

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS**

DEPARTAMENTO DE ARQUITECTURA DE COMPUTADORES Y AUTOMÁTICA

---



**TRABAJO DE FIN DE GRADO**

Código TFG: **DACYA-04**

**Desarrollo de sistemas de control cooperativos para USVs en tareas de bioinspección**

**Cooperative Control Systems for USVs in Bio-surveillance tasks**

Ulises Alejandro Ardizzi Rodríguez

Supervisor/es: Héctor García de Marina y Juan Francisco Jiménez Castellano

Grado en Ingeniería Electrónica de Comunicaciones

Curso académico 2020-21

Convocatoria Julio



# Autorización de difusión

Apellidos, Nombre

Madrid, a XX de XX de XX

Los abajo firmantes, matriculados en el Grado de XX de la Facultad de XX, autorizan a la Universidad Complutense de Madrid (UCM) a difundir y utilizar con fines académicos, no comerciales y mencionando expresamente a su autor el presente Trabajo Fin de Grado: "Título", realizado durante el curso académico XX-XX bajo la dirección de XX y la co-dirección de XX en el Departamento de XX, y a la Biblioteca de la UCM a depositarlo en el Archivo Institucional E-Prints Complutense con el objeto de incrementar la difusión, uso e impacto del trabajo en Internet y garantizar su preservación y acceso a largo plazo.



Esta obra está bajo una  
Licencia Creative Commons  
Atribución-NoComercial-CompartirlGual 4.0 Internacional.

*“Dedicatoria, si es necesaria.”*

Edward Tufte

# Agradecimientos

*Agradecimientos, si son necesarios.*

# Índice general

<b>Índice</b>	<b>I</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>III</b>
<b>Resumen</b>	<b>V</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Estado del arte . . . . .	3
1.3. Objetivos . . . . .	5
1.4. Diagrama de Gantt . . . . .	6
1.5. Organización de la memoria . . . . .	7
<b>2. Sistema de manera global</b>	<b>9</b>
2.1. Modelo para la simulación . . . . .	9
2.2. Algoritmo de estimación de gradiente para la búsqueda de fuentes . . . . .	11
2.3. Algoritmo de control de formación circular . . . . .	15
2.4. Algoritmo de ascenso de gradiente . . . . .	21
2.5. Operación conjunta de los tres algoritmos. . . . .	22
<b>3. Resultados experimentales</b>	<b>25</b>
3.1. Variación del punto inicial . . . . .	29
3.2. Variación del número de agentes N . . . . .	31
3.3. Variación del radio D . . . . .	33
3.4. Variación del peso $\epsilon$ . . . . .	35
3.5. Evaluación con Múltiples fuentes . . . . .	38

4. Conclusiones y futuras investigaciones 43

Bibliografía 46

# Índice de figuras

1.1. Ejemplo de USV. Figura obtenida de: <a href="https://www.navalnews.com/naval-news/2019/02/eca-group-unveils-inspector-125-unsinkable-usv/">https://www.navalnews.com/naval-news/2019/02/eca-group-unveils-inspector-125-unsinkable-usv/</a> . . . . .	2
2.1. Representación de una función gaussiana . . . . .	10
2.2. Disposición de los agentes en torno a la formación circular. . . . .	11
2.3. Estrategia colaborativa para el cálculo del gradiente en el centro de la circunferencia formada por los agentes. . . . .	13
2.4. Estimación del gradiente en función del número de agentes con $D = 1$ . . . . .	14
2.5. Estimación del gradiente en función del radio del círculo con $N = 3$ . . . . .	15
2.6. Ejemplo de convergencia de un vehículo a la formación circular destino [referencia] . . . . .	17
2.7. Ejemplo de disposición simétrica en torno a la formación circular . . . . .	19
2.8. Diagrama de flujo que describe la dinámica del sistema. . . . .	22
3.1. Comparativa entre el camino descrito por el gradiente y por el gradiente estimado. . . . .	26
3.2. Comparativa de las componentes del gradiente entre el real y el estimado. . . . .	26
3.3. Diferencia entre las componentes del gradiente real y el estimado. . . . .	27
3.4. Curva de error descrita por la estimación del gradiente. . . . .	27
3.5. Avance del sistema para diferentes valores de la posición inicial de la formación. . . . .	29
3.6. Componentes del gradiente estimado y el real para diferentes valores de la posición inicial de la formación. . . . .	30
3.7. Avance del sistema en función del número de agentes N . . . . .	31

3.8. Evaluación de las componentes del gradiente estimado y el real en función del número de agentes N . . . . .	32
3.9. Error descrito por el gradiente esrimado al variar el número de agentes N . . . . .	33
3.10. Avance del sistema en función del radio D . . . . .	33
3.11. Evaluación de la componentes del gradiente estimado y el real en función del radio D . . . . .	34
3.12. Error descrito por el gradiente estimado al variar el radio D . . . . .	35
3.13. Avance del sistema en función del radio peso $\epsilon$ . . . . .	36
3.14. Error descrito por el gradiente estimado al variar el peso $\epsilon$ . . . . .	36
3.15. Evaluación de las componentes del gradiente estimado y el real en función del peso $\epsilon$ . . . . .	37
3.16. Resultado de sumar las tres funciones gaussianas. Nuevo modelo para la simulación. . . . .	38
3.17. Avance definido sobre el plano con múltiples fuentes en tres puntos diferentes	39
3.18. Comparación del valor máximo de ambas fuentes . . . . .	40
3.19. Evaluación de las componentes del gradiente estimado según la fuente objetivo y el punto de partida . . . . .	40

[Título extendido del TFG (si procede)]

## Resumen

Breve resumen de contenidos.

## Palabras clave:

Separadas, por, comas.

## Abstract

Key works:

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación

Un problema en la actualidad son las aguas contaminadas por agentes de origen biológico, su importancia recae en la perdida de la biodiversidad y en que implican daños perjudiciales en la salud humana dado que las sustancias presentes en el agua pueden ser ingeridas por las especies marítimas que posteriormente son consumidas por los seres humanos.

Un aspecto fundamental sería el detectar y caracterizar la distribución de dicha contaminación. Por ende, tomando en cuenta los avances tecnológicos de los sistemas robóticos de hoy en día, llegándose a considerar incluso como sistemas autónomos y programables capaces de realizar diversas tareas, se propone como objetivo de este proyecto el otorgar la capacidad de detectar y guiar a un conjunto de vehículos dispuestos sobre una superficie marítima hacia zonas de máxima concentración de sustancias toxicas.

Los vehículos han de tener la capacidad de reunir datos del entorno, dicha tarea se realiza al estar dotados de sensores adecuados, ~~emplazados en puntos fijos~~ y de diversos tipos para tomar medidas de nivel de contaminación de modo continuo para posteriormente convertirlos en acciones a través de su efector final.

Un vehículo que engloba todas las características descritas hasta el momento son los USVs<sup>1</sup> cuyo uso recae en tareas de monitorización de las aguas de manera automática<sup>a</sup> y desasistido.

Además, al tratarse de una tarea que implica cubrir zonas amplias de agua, una manera más eficaz de acometerla es el empleo de multiples USVs que cooperan eficientemente entre ellos para cumplir la labor asignada. Esto conlleva a una necesidad de coordinarlos, en donde, existen diversas formas de hacerlo tal como se puede apreciar en [4]. En este proyecto se va a centrar en [2] basado en la cooperación entre los USVs consiguiendo un sistema descentralizado y robusto.



**Figura 1.1:** Ejemplo de USV. Figura obtenida de: <https://www.navalnews.com/naval-news/2019/02/eca-group-unveils-inspector-125-unsinkable-usv/>

El proceso principal para la detección de los agentes biológicos en aguas contaminadas es la búsqueda de la fuente de contaminación. Por ello el objetivo de este proyecto consiste en ver cómo un conjunto de agentes son capaces de comunicarse entre ellos para detectar el foco de máxima concentración para posteriormente desplazarse hacia él satisfactoriamente.

---

<sup>1</sup>unmanned surface vehicle

Consecuentemente, los vehículos han de ser capaces de cumplir dos roles fundamentales, en primer lugar ser capaces de detectar exactamente el punto de origen de máxima concentración y en segundo lugar coordinarse para ejercer el desplazamiento definiendo una forma simétrica concreta. Entre otras palabras, se requiere aplicar al caso un enjambre robótico más concretamente uno de tipo multiagente.

*¡exactamente! Quéquieres decir con esto?*  
*¿y por qué deben desplazarse definiendo una forma geométrica concreta?*  
*¿a qué se aplica un enjambre robótico? ¿qué es un enjambre robótico?*

Cabe añadir que el punto de máxima concentración en la superficie sobre la que se desplazan los vehículos se puede definir mediante ~~las~~ curvas de nivel, además su variación se puede suponer que va a estar ligada con la distancia a la que este el centro de la formación con respecto al punto máximo, es decir, la intensidad radiada desde el punto fuente es una señal proporcional al inverso de la distancia al cuadrado.

*¿NO, de hecho tu empleas una distribución gaussiana que no sigue esa ley de inverso al cuadrado. Además, una ley de inverso al cuadrado diverge en el origen...*

Asimismo, en cualquier punto de la superficie del agua afectada por los agentes biológicos, el gradiente de la concentración apunta en la dirección de crecimiento de la contaminación y por tanto hacia la fuente. Una forma de llegar al máximo es ir tomando medidas de manera continua con los sensores acoplados en cada USVs para ir avanzando en función de la dirección marcada por dicho gradiente, en donde si este se anula quiere decir que los vehículos han llegado al punto máximo.

