*(n+1)$
4	`  printf("%d",(i-1)*n + j);`	$n*n$
5	`  }`	
6	`  }`	
7	`}`	

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 4

Se enumeran las líneas y se procede a contabilizar:

# Línea	Línea de código	Número de ejecuciones
1	`void imprimeNxN(int n){`	
2	`  for(int i=1; i<=n; i++){`	$n+1$
3	`  for(int j=1; j<=n; j++){`	$n*(n+1)$
4	`  printf("%d",(i-1)*n + j);`	$n*n$
5	`  }`	
6	`  }`	
7	`}`	

La suma de las cantidades encontradas es:

$$\text{Número total ejecuciones} = (n+1) + n*(n+1) + n*n = 2n^2 + 2n + 1$$

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 4

- ✓ Dado que $2n^2 + 2n + 1$ es una función cuadrática, luego se tiene que la complejidad del algoritmo anterior es $O(n^2)$.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 4

- ✓ Dado que $2n^2 + 2n + 1$ es una función cuadrática, luego se tiene que la complejidad del algoritmo anterior es $O(n^2)$.
- ✓ $O(n^2)$ es la notación utilizada para expresar que el tiempo de computo del algoritmo es una función cuadrática del tamaño de la entrada.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 5

Considere el siguiente algoritmo:

```
int sumaVector(int *v, int n){
   int i = 0;
   int sum = 0;
   while(i < n){
     if(v[i] % 2 != 0)
       sum = sum + v[i];
     i++;
   }
   return sum;
}
```

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 5

Considere el siguiente algoritmo:

```
int sumaVector(int *v, int n){
   int i = 0;
   int sum = 0;
   while(i < n){
     if(v[i] % 2 != 0)
       sum = sum + v[i];
     i++;
   }
   return sum;
}
```

Qué cálculo realiza este algoritmo?

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 5

- ✓ Cuando se analizan algoritmos con condicionales (como el algoritmo anterior) hay que tener en cuenta que el conteo se hace considerando si las guardas de los condicionales se cumplen o no.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 5

- ✓ Cuando se analizan algoritmos con condicionales (como el algoritmo anterior) hay que tener en cuenta que el conteo se hace considerando si las guardas de los condicionales se cumplen o no.
- ✓ La complejidad en estos algoritmos se halla:

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 5

- ✓ Cuando se analizan algoritmos con condicionales (como el algoritmo anterior) hay que tener en cuenta que el conteo se hace considerando si las guardas de los condicionales se cumplen o no.
- ✓ La complejidad en estos algoritmos se halla:
  - en el peor de los casos (cuando se asume que las guardas de los condicionales siempre se cumplen),

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 5

- ✓ Cuando se analizan algoritmos con condicionales (como el algoritmo anterior) hay que tener en cuenta que el conteo se hace considerando si las guardas de los condicionales se cumplen o no.
- ✓ La complejidad en estos algoritmos se halla:
  - en el peor de los casos (cuando se asume que las guardas de los condicionales siempre se cumplen),
  - el caso promedio (cuando se asume que las guardas algunas veces se cumplen y otras veces no)

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 5

- ✓ Cuando se analizan algoritmos con condicionales (como el algoritmo anterior) hay que tener en cuenta que el conteo se hace considerando si las guardas de los condicionales se cumplen o no.
- ✓ La complejidad en estos algoritmos se halla:
  - en el peor de los casos (cuando se asume que las guardas de los condicionales siempre se cumplen),
  - el caso promedio (cuando se asume que las guardas algunas veces se cumplen y otras veces no)y
  - el mejor de los casos (cuando se asume que las guardas no se cumplen).

