0.1 Algunas ideas confusas que veo.

Planteamiento del problema. Problema de contaminación de las aguas por agentes de origen biológico. Se trata de detectar y caracterizar la distribución de dicha contaminación. La manera de hacerlo es con el uso de sensores adecuados, de diverso tipo (ph, turbidez, etc), que son capaces de determina —de modo indirecto en la mayoría de los casos— la concentración de contaminante en un punto.

Dichas medidas se toman en la actualidad a mano, o empleando sensores emplazados en puntos fijos. Una alternativa interesante sería el uso de vehículos autónomos de superficie para que llevaran a cabo la tarea de monitorización de las aguas de un modo automático y desasistido (sin intervención humana). Por supuesto esta idea no es original y se engloba dentro del uso general de USVs en tareas de vigilancia y monitorización.

Además, como se trata de una tarea que implica cubrir zonas amplias de agua, una manera más eficaz de acometerla es el empleo de múltiples USVs. Para que se distribuyan el trabajo, esto lleva a la necesidad de coordinarlos para aprovechar la ventaja de su número de forma eficiente. de nuevo, esta idea ya ha sido aplicada y está en parte relacionada con lo que se conoce como redes de sensores. (Aquí te coges los paper de Lara y buscas un poquito en su bibliografía citada en la introducción, trabajos que ella cite sobre este tema. No hace falta que te los leas. además puedes citar los trabajos de la propia Lara.)

Una forma de coordinarlos particularmente atractiva, es mediante el uso de cooperación entre los USVs. De este modo se consigue un sistema descentralizado y robusto para llevar a cabo la tarea encomendada.

Dentro del problema general de monitorización de la contaminación se pueden considerar distintas tarea., La más fundamental sería la detección de signos de contaminación. Otra tarea de gran interés es la búsqueda de las fuentes de la contaminación, una vez que ésta se ha detectado en un punto. Éste será el objetivo de tú trabajo. Cómo emplear un conjunto de vehículos autónomos para detectar las fuentes de la contaminación.

Para ello y en primera aproximación vas ha hacer una serie de hipótesis básicas: En primer lugar te vas a centrar en el caso de una fuente de contaminación única. En segundo lugar vas a suponer que la concentración de contaminación desciende de modo continuo con la distancia a la fuente, hasta llegar a ser indetectable a partir de una determinada distancia de la misma. En cualquier punto de la superficie del agua afectada por la contaminación, el gradiente de la concentración de la sustancia contaminante apunta en la dirección de crecimiento de la contaminación y por tanto hacia la fuente. Una manera de llegar hasta la fuente misma sería ir siguiendo la dirección marcada por el gradiente hasta llegar al máximo, que coincide lógicamente con el valor cero para el gradiente.

En términos matemáticos, lo que acabo de describirte coincide con el método numérico del gradiente para calcular el máximo de una función. Nuestro objetivo sería hacer que un grupo de robots estimaran el valor de gradiente de la concentración de contaminación en un punto, a partir de medidas obtenidas con sus propios sensores de contaminación embarcados, y usaran esas medidas para guiarse hasta el máximo de la concentración.

En primer lugar, debemos resolver el problema del calculo del gradiente de contaminación en un punto de la superficie del agua. Para ello vamos a

emplear un algoritmo propuesto por Lara no-se-cuantos en [citas]. Se trata de un algoritmo en que los USVs cooperan entre todos, aportando sus medidas de concentración para estimar el gradiente.

Una particularidad del algoritmo es que los USVs deben mantener una formación circular y distribuirse uniformemente en el círculo. Para conseguir mantener dicha formación y desplazarse hacia el origen, siguiendo el gradiente estimado con el algoritmo de Lara, vamos a emplear el algoritmo propuesto por Héctor en [citas.]

Vamos ha desarrollar todo el trabajo en simulación, para analizar su viabilidad de cara a emplear posteriormente el método propuesto en sistemas reales. Esta segunda parte queda fuera de los objetivos de tu tfg.

Para ello necesitamos en primer lugar modelar cómo sería una posible distribución de contaminación. Una manera de hacerlo, es el empleo de distribuciones gaussianas. Los parámetros de la distribución nos permiten modelar hasta cierto punto como sería la dispersión de la contaminación a partir de la fuente, que vendría representada por el máximo de la distribución. Partir de una forma funcional para modelar la concentración de la contaminación nos permite dar valores (simulados) a los sensores de los USVs y determinar de forma precisa el valor del gradiente en cada punto. De este modo se centra el análisis en el rendimiento de los algoritmos propuestos.

Esto es lo que habría que contar –con tus palabras y bien desarrollado– en la introducción. La cosas que tu cuentas valen, pero ordenadas así como te lo estoy contando yo.

este orden marca a su vez el orden y la forma en que presentas en la sección siguiente los objetivos

nota sobre funciones de Gauss Supongamos que quieres expresarla en función de las desviaciones en cada eje,

$$f(x_1, x_2) = Ae^{(x-x_0)^T \sum (x-x_0)} = Ae^{\frac{x_1 - x_{01}^2}{2\sigma_{x_1}^2} + \frac{x_2 - x_{02}^2}{2\sigma_{x_2}^2}}$$
(1)

donde $x = (x_1, x_2)$ y $x_0 = (x_{01}, x_{02})$ sería la posición del centro de la gaussiana, los valores x_{01}, x_{02} . Coincide por tanto con el valor medio en cada eje, si piensas en términos de distribuciones.

Además,

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\sigma_{x1}^2} & 0\\ 0 & \frac{1}{2\sigma_{x2}^2} \end{bmatrix} \tag{2}$$

Una versión rotada de esta gaussiana sería,

$$f(x) = Ae^{-(x-x_0)^T M(x-x_0)}$$
(3)

M es la siguiente matriz definida positiva

$$M = \begin{bmatrix} \frac{\cos^2 \theta}{2\sigma_{x1}^2} + \frac{\sin^2 \theta}{2\sigma_{x2}^2} & \frac{\sin 2\theta}{4\sigma_{x1}^2} + \frac{\sin 2\theta}{4\sigma_{x2}^2} \\ \frac{\cos^2 \theta}{2\sigma_{x1}^2} + \frac{\sin^2 \theta}{2\sigma_{x2}^2} & \frac{\sin^2 \theta}{2\sigma_{x1}^2} + \frac{\cos^2 \theta}{2\sigma_{x2}^2} \end{bmatrix}$$
(4)

Esta matriz surge directamente de rotar los ejes un ángulo θ , $M=R\Sigma R^T$ con R la matriz de rotación ordinaria en 2D para un ángulo θ

Si quieres normalizarla, es decir, que el volumen encerrado debajo de la gaussiana sea 1, entonces has de tomar A como,

$$A = \frac{1}{2\pi\sigma_{x1}\sigma_{x2}} \tag{5}$$

Tienes los detalles en wikipedia, pero en definitiva lo que quiero decirte es que el ejemplo que pones en la ecuación 2.4 aunque válido, ¿por qué no? resulta raro y da la impresión de que estuvieras empleando una expresión típica de una distribución normal en una dimensión como si fuera de dos. Si quieres calcular sobre una gausiana normalizada, en que las medias en ambos ejes es cero $x_{01} = 0, x_{02} = 0$ y además las desviaciones son iguales $\sigma_{x1} = \sigma_{x2} = \sigma$ la expresión sería,

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{\frac{x_1^2 + x_2^2}{2\sigma^2}}$$
 (6)

Lógicamente no hace falta que recalcules nada, pero sí que explique bien el ejemplo en dos dimensiones.

Mira en cualquier caso las notas que te dejo en el pdf del borrador tu trabajo.