Finalmente, para llevar a cabo el cálculo del gradiente se utilizará un grupo de robots que lo estimarán tomando medidas de contaminación en un punto haciendo uso de sus sensores, con estas se podrán guiar hasta el máximo de la concentración.

*En realidad, esto casi debería ir antes. Lo que haces es emplear un grupo de robots para que tomen medidas de la concentración de una sustancia contaminante. A partir de dichas medidas, estimas cuánto es el gradiente de la concentración y hace que los robots sigan el gradiente para aproximarse al máximo. Esta operación la repites iterativamente hasta que el valor del gradiente estimado es cero, o próximo a cero, momento en que los robots habrán alcanzado el punto de máxima concentración de la*

## 1.2. Estado del arte

La robótica de enjambre se basa en el comportamiento de los organismos sociales, en donde los individuos no han de tener un alto conocimiento para producir un comportamiento colectivo complejo, ni existir un líder que guía al resto para completar un objetivo, como en los bancos de peces, un panal de abejas o una bandada de pájaros.

Hoy en día, conforma un área de investigación muy activa por su versatilidad en diferentes ámbitos, tales como militar o industrial. En contraposición a tener un único robot realizando una labor compleja se tienen varios individuos simples para formar un comportamiento colectivo con el objetivo de realizar la misma tarea traduciéndose a su vez en una reducción de costes. Las características principales con las que se pueden definir los enjambres son:

1. El número óptimo de agentes varía en función de la tarea asignada pudiendo ir desde tan pocos como una simple pareja hasta miles de unidades.
2. Presenta gran **diversidad**, es decir, en ocasiones se mezclan robots simples o complejos, sistemas tripulados o no tripulados, e incluso con dominio cruzado.
3. Para poder diferenciarlos de los sistemas multi-robots, en el que cada robot individualmente tiene una tarea asignada de antemano, los de tipo enjambre han de tener un **comportamiento colectivo** que involucre colaboración entre los propios agentes y estos con su entorno.
4. Se necesita establecer una forma de comunicación entre los agentes para permitir el intercambio de información, esta puede ser implícita o explícita
5. El hecho de que se puede definir su modo de operar no implica que se controle a cada robot individualmente, es decir, cada uno ellos han de poseer un comportamiento **autónomo y descentralizado**.

Los enjambres pueden considerarse como una particularización del paradigma de los sistemas multiagentes que como bien su nombre indica, se basan en un grupo de dos o más agentes que interaccionan entre si para lograr un objetivo común en un mismo entorno. Dicha comunicación puede darse entre vecinos sin necesidad de recurrir a una entidad central, es decir, cada uno de ellos va a poseer un comportamiento autónomo y aun así conocer la existencia del resto.

Por tal motivo, la información va a estar distribuida en cada uno de los agentes con una rol distinto, además, se añade la posibilidad de fallo en cualquiera de ellos. Esto se traduce en un sistema más eficaz, flexible yiable.

### 1.3. Objetivos

Al principio de este capitulo se comentó la necesidad del cálculo del gradiente para obtener la dirección de avance sobre la superficie marítima hacia zonas afectadas por sustancias contaminantes. Este objetivo se logra mediante la cooperación de tres algoritmos.

El primero de ellos es un **algoritmo de búsqueda de fuentes** [1] cuyo objetivo es detectar dicha zona de máxima concentración, en donde, se asume que solo se tendrá una única fuente radiando y además que los agentes van a estar dispuestos en torno a una formación circular de manera simétrica para realizar las medidas correspondientes.

Por otro lado, la necesidad del segundo algoritmo recae en la coordinación de los vehículos para adoptar una forma geométrica deseada más concretamente una formación circular, en donde los robots se distribuyen simétricamente en torno a ésta ~~definiendo~~ <sup>ésta. Se define para ello</sup> un **algoritmo de control de formación circular** [2].

En la realidad el avance vendrá dado por la toma de manera continua del nivel de contaminación dado por los sensores de cada uno de los USVs, en donde, se obtendrá una dirección de avance descrita por el gradiente en cada punto. No obstante, en simulación el sistema en sí debe tener la capacidad de dirigirse hacia la zona de interés por ello es que se va a hacer uso del **algoritmo de ascenso**. Ante este algoritmo surge la hipótesis de que la función utilizada para la simulación necesariamente ha de ser cóncava para definir un punto máximo y así poder desplazarte de manera ascendente hasta dicho punto.

A ver, la única diferencia, entre el sistema real y el simulado es que en el simulado, no puedes leer los valores de la contaminación. Para simular esa lectura, lo que haces es definir una función que suministre a los agentes el valor de la contaminación en el punto en que están. Esa es la única diferencia entre el sistema real y la aproximación que hacemos. Usa una función cóncava porque estás estimando que ese sería el carácter de una distribución de contaminación real, si toda la contaminación ha emanado de un único foco.

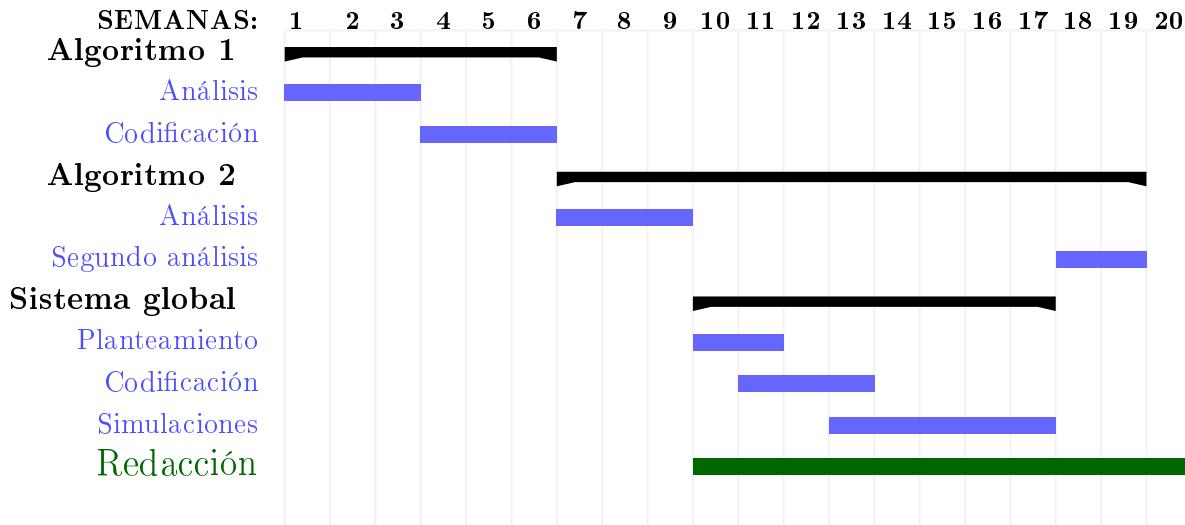
El algoritmo de descenso de gradiente lo siguen tanto los vehículos reales como los simulados. En ambos casos, el resultado del gradiente obtenido entre todos se emplea para definir un nuevo centro al que deberá desplazarse la formación de USVs...

Por ello, se pone como objetivo estudiar como afectan al conjunto de algoritmos los parámetros del sistema, es decir, la variación del número de vehículos, las posiciones desde donde empiezas, el tamaño del radio de la formación o situaciones en las que se tienen varios focos radiando pero uno de ellos va a presentar la máxima concentración.

Para estudiar cada uno de estos parámetros se propuso modelar el desplazamiento del sistema sobre una función gaussiana dado que esta cumple ser cóncava como anteriormente se dispuso, adicionalmente permite de cierta manera dar un valor fijo a los que realmente serían datos tomados por los sensores. El objetivo de esto es evaluar la viabilidad y el rendimiento del conjunto de algoritmos de cara a emplearlo posteriormente sobre sistemas reales.

Me parece que los diagramas de Gantt se suelen poner al final de la memoria

## 1.4. Diagrama de Gantt



En el diagrama se definen los siguientes aspectos:

- El algoritmo 1 se atribuye al que obtiene el gradiente en el centro de la formación [1].  
En primer lugar se analizó como se obtiene el gradiente mediante varios USVs para posteriormente codificarlo.

- El algoritmo 2 es el encargado de la cooperación entre los vehículos descrito en [2]. Este ya se encontraba codificado en [6] la única tarea que se hizo fue el entendimiento de su funcionamiento. **y adaptación al problema completo**
- Finalmente, ambos algoritmos en conjunto con el ascenso de gradiente descrito en [3] conforman el sistema global sobre el que se basarán cada uno de los casos previamente descritos, es decir, el análisis del rendimiento se dará en función de este sistema.

## 1.5. Organización de la memoria

Se va a dividir el desarrollo de la memoria en tres capítulos que englobarán los aspectos más relevantes recopilados de las diferentes simulaciones.