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 5

Se enumeran las líneas y se procede a contabilizar:

# Línea	Línea de código	Número de ejecuciones
1	`int sumaVector(int *v, int n){`	
2	`  int i = 0;`	1
3	`  int sum = 0;`	1
4	`  while(i < n){`	$n+1$
5	`  if(v[i] % 2 != 0)`	n
6	`  sum = sum + v[i];`	?
7	`  i++;`	n
8	`  }`	
9	`  return sum;`	1
10	`}`	

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 5

- ✓ La cantidad de veces que se ejecuta la línea 6 es indefinida debido a que depende de si la guarda del condicional es verdadera o falsa.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 5

- ✓ La cantidad de veces que se ejecuta la línea 6 es indefinida debido a que depende de si la guarda del condicional es verdadera o falsa.
- ✓ Por esta razón tenemos que analizar esta situación desde los tres casos:

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 5

- ✓ La cantidad de veces que se ejecuta la línea 6 es indefinida debido a que depende de si la guarda del condicional es verdadera o falsa.
- ✓ Por esta razón tenemos que analizar esta situación desde los tres casos:
  - En el mejor de los casos ningún elemento del vector es impar por lo que la línea 6 no se ejecutaría nunca.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 5

- ✓ La cantidad de veces que se ejecuta la línea 6 es indefinida debido a que depende de si la guarda del condicional es verdadera o falsa.
- ✓ Por esta razón tenemos que analizar esta situación desde los tres casos:
  - En el mejor de los casos ningún elemento del vector es impar por lo que la línea 6 no se ejecutaría nunca.
  - En el caso promedio, aproximadamente la mitad de los elementos será impar y la otra mitad par. En este caso la línea se ejecutaría $n/2$ veces.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 5

- ✓ La cantidad de veces que se ejecuta la línea 6 es indefinida debido a que depende de si la guarda del condicional es verdadera o falsa.
- ✓ Por esta razón tenemos que analizar esta situación desde los tres casos:
  - En el mejor de los casos ningún elemento del vector es impar por lo que la línea 6 no se ejecutaría nunca.
  - En el caso promedio, aproximadamente la mitad de los elementos será impar y la otra mitad par. En este caso la línea se ejecutaría $n/2$ veces.
  - En el peor caso todos los elementos del vector son impares por lo que siempre que se ejecute la línea 5 se ejecutará la línea 6. Luego esta línea se ejecutará n veces.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 5

La suma de las cantidades encontradas es entonces:

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 5

La suma de las cantidades encontradas es entonces:

- ✓ En el mejor de los casos:

  Número total ejecuciones $= 1+1+(n+1)+n+\mathbf{0}+n+1 = 3n+4$

- ✓ En el caso promedio:

  Número total ejecuciones $= 1+1+(n+1)+n+\mathbf{n/2}+n+1 = 7/2n+4$

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 5

La suma de las cantidades encontradas es entonces:

- ✓ En el mejor de los casos:

  Número total ejecuciones $= 1+1+(n+1)+n+\mathbf{0}+n+1 = 3n+4$

- ✓ En el caso promedio:

  Número total ejecuciones $= 1+1+(n+1)+n+\mathbf{n/2}+n+1 = 7/2n+4$

- ✓ En el peor de los casos:

  Número total ejecuciones $= 1+1+(n+1)+n+\mathbf{n}+n+1 = 4n+4$

Por lo tanto, la complejidad del algoritmo es, en este algoritmo particular, $O(n)$.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 6

Considere ahora el siguiente algoritmo más complejo:

```
void algoritmo(int *a, int n){
   for(int j=1; j<n; j++){
      int clave = a[j];
      int i = j-1:
      while(i>=0 && a[i] > clave){
        a[i+1] = a[i];
        i = i-1;
     }
     a[i+1] = clave;
  }
}
```

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 6

Considere ahora el siguiente algoritmo más complejo:

```
void algoritmo(int *a, int n){
   for(int j=1; j<n; j++){
      int clave = a[j];
      int i = j-1:
      while(i>=0 && a[i] > clave){
        a[i+1] = a[i];
        i = i-1;
      }
      a[i+1] = clave;
  }
}
```

Qué cálculo realiza este algoritmo?

