NOTACIÓN:

$\varphi(p)=0$ trayectoria deseada: En nuestro caso. $\varphi(p)=x^2+y^2-R^2=0$.

R: Radio del círculo que se desea trazar.

Supongamos que el vehículo está a una distancia de nuestro centro distinta de R. Entonces.

$\varphi(p)=e(p)$ Esa distancia marca un radio mayor o menor que el deseado y, es por tanto, el error que el vehículo tiene que corregir.

Definimos un vector perpendicular a la trayectoria supuesta del vehículo como:

$\cancel{E(p)}$ $n(p)=\nabla\varphi(p)$

y un vector tangente a la trayectoria como

$$\tau(p)=\begin{bmatrix}0&1\\-1&0\end{bmatrix}\cdot\nabla\varphi(p)=E\cdot n(p).$$

• Construimos un vector velocidad "deseado"

$$\dot{p}_d(p):=\tau(p)-k_e e(p)n(p).$$

TENEMOS 2 DIRECCIONES deseadas para el vector una es $\tau(p)$: tangente a la trayectoria y la otra en dirección $-n(p)$ ~~Esa~~ como está multiplicada por el error es cero si $e(p)=0$. Estoy en mi círculo. Es positiva si $e(p)<0$ Estoy por dentro de mi círculo y tengo que salir: $e(p)>0$. Estoy por fuera de mi círculo y tengo que ~~salir~~ entrar. Esta es la idea del control.

• Como necesitamos que esté continuamente en movimiento, necesitamos saber cuál es el cambio de rumbo que tiene que hacer para seguir la trayectoria deseada: Como solo nos interesa el rumbo: calculamos el vector unitario en la dirección del movimiento: y su derivada.

Su cambio de orientación

$$\frac{d\hat{p}_d}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{\dot{p}_d}{\|\dot{p}_d\|}\right)=\frac{1}{\|\dot{p}_d\|^2}\left(\ddot{p}_d\|\dot{p}_d\|-\frac{\dot{p}_d^2\,\ddot{p}_d}{\|\dot{p}_d\|}\right)=$$

$$=\frac{\ddot{p}_d}{\|\dot{p}_d\|}\left[I-\frac{\dot{p}_d^2}{\|\dot{p}_d\|^2}\right]$$

$$\frac{d\hat{\dot{p}}_d}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{\dot{p}_d}{\|\dot{p}_d\|} = \frac{1}{\|\dot{p}_d\|^2}\left[\ddot{p}_d\|\dot{p}_d\| - \frac{1}{\|\dot{p}_d\|}\left[\dot{p}_d\dot{p}_d^T\right]\ddot{p}_{px}\right] =$$

$$\frac{d}{dt}\|\dot{p}_d\| = \frac{d}{dt}\sqrt{\dot{p}_{dx}^2 + \dot{p}_{dy}^2} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}\|\dot{p}_d\|}\left[\dot{p}_{dx}\ddot{p}_{dx} + \dot{p}_{dy}\ddot{p}_{dy}\right]$$

El segundo término:

$$\frac{1}{\|\dot{p}_d\|^2}\left[\cancel{\ddot{p}_d\|\dot{p}_d\|}\right] - \frac{\dot{p}_d}{\|\dot{p}_d\|}\left[\dot{p}_{dx}\ \dot{p}_{dy}\right]\ddot{p}_{px} = -\underline{\dot{p}_d\dot{p}_d^T}\,\ddot{p}_{px}.$$

$$= \left(\underline{I - \hat{\dot{p}}_d\hat{\dot{p}}_d^T}\right)\frac{\ddot{p}_d}{\|\dot{p}_d\|} = \left(\hat{\dot{p}}_d^T E\right)^T\left(\hat{\dot{p}}_d^T E\right)\frac{\ddot{p}_d}{\|\dot{p}_d\|} \quad (1).$$

$$\left(\hat{\dot{p}}_d^T E\right)^T\left(\hat{\dot{p}}_d^T E\right)$$

$$E^T\dot{p}_d\,\hat{\dot{p}}_d^T E$$

DEMOSTRACIÓN DE LO SIGUIENTE (1)

$$\rightarrow \underbrace{\left[\hat{\dot{p}}_{d1}\ \hat{\dot{p}}_{d2}\right]}_{\hat{\dot{p}}_d^T}\underbrace{\begin{bmatrix}0 & +1\\ -1 & 0\end{bmatrix}}_{E} = \left[-\hat{\dot{p}}_{d2}\quad +\hat{\dot{p}}_{d1}\right]$$

$$\left(\hat{\dot{p}}_d^T E\right)^T = \begin{bmatrix}-\hat{\dot{p}}_{d2}\\ +\hat{\dot{p}}_{d1}\end{bmatrix} = E^T\dot{p}_d^{*}\ (\text{giro})\ (*)$$

$$\hat{\dot{p}}_d^T E = \left(E^T\dot{p}_d\right)^T$$ El mismo giro pero traspuesto $\left[-\hat{\dot{p}}_{d2} + \hat{\dot{p}}_{d1}\right]$