**Parte esta frase. Pon puntos (ocupa seis líneas y hablas de tantas cosas que no hay quien la lea)**  
 El capítulo dos contiene el fundamento teórico sobre el que se sustentan los USVs que poseen la capacidad de detectar fuentes para posteriormente cooperar y coordinarse con el objetivo de desplazarse hacia ellas por medio del gradiente desglosándose en tres algoritmos cada uno con una tarea fundamental, el primero estima el gradiente aprovechando los múltiples vehículos, el segundo los coordina para formar una circunferencia cuya disposición de los agentes en esta es simétrica y finalmente un tercer algoritmo que permite el avance mediante el gradiente estimado. En el tercero se simulan diversas situaciones para evaluar el rendimiento del sistema completo, entre ellas estarían variar el número de vehículos, el radio **Punto y aparte, el ajuste de la ganancia del algoritmo de ascenso del gradiente.** de la circunferencia o **el peso que posee el avance.** En el cuarto y último capítulo se aportan mejoras que se pueden introducir al sistema o futuras investigaciones como sería el caso de un único agente que tenga la capacidad de guiar al enjambre completo.

**No suena a un gran avance, primero dices que empleas un sistema distribuido en que cada agente coopera, etc, etc, y ahora consideras un avance el que existe un agente único que guíe al enjambre completo ¿?**



# Capítulo 2

## Sistema de manera global

Descripción global del sistema. (o, también)

Descripción del sistema completo (o, simplemente) Descripción del sistema

### 2.1. Modelo para la simulación

Antes de describir cada uno de los algoritmos pertenecientes al sistema se va a definir la función gaussiana utilizada para la simulación de la radiación de la fuente de contaminación.

$$f(x, y) = p \cdot e^{-(x - c_o)^T \cdot M \cdot (x - c_o)} \quad (2.1)$$

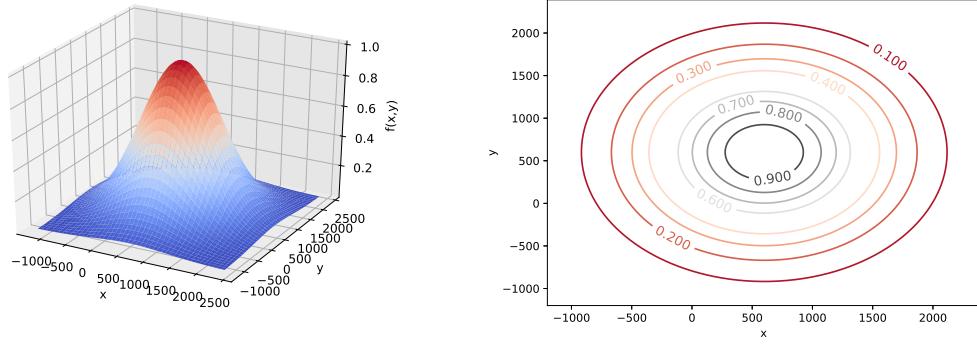
Donde  $x = (x, y)$ ,  $c_o = (x_o, y_o)$  sería la posición del centro de la gaussiana. Además,

$$M = \begin{bmatrix} \frac{\cos^2 \theta}{2 \cdot \sigma_x^2} + \frac{\sin^2 \theta}{2 \cdot \sigma_y^2} & \frac{\sin 2 \cdot \theta}{4 \cdot \sigma_x^2} + \frac{\sin 2 \cdot \theta}{4 \cdot \sigma_y^2} \\ \frac{\sin 2 \cdot \theta}{4 \cdot \sigma_x^2} + \frac{\sin 2 \cdot \theta}{4 \cdot \sigma_y^2} & \frac{\sin^2 \theta}{2 \cdot \sigma_x^2} + \frac{\cos^2 \theta}{2 \cdot \sigma_y^2} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Es una matriz definida positiva y proviene de  $R \cdot S \cdot R^T$  con  $R$  siendo la matriz de rotación ordinaria en 2D para un ángulo  $\theta$  definiéndose a  $S$  como:

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{2 \cdot \sigma_x^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2 \cdot \sigma_y^2} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

En donde,  $\sigma_x^2$  con  $\sigma_y^2$  serían la desviación típica de la gaussiana con los ejes x e y respectivamente.



(a) Función definida en 3D

(b) Curvas de nivel

**Figura 2.1:** Representación de una función gaussiana

Se puede particularizar a un caso más sencillo para facilitar el análisis del rendimiento del sistema de la siguiente forma:

- Normalizar el volumen encerrado debajo de la gaussiana para que este tenga un valor unitario. Esto se obtiene definiendo a  $p = \frac{1}{2 \cdot \pi \sigma_x \sigma_y}$ .
- Presentar desviaciones iguales en ambos ejes  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ .

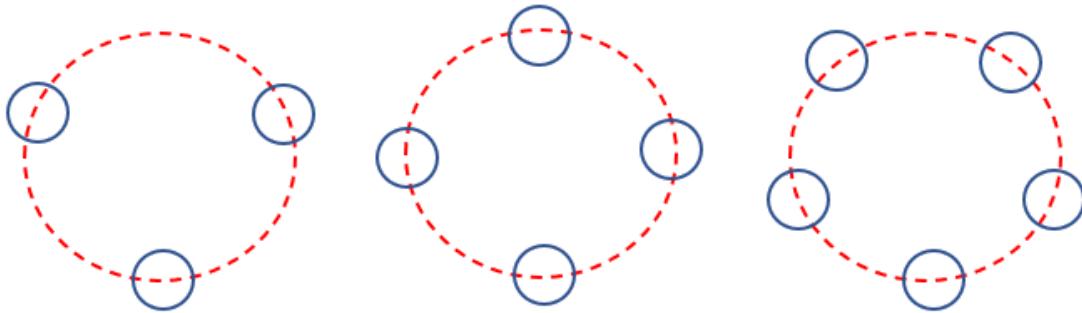
Con estas dos consideraciones la expresión final sería:

$$f(x, y) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2} e^{\frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad (2.4)$$

Esta representación es la que posteriormente se usará para las diferentes simulaciones apor-tadas en el capítulo 3.

## 2.2. Algoritmo de estimación de gradiente para la búsqueda de fuentes

Anteriormente se discutió que el objetivo del algoritmo es la búsqueda de fuentes, basándose en mediciones locales de múltiples robots situados de manera simétrica en un espacio de 2D. En dicho procedimiento, se consideran  $N$  robots distribuidos uniformemente a lo largo de una formación circular con un radio  $D$  y un punto central  $c$  definido en dos dimensiones, tal como se muestra en la siguiente figura:



**Figura 2.2:** Disposición de los agentes en torno a la formación circular.

Adicionalmente, cada uno de los agentes deberá tener la capacidad de medir la intensidad de la señal mediante un sensor. En términos matemáticos, la distribución de la señal es una función espacial bidimensional que representa un campo escalar con un máximo o mínimo definido justo en la posición donde dicha fuente se localiza. Por lo tanto, se va a considerar que la señal es emitida por una única fuente de modo que su punto critico en  $z_*$  es el único máximo definido del campo escalar.

Para la obtención del gradiente, se adoptan los **algoritmos de tipo consenso** siendo estos un mecanismo que permite a maquinas coordinarse en un entorno distribuido, es decir, encuentran la solución al problema de la comunicación entre diferentes entes aislados con el

No, en realidad en la estima del gradiente, no se utiliza un algoritmo de tipo consenso. De hecho, el cálculo, en un sistema real debería hacerlo uno de los agentes, a partir de la información reunida entre todos. El algoritmo de consenso como tal, solo lo estás empleando para crear al formación circular

objetivo de ponerse de acuerdo para realizar una tarea concreta.

Se define una función  $f(x)$  con  $x \in \mathbb{R}^n$ , además de ser continua y derivable para todo  $x$ .

Aplicando el desarrollo en serie de Taylor para un valor de  $n \geq 2$  se tiene:

En torno a un punto  $x_*$

$$f(x) = f(x_*) + \nabla f(x_*)^T (x - x_*) + \frac{1}{2!} \cdot (x - x_*)^T \cdot H(f(x_*)) \cdot (x - x_*) + O(x_*^3) \quad (2.5)$$

Donde:

$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad H(f) = \nabla^2 f = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \cdot \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \cdot \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \cdot \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \cdot \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \cdot \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \cdot \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

Para evaluar el punto máximo de concentración lo que interesa es que  $\nabla f(x_*) = 0$ . No obstante, en el problema en cuestión no se dispone de información sobre dicho gradiente solo se tienen las medidas tomadas por los sensores en cada uno de los vehículos es por ello que se va a aprovechar para realizar una estimación del gradiente en el centro del círculo formado por los robots  $\hat{\nabla} f(c)$ .

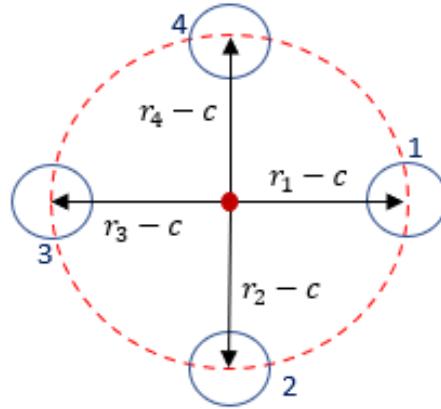
Particularizando para una distribución uniforme a lo largo de un círculo con radio  $D$ , un ángulo de rotación  $\phi_o(t) = w_o \cdot t$ , en el que los agentes se mueven con velocidad angular w\_0 y el centro de la formación  $c$ .

$$r_i = c + D \cdot R_{\theta_i} \cdot e \quad i = 1, \dots, N$$

Creo que  $R_{\{\theta_i\}}$  debería ser  $R_{\{\phi_i\}}$

En donde,  $r_i$  es la posición del robot  $i$  con respecto al radio del círculo,  $\phi_i = \phi_o + \frac{2\pi i}{N}$  es el ángulo de rotación,  $R_\phi$  es la matriz de rotación definida como  $\begin{bmatrix} c_\phi & -s_\phi \\ s_\phi & c_\phi \end{bmatrix}$  y  $e = [1, 0]^T$ .