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 6

Se enumeran las líneas y se procede a contabilizar:

# Línea	Línea de código	Número de ejecuciones
1	`void algoritmo(int *a, int n){`	
2	`  for(int j=1; j<n; j++){`	n
3	`  int clave = a[j];`	$n-1$
4	`  int i = j-1:`	$n-1$
5	`  while(i>=0 && a[i] > clave){`	$t_1 + t_2 + \ldots + t_{n-1}$
6	`  a[i+1] = a[i];`	$(t_1 - 1) + \ldots + (t_{n-1} - 1)$
7	`  i = i-1;`	$(t_1 - 1) + \ldots + (t_{n-1} - 1)$
8	`  }`	
9	`  a[i+1] = clave;`	$n-1$
10	`  }`	
11	`}`	

Donde cada t_j corresponde al número de veces que se cumple la condición del **while** en la iteración j.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 6

Se enumeran las líneas y se procede a contabilizar:

# Línea	Línea de código	Número de ejecuciones
1	`void algoritmo(int *a, int n){`	
2	`  for(int j=1; j<n; j++){`	n
3	`  int clave = a[j];`	$n-1$
4	`  int i = j-1:`	$n-1$
5	`  while(i>=0 && a[i] > clave){`	$t_1 + t_2 + \ldots + t_{n-1}$
6	`  a[i+1] = a[i];`	$(t_1 - 1) + \ldots + (t_{n-1} - 1)$
7	`  i = i-1;`	$(t_1 - 1) + \ldots + (t_{n-1} - 1)$
8	`  }`	
9	`  a[i+1] = clave;`	$n-1$
10	`  }`	
11	`}`	

En el mejor caso cúanto vale cada t_j?

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 6

Se enumeran las líneas y se procede a contabilizar:

# Línea	Línea de código	Número de ejecuciones
1	`void algoritmo(int *a, int n){`	
2	`  for(int j=1; j<n; j++){`	n
3	`  int clave = a[j];`	$n-1$
4	`  int i = j-1:`	$n-1$
5	`  while(i>=0 && a[i] > clave){`	$t_1 + t_2 + \ldots + t_{n-1}$
6	`  a[i+1] = a[i];`	$(t_1 - 1) + \ldots + (t_{n-1} - 1)$
7	`  i = i-1;`	$(t_1 - 1) + \ldots + (t_{n-1} - 1)$
8	`  }`	
9	`  a[i+1] = clave;`	$n-1$
10	`  }`	
11	`}`	

En el mejor caso, $t_j = 1$.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 6

Se enumeran las líneas y se procede a contabilizar:

# Línea	Línea de código	Número de ejecuciones
1	`void algoritmo(int *a, int n){`	
2	`  for(int j=1; j<n; j++){`	n
3	`  int clave = a[j];`	$n-1$
4	`  int i = j-1:`	$n-1$
5	`  while(i>=0 && a[i] > clave){`	$t_1 + t_2 + \ldots + t_{n-1}$
6	`  a[i+1] = a[i];`	$(t_1 - 1) + \ldots + (t_{n-1} - 1)$
7	`  i = i-1;`	$(t_1 - 1) + \ldots + (t_{n-1} - 1)$
8	`  }`	
9	`  a[i+1] = clave;`	$n-1$
10	`  }`	
11	`}`	

En el peor caso cúanto vale cada t_j?