$$\begin{bmatrix}-\hat{\dot{p}}_{d2}\\ \hat{\dot{p}}_{d1}\end{bmatrix}\left[-\hat{\dot{p}}_{d2}\ \ \hat{\dot{p}}_{d1}\right] = \begin{bmatrix}\hat{\dot{p}}_{d2}^2 & -\hat{\dot{p}}_{d1}\hat{\dot{p}}_{d2}\\ -\hat{\dot{p}}_{d1}\hat{\dot{p}}_{d2} & \hat{\dot{p}}_{d1}^2\end{bmatrix}$$

$$\left[I - \hat{\dot{p}}_d\hat{\dot{p}}_d^T\right] = \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\hat{\dot{p}}_{1d}^2 & \hat{\dot{p}}_{d1}\hat{\dot{p}}_{d2}\\ \hat{\dot{p}}_{d1}\hat{\dot{p}}_{d2} & \hat{\dot{p}}_{2d}^2\end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix}1 - \dot{p}_{1d}^2 & -\hat{\dot{p}}_{d1}\hat{\dot{p}}_{d2}\\ -\hat{\dot{p}}_{d1}\hat{\dot{p}}_{d2} & 1 - \dot{p}_{2d}^2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\hat{\dot{p}}_{2d}^2 & -\hat{\dot{p}}_{d1}\hat{\dot{p}}_{d2}\\ -\hat{\dot{p}}_{d1}\hat{\dot{p}}_{d2} & \hat{\dot{p}}_{1d}^2\end{bmatrix}$$

$1 - \dot{p}_{1d}^2 = \dot{p}_{2d}^2$ (son vectores unitarios.

luego.

$$\left(-E = E^T\right)$$

$$\frac{d\hat{\dot{p}}_d}{dt} = -E\,\hat{\dot{p}}_d\,\hat{\dot{p}}_d^T E \,\frac{\ddot{p}_d}{\|\dot{p}_d\|}.$$

Calculamos quien es el cambio de velocidad $\ddot{p}_d$ si aplicamos nuestra ley de control: Vector a seguir:

$$\dot{p}_d(p) = \tau(p) - k_e e(p) n(p) \qquad \tau(p) = E n p.$$

$$\ddot{p}_d(p) = \frac{d}{dt}\left[E - k_e e(p)\right] n(p) =$$

gradiente

$$n(p) = \nabla(\varphi)$$

$$= \left[E - k_e e(p)\right] H(\varphi)\cdot\dot{p} - k_e n^T \dot{p}\, n.$$

→ ~~Por otro~~

sustituimos en la expresión de $\frac{d\hat{\dot{p}}_d}{dt}$

$$\frac{d\hat{\dot{p}}_d}{dt} = -E\,\hat{\dot{p}}_d\,\hat{\dot{p}}_d^T E \cdot \frac{1}{\|\dot{p}_d\|}\left\{\left[E - k_e e(p)\right] H(\varphi)\cdot\dot{p} - k_e n^T \dot{p}\, n\right\}$$

Además como solo nos interesa el cambio del vector unitario, se trata de un cambio de dirección, que tiene que ser ~~proporcional~~ perpendicular a $\hat{\dot{p}}_d$ y proporcional al ángulo que de

$$\frac{d\hat{\dot{p}}_d}{dt} = -\dot{\phi}_d\, E\, \hat{\dot{p}}_d.$$

$$E^T\frac{d\hat{\dot{p}}_d}{dt} = -\dot{\phi}_d\,\hat{\dot{p}}_d. \qquad \hat{\dot{p}}_d^T E^T \frac{d\hat{\dot{p}}_d}{dt} = -\dot{\phi}_d$$

$$\left(E\hat{\dot{p}}_d\right)^T \frac{d\hat{\dot{p}}_d}{dt} = -\dot{\phi}_d$$

→ es un escalar, se puede cambiar. ~~[illegible]~~

$$\left[\left(\frac{d\dot{p}_d}{dt}\right)^T E\,\hat{\dot{p}}_d\right]^T = -\dot{\phi}_d$$

(~~[illegible]~~) ojo. en el paper hay un signo cambiado

(~~[illegible]~~).

Supuesto que el signo está bien. Ya tenemos el enlace entre ~~[illegible]~~ el campo.

Lo descrito hasta ahora no define cómo debe variar el vector velocidad para seguir la trayectoria que le lleve al círculo deseado. Es decir supuesto que ψ está en el campo guía ..

Pero hace falta llevar. $\dot{p}$ a $\dot{p}_d$.

$$u(\dot{p}\, p\, \phi) = \dot{\phi} = \dot{\phi}_d + k_d \hat{\dot{p}}^T E \hat{\dot{p}}_d .$$

↑ Esto hace girar para llevar una v. a otra

Sigue anterior:

$$u = \dot{\psi} = \underbrace{-\left(E \hat{\dot{p}}_d \hat{\dot{p}}_d^T E \left[E - k_e e(p)\right] H(\psi)\, \dot{p} - k_e n^T_p \dot{p}\, n\right)^T E \frac{\dot{p}_d}{\|\dot{p}_d\|^2}}_{\dot{\phi}_d} + k_d \hat{\dot{p}}^T E \hat{\dot{p}}_d .$$