Di por algún sitio que  $s_{\{\phi\}}$  representa a  $\sin(\phi)$ , no puedes dar por supuesto que todo el mundo conoce la notación que empleas



**Figura 2.3:** Estrategia colaborativa para el cálculo del gradiente en el centro de la circunferencia formada por los agentes.

A partir de la ecuación 2.5 pero haciendo la expansión de Taylor hasta el término primer orden sobre cada una de las medidas  $f(r_i)$  en torno al punto  $c$  y redefiniendo a  $D$  como  $D = \|r_i - c\|$ , se obtiene:

$$f(r_i) - f(c) = \nabla f(c)^T (r_i - c) + \varphi_i(D, c) \quad \forall i, \dots, N \quad (2.6)$$

En donde,  $\varphi_i(D, c)$  denota el remanente de la expansión de Taylor.

Se podría estimar el gradiente en el centro  $c$  si se conociera el valor de la función  $f(c)$ . Sin

En realidad, no. El gradiente es un vector y la relación que tienes es un producto escalar. no hay forma de saber a la vez magnitud y orientación.

embargo, es posible obtener una aproximación para el gradiente empleando directamente

Si fuera como dices bastaría usar dos vehículos para calcular el valor del gradiente en la posición de uno de ellos.

las medidas tomadas por los sensores de cada uno los agentes  $f(r_i)$  de la siguiente forma:

$$\frac{2}{N \cdot D^2} \cdot \sum_{i=1}^N f(r_i) \cdot (r_i - c) = \underbrace{\nabla f(c) + \varphi(D, c)}_{:= \hat{\nabla} f(c)} \quad (2.7)$$

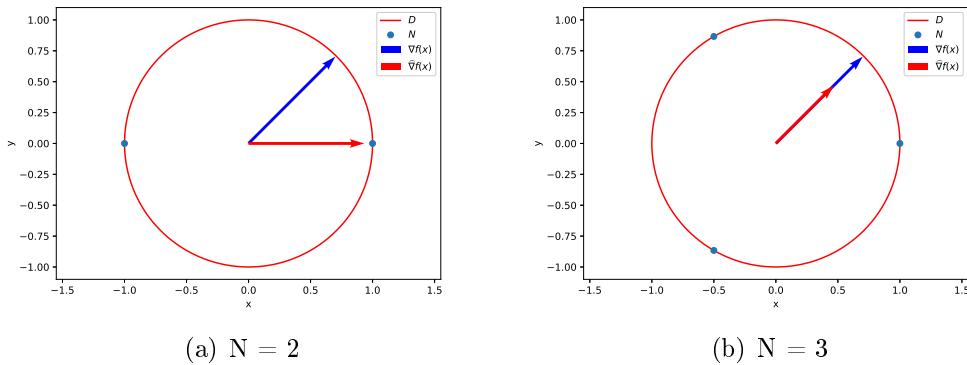
La obtención de dicha expresión, así como la prueba de su validez pueden encontrar en [1] y [3]. En donde,  $\varphi(D, c)$  es el error de la aproximación.

Para evaluar la fiabilidad de la estima se va a comparar con el valor exacto del gradiente obtenido sobre ~~la~~ una función gaussiana y como influye en la bondad de dicho cálculo el número de agentes empleados y el radio del círculo de la formación.

Por ello, se establece una posición arbitraria para el centro de la formación se encuentre relativamente lejos de la fuente y así evaluar la variación del número de agentes con un radio unitario y del radio con el mínimo de número de agentes posibles.

Finalmente, se hace uso de 2.1 cuyos valores serían  $c_o = [0, 0]$ , el ángulo  $\theta$  nulo, una desviación uniforme en ambos ejes  $\sigma_x = \sigma_y = \frac{1}{1000}$  para que la matriz quede definida como  $S = \begin{bmatrix} \frac{1000}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1000}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$  y cuyo volumen es  $p = 1$ .

No se sabe en qué punto se está calculando el gradiente.



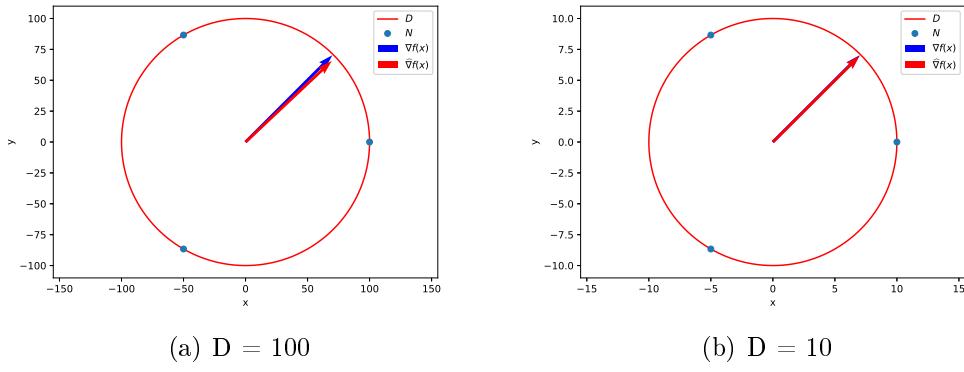
**Figura 2.4:** Estimación del gradiente en función del número de agentes con  $D = 1$

¿En qué figura se observa? en la anterior, se observa que coincide la dirección pero no el valor del gradiente..

Se observa en la figura que al aumentar el número de agentes llega un punto donde el error es prácticamente despreciable. Por otra parte, el algoritmo solo funciona si cooperan tres o mas vehículos, tal como se anticipaba en [1]. De manera análoga, se procede a evaluar el efecto del radio:

¿La figura 2.5?

En el caso de 2.5 la relación es inversa al número de agentes, es decir, cuanto menor es el radio menor será el error. No obstante, se deben considerar las dimensiones de los vehículos dado que si el radio es excesivamente pequeño pueden generarse colisiones entre ellos.



**Figura 2.5:** *Estimación del gradiente en función del radio del círculo con  $N = 3$*

Finalmente, para un estudio más detallado del resto de parámetros y sus respectivos efectos sobre la estimación del gradiente, se debe discutir antes la importancia que tiene la coordinación de éstos en torno a la formación circular.

### 2.3. Algoritmo de control de formación circular

El control de la formaciones tiene como objetivo conseguir que un sistema formado por múltiples vehículos naveguen manteniendo una forma geométrica deseada. Una forma particular de hacerlo es mediante algoritmos de cooperación entre los agentes.

El modelo dinámico que se utilizará considera vehículos tipo monociclo con velocidad constante, es decir, solo se actúa sobre la dirección del vehículo a través de giros coordinados actuando sobre el ángulo de orientación. Definiéndose como objetivo el describir un **algoritmo distribuido para controlar formaciones circulares** aplicados a los USVs comentados en 1.1. ~~Estos tendrán velocidades constantes y se actuará sobre la velocidad angular que poseen en torno a un punto central.~~

Como se ha indicado más arriba, éstos tienen velocidad constante. Si se les obliga a girar en torno a un punto central, se puede alterar su velocidad angular, variando el radio de la circunferencia que describen. De este modo se puede hacer que aumenten o disminuyan la distancia angular entre ellos y, así, es posible mantener entre ellos las distancias angulares deseadas dentro de una formación circular (Si quieras, mejor rescríbelo lo con tus palabras)

Es importante destacar que el algoritmo va a tener dos tareas:

- Inicialmente cada uno de los vehículos estarán en posiciones arbitrarias y deberán converger hacia la formación circular definida en torno a un punto central conocido.
- Posteriormente, han de distribuirse uniformemente en torno a dicha formación. Esto será posible al minimizar el error existente entre sus ángulos como más adelante se comentará.

No obstante, para ambos casos se tiene que tomar en cuenta la manera de comunicarse entre los agentes que se describe a continuación.