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 6

Se enumeran las líneas y se procede a contabilizar:

# Línea	Línea de código	Número de ejecuciones
1	`void algoritmo(int *a, int n){`	
2	`  for(int j=1; j<n; j++){`	n
3	`  int clave = a[j];`	$n-1$
4	`  int i = j-1:`	$n-1$
5	`  while(i>=0 && a[i] > clave){`	$t_1 + t_2 + \ldots + t_{n-1}$
6	`  a[i+1] = a[i];`	$(t_1 - 1) + \ldots + (t_{n-1} - 1)$
7	`  i = i-1;`	$(t_1 - 1) + \ldots + (t_{n-1} - 1)$
8	`  }`	
9	`  a[i+1] = clave;`	$n-1$
10	`  }`	
11	`}`	

En el peor caso, $t_j = j$.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 6

Se enumeran las líneas y se procede a contabilizar:

# Línea	Línea de código	Número de ejecuciones
1	`void algoritmo(int *a, int n){`	
2	`  for(int j=1; j<n; j++){`	n
3	`  int clave = a[j];`	$n-1$
4	`  int i = j-1:`	$n-1$
5	`  while(i>=0 && a[i] > clave){`	$t_1 + t_2 + \ldots + t_{n-1}$
6	`  a[i+1] = a[i];`	$(t_1 - 1) + \ldots + (t_{n-1} - 1)$
7	`  i = i-1;`	$(t_1 - 1) + \ldots + (t_{n-1} - 1)$
8	`  }`	
9	`  a[i+1] = clave;`	$n-1$
10	`  }`	
11	`}`	

En el caso promedio, se supone que se necesitan $j/2$ comparaciones, esto es, $t_j = j/2$.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 6

La suma de las cantidades encontradas es entonces:

- ✓ En el mejor caso:

$$\begin{aligned}\text{Total} &= n + (n-1) + (n-1) + \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{1} + \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{0} + \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{0} + (n-1) \\ &= n + (n-1) + (n-1) + (n-1) + (n-1) \;=\; 5n - 4\end{aligned}$$

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 6

La suma de las cantidades encontradas es entonces:

- ✓ En el mejor caso:

$$\begin{aligned}\text{Total} &= n + (n-1) + (n-1) + \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{1} + \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{0} + \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{0} + (n-1) \\ &= n + (n-1) + (n-1) + (n-1) + (n-1) \;=\; 5n - 4\end{aligned}$$

Por lo tanto, la complejidad del algoritmo es en el mejor caso $O(n)$.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 6

La suma de las cantidades encontradas es entonces:

- ✓ En el peor caso:

$$\begin{aligned}
\text{Total} &= n + (n-1) + (n-1) + \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{j} + \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{j} - \mathbf{1} + \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{j} - \mathbf{1} + (n-1) \\
&= n + 3(n-1) + n(n+1)/2 + 2(n(n+1)/2 - (n-1)) \\
&= n + 3(n-1) + n(n+1)/2 + n(n+1) - 2(n-1) \\
&= n + (n-1) + n(n+1)/2 + n(n+1) \\
&= 2n - 1 + n^2/2 + n/2 + n^2 + n \;=\; 3n^2/2 + 7n/2 - 1
\end{aligned}$$

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por conteo - Ejemplo 6

La suma de las cantidades encontradas es entonces:

- ✓ En el peor caso:

$$\begin{aligned}
\text{Total} &= n + (n-1) + (n-1) + \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{j} + \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{j} - \mathbf{1} + \sum_{j=1}^{n-1} \mathbf{j} - \mathbf{1} + (n-1) \\
&= n + 3(n-1) + n(n+1)/2 + 2(n(n+1)/2 - (n-1)) \\
&= n + 3(n-1) + n(n+1)/2 + n(n+1) - 2(n-1) \\
&= n + (n-1) + n(n+1)/2 + n(n+1) \\
&= 2n - 1 + n^2/2 + n/2 + n^2 + n \;=\; 3n^2/2 + 7n/2 - 1
\end{aligned}$$

Por lo tanto, la complejidad del algoritmo es en el peor caso $O(n^2)$.