Inicialmente, se considera una formación con  $N \geq 2$  vehículos cuyas posiciones  $p$  se definen por  $p_i \in \mathbb{R}^2$  con  $i \in \{1, \dots, N\}$ , en donde los vehículos son capaces de detectar las posiciones relativas con respecto a sus vecinos. Evaluando la relación existente entre los vecinos ésta puede describirse mediante un grafo  $\mathbb{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$  siendo  $\mathcal{V} = \{1, \dots, N\}$  los distintos nodos pertenecientes al grafo, en donde cada uno de ellos representa un vehículo y  $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$  sus aristas. El conjunto de los vecinos del vehículo  $i$  esta definido por  $\mathcal{N}_i \triangleq \{j \in \mathcal{V} : (i, j) \in \mathcal{E}\}$ . Dos vértices son adyacentes si  $(i, j) \in \mathcal{E}$ . Un camino desde el nodo  $i$  hasta el nodo  $j$  es una secuencia que comienza en  $i$  y termina en  $j$ , de manera que dos vértices consecutivos son adyacentes, y si  $i = j$  el camino se le conoce como ciclo. [2]

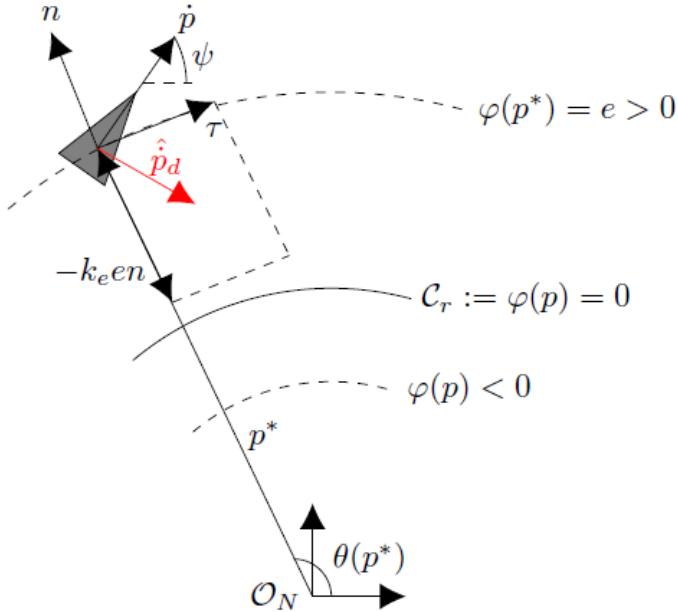
Asumiendo que el grafo  $\mathbb{G}$  esta conectado, es decir, existe un camino que conecta a cada par de nodos  $i$  y  $j$ . Se definen los elementos de la matriz de incidencia  $B \in \mathbb{R}^{|\mathcal{V}| \times |\chi|}$ , donde  $|\chi|$  representa la cardinalidad del conjunto  $\chi$ , para  $\mathbb{G}$  dado por:

$$b_{ik} \triangleq \begin{cases} +1 & \text{si } i = \mathcal{E}_k^{\text{cola}} \\ -1 & \text{si } i = \mathcal{E}_k^{\text{cabeza}} \\ 0 & \text{c.c} \end{cases} \quad (2.8)$$

LA dimensiones de la Matriz de incidencia son el número de vértices por el número de aristas

Un vehículo (vertice) aporta valores distintos de cero en su fila de la matriz de incidencia en aquellas columnas que corresponden a aristas (relación con otros vehículos) de las que el es principio (cabeza -1) o final (cola -1)

En donde  $\mathcal{E}_k^{cola}$  y  $\mathcal{E}_k^{cabeza}$  representan los nodos cola y cabeza de la arista  $\mathcal{E}_k$ , es decir,  $\mathcal{E}_k = (\mathcal{E}_k^{cola}, \mathcal{E}_k^{cabeza})$ .



**Figura 2.6:** Ejemplo de convergencia de un vehículo a la formación circular destino [referencia] Pon la referencia

Aquí hay un salto lógico que hace difícil seguir la lectura. estabas hablando de coordinación y de pronto empiezas ha hablar de algo que parece que tiene que ver con hacer que un vehículo siga una trayectoria circular. Tienes que introducir los temas con orden.

Posteriormente, se debe definir una trayectoria circular de radio  $D \in \mathbb{R}^+$  puede ser descrita mediante la siguiente ecuación:

$$C_D \triangleq \{p : \varphi(p) = 0\}, \quad (2.9)$$

En donde,  $\varphi(p) = p_x^2 + p_y^2 - r^2$  y  $p = [p_x \ p_y]^T$  que representa la posición cartesiana con respecto a un marco de coordenadas cuyo origen esta en el centro de  $C_D$ . Este pertenece al espacio  $\mathbb{C}^2$  y este es regular para cualquier posición exceptuando en el centro, es decir,  $\nabla \varphi(p) \neq 0 \iff p \neq 0$  y todo el conjunto de niveles  $\varphi_c(p)$  se pueden parametrizar. Si se particulariza para cada vehículo  $i$  se puede obtener dicha parametrización asociada a su posición mediante:

px y py deberían ser los correspondientes al vehículo i  $p_{\{ix\}}, p_{\{iy\}}$  ¿no?

$$\theta_i(p) = \text{atan2}(p_x, p_y) \in (-\pi, \pi] \quad (2.10)$$

Adicionalmente, se describen dos vectores para el funcionamiento del algoritmo. El primero de ellos se atribuye a un vector normal a la circunferencia dada por  $\varphi(p)$  definiéndose como  $n(p) \triangleq \nabla\varphi(p)$ , el otro es un vector tangente al punto  $p$  y descrito por  $\tau(p) = E \cdot n(p)$  con  $E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  una matriz de rotación de  $-\frac{\pi}{2}$ .

De nuevo el orden no es lógico. lo lógico es hablar primero de la dinámica y luego de ¿que quieres decir, con esto del primer objetivo propio etc?? o control

Para cumplir el primero de los objetivos propios del algoritmo descritos en el principio de esta sección se debe considerar el siguiente modelo no holonómico.<sup>3</sup>

Di simplemente que las ecuaciones del monociclo con el que se simulan los vehículos es la siguiente:  
Olvídate del concepto no holonómico, ya que aquí da igual y no es un concepto precisamente fácil de manejar.

$$\begin{cases} \dot{p}_i = u_r \cdot m(\psi_i) \\ \dot{\psi}_i = u_{\psi_i} \end{cases} \quad (2.11)$$

En donde,  $u_r$  es la velocidad que ha de ser constante, además de tener el mismo valor para cada uno de los vehículos,  $m = [\cos(\psi_i) \ \sin(\psi_i)]^T$  con  $\psi_i$  siendo el angulo de guiñada<sup>4</sup> y  $u_{\psi_i}$  es ~~el parámetro con el que se consigue~~<sup>la entrada de control</sup> el control, obteniendo la convergencia de cada USV hacia la formación circular deseada. Este ultimo se encuentra definido como:

último

$$u_{\psi} = - \left( E \cdot \hat{p}_d \cdot \hat{p}_d^T \cdot E \left( (E - k_e \cdot e) \cdot H(\varphi) \cdot \dot{p} - k_e \cdot n^T \cdot \dot{p} \cdot n \right) \right)^T \cdot E \cdot \frac{\dot{p}_d}{\|\dot{p}_d\|^2} + k_d \cdot \hat{p}_d \cdot E \cdot \hat{p}_d^T \quad (2.12)$$

Tienes p, p\_i, p\_d, ^p, etc, etc como no introduces nada, es imposible entender que estás haciendo¿?

falta la referencia

Los detalles de la obtención de dicha expresión se pueden consultar en [referencia]. En donde,  $H(\cdot)$  es el hessiano,  $k_d \in \mathbb{R}^+$  es una constante que altera la velocidad de convergencia<sup>5</sup> con la que cada vehículo viaja en torno a  $c_D$  y  $\hat{p}_d$  es el campo vectorial que ha de seguir el vehículo. Este se define:

$$\hat{p}_d \triangleq \tau(p) - k_e \cdot e(p) \cdot n(p), \quad (2.13)$$

---

<sup>3</sup>Sistema físico cuyo estado depende del camino tomado para lograrlo.

<sup>4</sup>En este problema es igual al de ángulo de orientación

<sup>5</sup>Describiendo una exponencial. ~~¿Qué es lo que 'describe un exponencial? y qué tiene esto que ver con la alteración de la velocidad de convergencia?~~

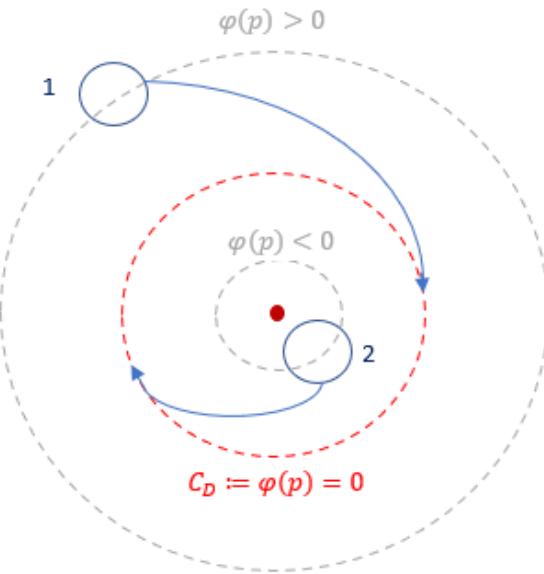
Esto has de explicarlo, en otro orden, primero qué es  $\dot{p}_d$  etc.

En esta  $k_e \in \mathbb{R}^+$  es una ganancia que define cuan agresivo es el campo vectorial para converger a  $C_D$  y  $e(p) \triangleq \varphi(p)$  es el error en la distancia entre el vehículo y la circunferencia objetivo.

Con toda esta información se puede observar en la figura 2.6 un ejemplo de la aplicación de la ecuación 2.13 y la acción de control 2.12, es decir, se tiene un vehículo cualquiera en el plano cartesiano el cual ha de ser capaz de converger mediante  $\hat{p}_d$  en el que se conocen en todo momento: la componente normal  $n$  y tangencial del vehículo  $\tau$ , su posición en el plano descrita por  $\varphi(p)$ <sup>6</sup> y finalmente su ángulo de orientación  $\psi$ .

Un comentario destacable es que si el radio descrito por el vehículo fuese menor que el deseado el lado derecho de la ecuación 2.13 se volvería positivo conllevando a que dicho vector apunte en la dirección contraria a la ilustrada en la figura 2.6.

Esta es la primera referencia, si no me equivoco a la figura 2.6, que está dos páginas más atrás.



**Figura 2.7:** Ejemplo de disposición simétrica en torno a la formación circular

---

<sup>6</sup>La notación que posee un \* se corresponde con coordenadas respecto al eje del propio vehículo.

¿A qué notación con un asterisco te refieres?

Una vez descrita la capacidad de convergencia asociada a cada vehículo se introduce la capacidad de disponerse uniformemente en torno a la formación circular. Para ello se dispone de la velocidad angular definida para cada uno de los vehículos:

$$\dot{\theta}_i = \frac{u_r}{r} \quad (2.14)$$

En donde,  $u_r$  es la velocidad lineal que ha de ser constante como se describió al principio de la sección y  $\dot{\theta}_i$ <sup>7</sup> es la velocidad angular asociada a cada vehículo.

La idea es controlar el ángulo entre vehículos  $z = B^T\theta$  modificando la trayectoria descrita.

Se define:

La definición de B, pasó hace tanto que es muy difícil acordarse aquí de ella. Por otro lado para que la expresión que pones sea correcta y tenga sentido, \theta tiene que ser un vector con los ángulos de cada vehículo apilados por orden, y z sería un vector con la diferencia entre los ángulos de dos vehículos relacionados entre sí. Además nunca has concretado como es el grafo, con lo que es imposible saber a qué te refieres con esa diferencia de ángulos

$$C_i(D, c_i) \triangleq \{p : \varphi(p) = c_i\} \quad (2.15)$$

En donde,  $c_i \in \mathbb{R}$  es la señal de control de formación y el subíndice  $i \in \mathcal{V}$  denota cada uno de los vehículos. A partir de dicha ecuación surgen dos situaciones:

- Si  $c_i$  se hace muy pequeño, el radio D tenderá a aumentar y con ello se reduce la velocidad angular  $\dot{\theta}_i$ . Situación del agente 1 en la figura 2.7
- Si  $c_i$  se hace muy grande, el radio D tenderá a disminuir y con ello se aumenta la velocidad angular  $\dot{\theta}_i$ . Situación del agente 2 en la figura 2.7

NO, es a revés, está mal contado en el paper. Si haces c, pequeño el radio se hace más pequeño y viceversa

Se define a  $c_i \triangleq {}^i u_D^2 + 2D \cdot {}^i u_D$ , donde  ${}^i u_D \in \mathbb{R}$  es una acción de control que posee un significado físico más directo al imponer el radio de la circunferencia de la siguiente forma:

$$x^2 + y^2 - r^2 = {}^i u_D^2 + 2D {}^i u_D \Leftrightarrow x^2 + y^2 - (r + {}^i u_D)^2 \quad (2.16)$$

---

<sup>7</sup> $\dot{\theta}_i = \frac{d\theta}{dt} = \omega_i$  Defínelo directamente en la línea, no hace falta que lo hagas aquí a pie de página.

La acción de control adquiere el siguiente significado  ${}^i u_D = k_r \sum_{i=1}^N B_i \cdot e$ , definiendo a  $B_i$  como cada una de las filas de la matriz de incidencia 2.8,  $k_r \in \mathbb{R}^+$  y  $e$  se corresponde con el error de formación descrito como:

kr es una constante proporcional, la señal de control un, es proporcional al error que quieras corregir que es el error en la distancia angular entre los vehículos.

$$e_{\theta_k}(t) = z_k(t) - z_k^* \quad (2.17)$$

En donde  $e_{\theta_k} \in (-\pi, \pi]$  con  $k \in \{1, \dots, |\mathcal{E}|\}$ . Definiendo como objetivo final del algoritmo que cuando  $t \rightarrow \infty$  se tenga que  $e_\theta \rightarrow 0$  y  $p_i(t) \rightarrow C_D$ , en otras palabras, que pasado un tiempo el error sea el mínimo posible permitiendo que cada uno de los vehículos este dispuesto uniformemente a lo largo de la circunferencia. Esto se traduce en que la diferencia entre el ángulo entre vehículos real y el deseado se minimice. Finalmente, se impone sobre  $k_r$  la condición de  $r - \pi \cdot k_r \max(\{\mathcal{N}_i\}) > 0$ . Esta impide la posibilidad de tener radios NO, no es 2.15, sino en 2.16 la condición pretende evitar que el valor de  $u_D$  sea tal que haga la diferencia r-iUD negativa negativos en 2.15.

UN detalle pequeño pero importante, es que el control del vehículo incluye ambos controles, es decir el descrito arriba para girar en un círculo y el que acabas de describir que elige el círculo a trazar en función del error angular con los vecinos. Cuando está bien colocado en su posición, el vehículo converge además a girar en torno al círculo deseado, es decir el círculo que necesitas para calcular el gradiente

## 2.4. Algoritmo de ascenso de gradiente

Hasta el momento únicamente se ha comentado sobre la cooperación de los agentes para la disposición de una figura geométrica y simétrica requerida o un algoritmo para la estima del gradiente en un punto. No obstante, se ha dejado de lado el avance de los agentes, es decir, ha de existir un algoritmo que desplace a todo el enjambre hacia la ubicación de la fuente haciendo uso del gradiente estimado.

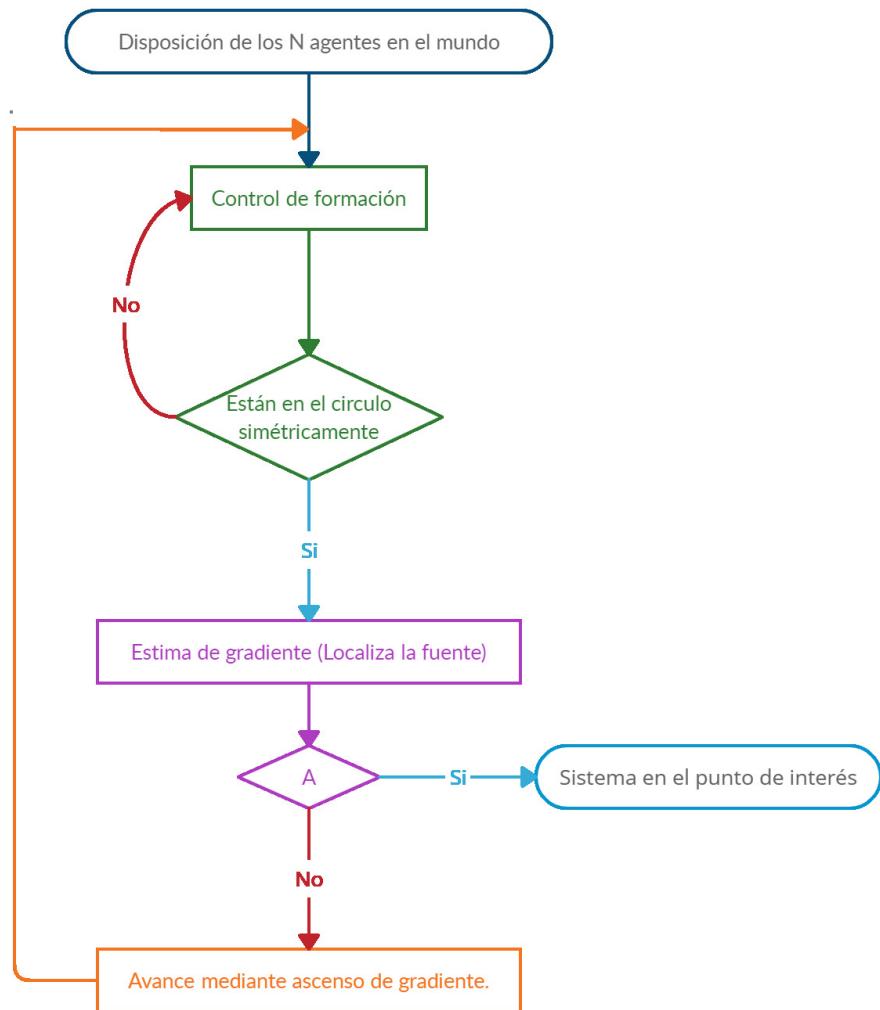
Para ello, se utiliza el algoritmo de ascenso de gradiente su objetivo principal es desplazar el centro de la formación circular dado que sobre este se encuentra definido el gradiente, la ecuación que lo describe presenta la siguiente forma [3]:

$$c_{k+1} = c_k + \epsilon \cdot \nabla f(c_k) \quad c_k = [x, y] \quad \forall_{x,y} \in \mathbb{R} \quad (2.18)$$

En donde,  $c_k$  corresponde con el centro de la formación circular y  $\epsilon \in \mathbb{R}^+$ . Al tratarse de un problema definido como un punto máximo de una función, el avance ha de ser estrictamente positivo, es decir, los valores han de ser cada vez mayores para desplazarte hacia dicho punto.

¿Qué quieres decir con esta última frase? La dirección del gradiente marca la dirección de máximo crecimiento de la función y si la sigues necesariamente, alcanzas el máximo. Pero eso no quiere decir que los valores de gradiente tengan que ser cada vez mayores, de hecho, según te acercas al máximo los valores del gradiente se van aproximando a cero..