Plan

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por inspección

- ✓ Hallar la complejidad por inspección o tanteo, es un método más rápido pero impreciso y, si no se cuenta con la suficiente experiencia, poco confiable.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por inspección

- ✓ Hallar la complejidad por inspección o tanteo, es un método más rápido pero impreciso y, si no se cuenta con la suficiente experiencia, poco confiable.
- ✓ Simplemente se mira la estructura del algoritmo y se siguen las tres siguientes reglas:

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por inspección

- ✓ Hallar la complejidad por inspección o tanteo, es un método más rápido pero impreciso y, si no se cuenta con la suficiente experiencia, poco confiable.
- ✓ Simplemente se mira la estructura del algoritmo y se siguen las tres siguientes reglas:
  1. La complejidad de una asignación es $O(1)$.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por inspección

- ✓ Hallar la complejidad por inspección o tanteo, es un método más rápido pero impreciso y, si no se cuenta con la suficiente experiencia, poco confiable.
- ✓ Simplemente se mira la estructura del algoritmo y se siguen las tres siguientes reglas:

  1. La complejidad de una asignación es $O(1)$.
  2. La complejidad de un condicional es 1 más el máximo entre la complejidad del cuerpo del condicional cuando la guarda es positiva y el cuerpo del condicional cuando la guarda es negativa.

Cálculo de complejidad

Cálculo de complejidad por inspección

- ✓ Hallar la complejidad por inspección o tanteo, es un método más rápido pero impreciso y, si no se cuenta con la suficiente experiencia, poco confiable.
- ✓ Simplemente se mira la estructura del algoritmo y se siguen las tres siguientes reglas:

1. La complejidad de una asignación es $O(1)$.
2. La complejidad de un condicional es 1 más el máximo entre la complejidad del cuerpo del condicional cuando la guarda es positiva y el cuerpo del condicional cuando la guarda es negativa.
3. La complejidad de un ciclo es el número de veces que se ejecuta el ciclo multiplicado por la complejidad del cuerpo del ciclo.

Cálculo de complejidad

Complejidades

A continuación se resumen las diferentes complejidades que puede tener un algoritmo:

Complejidad	**Nombre**
$O(1)$	Constante
$O(log\ n)$	Logarítmica
$O(n)$	Lineal
$O(nlog\ n)$	
$O(n^2)$	Cuadrática
$O(n^3)$	Cúbica
$O(n^c)$, $c > 3$	Polinomial
$O(2^n)$	
$O(3^n)$	
$O(c^n)$, $c > 3$	Exponencial
$O(n!)$	Factorial
$O(n^n)$	

Cálculo de complejidad

Complejidades

A continuación se resumen las diferentes complejidades que puede tener un algoritmo:

Complejidad	**Nombre**
$O(1)$	Constante
$O(log\ n)$	Logarítmica
$O(n)$	Lineal
$O(nlog\ n)$	
$O(n^2)$	Cuadrática
$O(n^3)$	Cúbica
$O(n^c)$, $c > 3$	Polinomial
$O(2^n)$	
$O(3^n)$	
$O(c^n)$, $c > 3$	Exponencial
$O(n!)$	Factorial
$O(n^n)$	

Se dice que un problema es tratable si su complejidad es polinomial o menor.

Introducción

Ejercicio

Calcule la complejidad del siguiente algoritmo:

```
int programa(int n){
   int s = 0;
   int i = 1;
   while(i <= n){
     int t = 0;
     int j = 1;
     while(j <= i){
        t = t + 1;
        j = j + 1;
     }
     s = s + t;
     i = i + 1;
   }
   return s;
}
```

Introducción

Ejercicio

Calcule la complejidad del siguiente algoritmo:

```
Algoritmo(valores[1..n]){
   suma=0
   contador=0
   for(i=1; i<n; i++){
      for(j=i+1; j<=n; j++){
         if(valores[i] < valores[j]){
            for(h=j; h<=n; h++){
              suma += valores[i]
            }
         }
         else{
            contador++
            break;
         }}}
   return contador
}
```

Preguntas

?