## 2.5. Operación conjunta de los tres algoritmos.



**Figura 2.8:** Diagrama de flujo que describe la dinámica del sistema.

En la figura 2.8 se pueden apreciar diferentes colores para diferenciar cada uno de los pasos a seguir antes de que los USVs lleguen a la zona con máximas sustancias contaminantes, desglosándolos estos serían:

1. Se disponen los N agentes en el plano, es decir, se conoce la posición de cada uno de los USV en la superficie marítima.
2. Se ejecuta el algoritmo de control de formación circular para hacer que convergan cada uno de los vehículos a la formación circular y a su vez se dispongan de manera simétrica. Un aspecto a destacar es que se tiene que poner un umbral para decidir cuando avanzar. Dicho umbral esta estrechamente relacionado con el error de la formación, es decir, si este valor es lo suficientemente pequeño el enjambre avanza; en caso contrario, se quedarán esperando a que todos los agentes se coloquen en sus sitios.
3. Al ya estar dispuestos en la circunferencia, se hace la estimación del gradiente para su valor en el centro de la formación. En este punto, se dan dos casos que en la figura 2.8 están referidos como A:
  - Si  $\hat{\nabla}f(c_k) \approx 0$  se está cerca de la fuente conformando una **solución satisfactoria**.
  - Si  $\hat{\nabla}f(c_k) > 0$  aun están desplazándose para llegar al objetivo.
4. En caso de darse la segunda de las situaciones antes planteadas, se ha de desplazar el centro de la formación circular mediante el algoritmo de ascenso de gradiente mediante la ecuación 2.18.
5. Antes de volver a estimar el gradiente se debe comprobar el paso 2, en caso de permanecer cada uno de los agentes en la formación y el error es lo suficientemente pequeño, se pasa directamente al paso 3.



# Capítulo 3

## Resultados experimentales

Al ya conocer como funciona el sistema en su totalidad se estudiarán diversos comportamientos que irán apareciendo en función de variar cada uno de sus parámetros. Para ello, el sistema completo se va a desplazar sobre un plano definido mediante una función gaussiana cuya base se sustenta en la figura 2.1 y en la ecuación 2.1.

Como que se va à desplazar sobre un plano definido mediante una función gaussiana? La frase no tiene sentido. reescribir  
LA base de quÉ ¿? directamente dí que vas a emplear la función de la ecuación 2.1

Para los primeros 4 casos se particulariza la simulación del sistema en base a los siguientes datos: el centro se situé en  $c_o = [0, 0]$ , el ángulo  $\theta$  nulo, una desviación uniforme en ambos ejes  $\sigma_x = \sigma_y = \frac{1}{1000}$  para que la matriz quede definida como  $S = \begin{bmatrix} \frac{1000}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1000}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$  y cuyo volumen es  $p = 1$ .

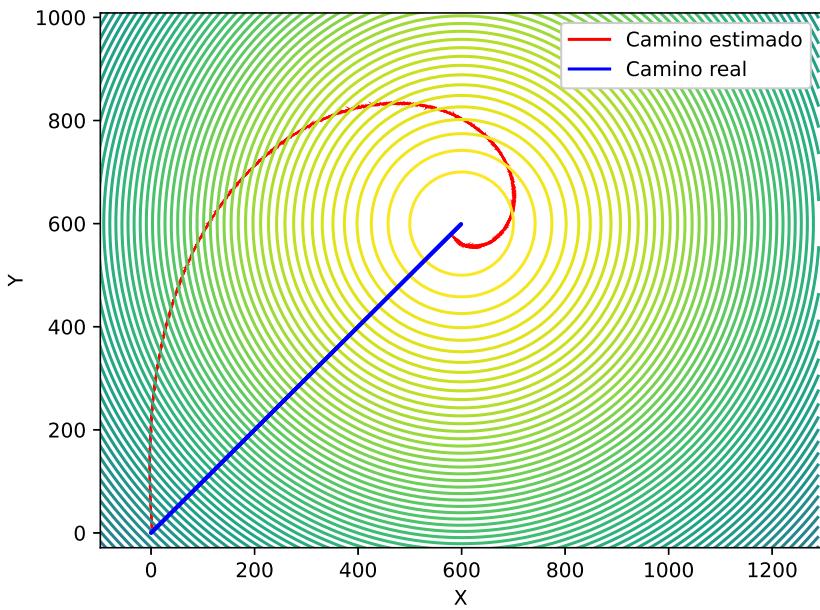
El centro de tus simulaciones está en [600,600]

En primer lugar, se evalúa una situación inicial con  $N = 4$ ,  $D = 30$  y  $\epsilon=20$ <sup>8</sup>. Este caso se va a usar como punto comparativo con el resto que se irán planteando a lo largo del capítulo. Se reflejará el camino siguiendo al gradiente estimado en comparación con el camino siguiendo el gradiente real, la evolución de cada componente del gradiente hasta llegar al punto máximo y finalmente una curva de error que posteriormente se definirá.

<sup>8</sup>Recordar que este valor era la constante multiplicativa en 2.18

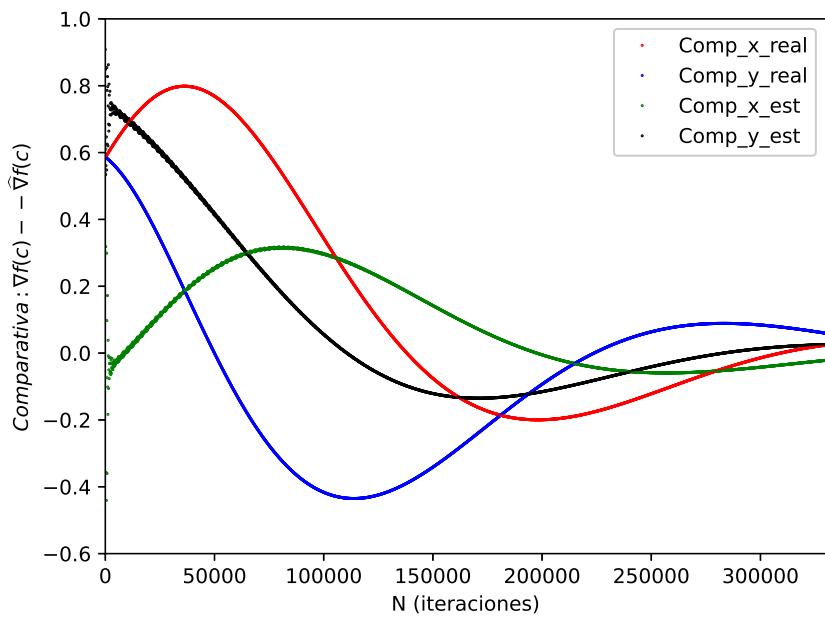
Dílo en el texto,      Se van a emplear 4 vehículos, parten de posiciones arbitrarias, convergen al primer centro situado en dónde.  
EL gradiente estimado, es en realidad las sucesivas posiciones de los centros de la formación circular descrita por los vehículos, y desplazados siguiendo el algoritmo de descenso de gradiente

NO vendría mál algún ejemplo de cómo los vehiculos convergen a la trayectoria circular empezando en puntos arbitrarios

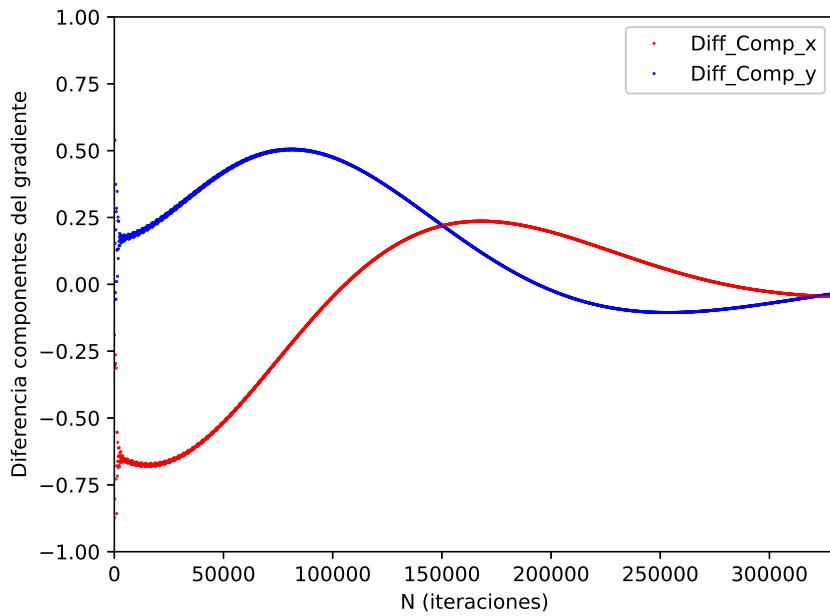


**Figura 3.1:** Comparativa entre el camino descrito por el gradiente y por el gradiente estimado.

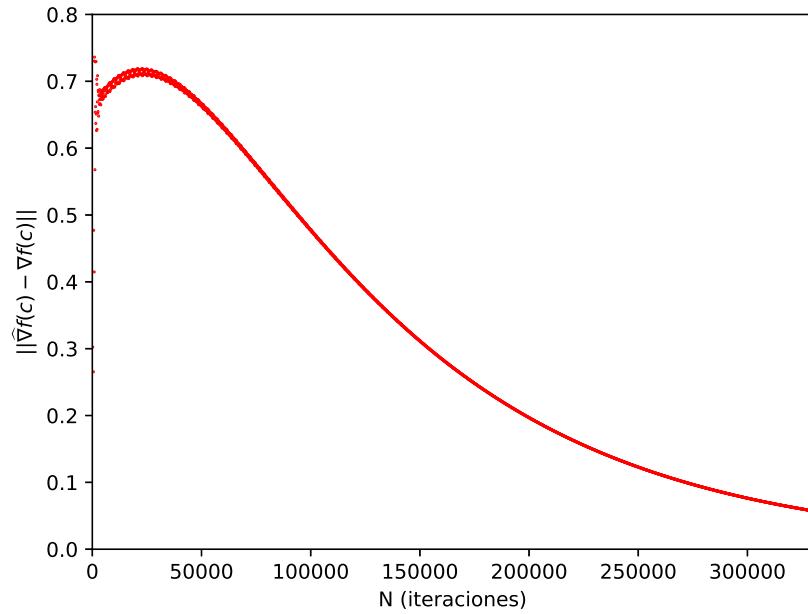
Dos signos menos ¿?



**Figura 3.2:** Comparativa de las componentes del gradiente entre el real y el estimado.



**Figura 3.3:** Diferencia entre las componentes del gradiente real y el estimado.



**Figura 3.4:** Curva de error descrita por la estimación del gradiente.

Un comentario destacable es que se deben imponer dos condiciones que necesariamente se deben cumplir para que el algoritmo avance satisfactoriamente. Estas son:

- La primera es que el error de formación sea lo más próximo a 0 posible, es decir, que en la medida de lo que cabe los vehículos estarán dispuestos uniformemente en la circunferencia pero con un error que se adicionará al existente por la estima del gradiente. Por ello, se decide imponer que como mucho  $e_\theta \leq 0,2$  sobre la ecuación 2.17.
- La segunda consiste en dar una solución satisfactoria para tomar en consideración que ya se ha llegado al punto de interés. Esto se debe a la dificultad de movimiento cuando estés muy cerca del máximo al gradiente hacerse prácticamente 0 y, por lo tanto la formación apenas avanza. Por ello, se impone que para satisfacer condición de máximo, es decir, es solución al problema cuando  $f(x) \geq 0,999$ .

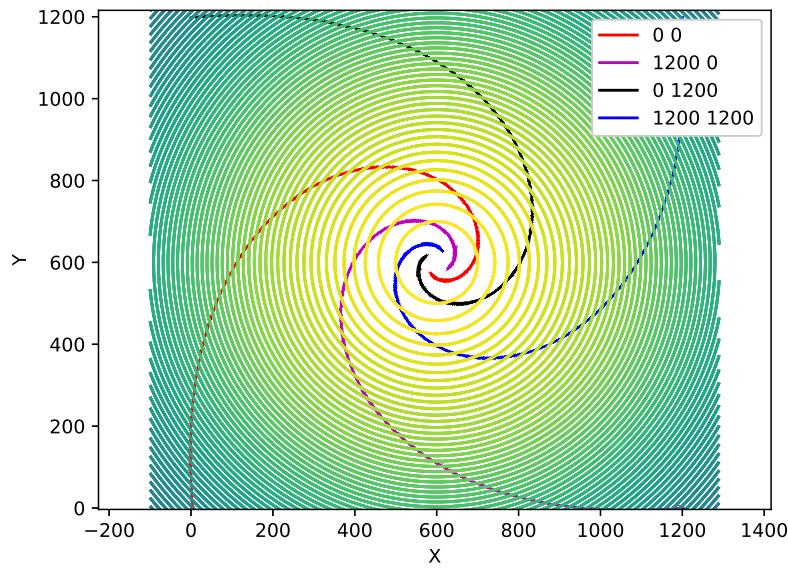
En la figura 3.1 se aprecia como claramente el avance obtenido por el gradiente estimado difiere claramente del real pasando de una recta a definir prácticamente una espiral. Esto era un resultado bastante esperable al acumular un error equiparable al orden 2 de Taylor visto en la ecuación 2.7, además se adiciona el error del angulo entre vehículos visto en 2.17 que provocará una estima del gradiente incluso más alejada de lo ideal. Por otro lado, en la figura 3.2 se observa la variación de cada componente para cada una de las iteraciones con respecto al gradiente real frente al estimado, una cosa a tener en cuenta es que al inicio se ve como tanto la componente en x como en y del gradiente real empiezan en  $\cos(45)$  y  $\sin(45)$  NO me acuerdo bien como lo hicimos pero es posible que en las componentes estés representado solo la dirección ¿? respectivamente y van variando su valor hasta llegar al punto de máxima concentración de sustancias. Este resultado interesa para poder aproximar al error como la diferencia entre ambos, es decir, el resultado mostrado en la figura 3.3.

Recopilando toda esta información y acudiendo a la referencia [1] el error puede aproximarse como:

$$\Delta \nabla f(c) = ||\hat{\nabla}f(c) - \nabla f(c)|| \quad (3.1)$$

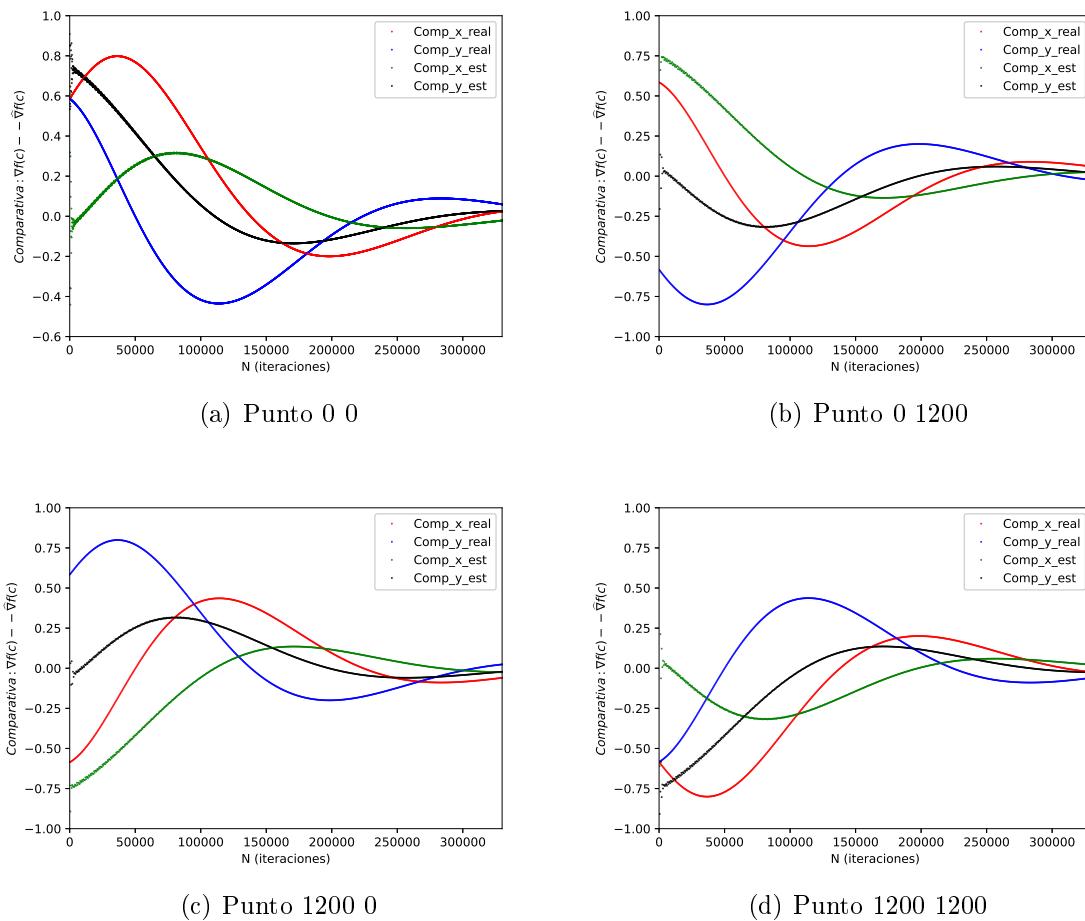
La figura 3.4 describe el error dado por la ecuación 3.1. En este se ve como claramente según se va acercando el conjunto de robots al máximo, el error se va disminuyendo y a la vez que el valor del gradiente tiende a 0 traduciéndose eso en la ecuación 2.18 que el avance es menor. Dicha situación se puede aprovechar para evaluar bajo que condiciones el algoritmo funciona mejor, es decir, tal como se describió en la sección 1.3. Finalmente, es importante evaluar la relación existente entre  $\Delta \nabla f(c)$  y  $\hat{\nabla}f(c)$  con los diferentes parámetros del sistema.

### 3.1. Variación del punto inicial



**Figura 3.5:** Avance del sistema para diferentes valores de la posición inicial de la formación.

La primera situación planteada consiste en utilizar los datos descritos anteriormente<sup>9</sup> para evaluar el efecto que tiene partir desde diferentes puntos. Consecuentemente, se escogen cuatro vértices que forman una diagonal respecto al punto máximo siendo estos  $x_o = [0, 1200]$ ,  $x_o = [1200, 0]$ ,  $x_o = [1200, 1200]$  y el origen. El resultado esperable es que la trayectoria descrita posea el mismo punto final<sup>10</sup>, pero lo hará definiendo otra forma, tal como se observó en 3.1. Finalmente, se contempla en la figura 3.6 que las iteraciones persisten para cada punto de partida, por ende el error terminaría siendo similar a 3.4 en todos los casos.

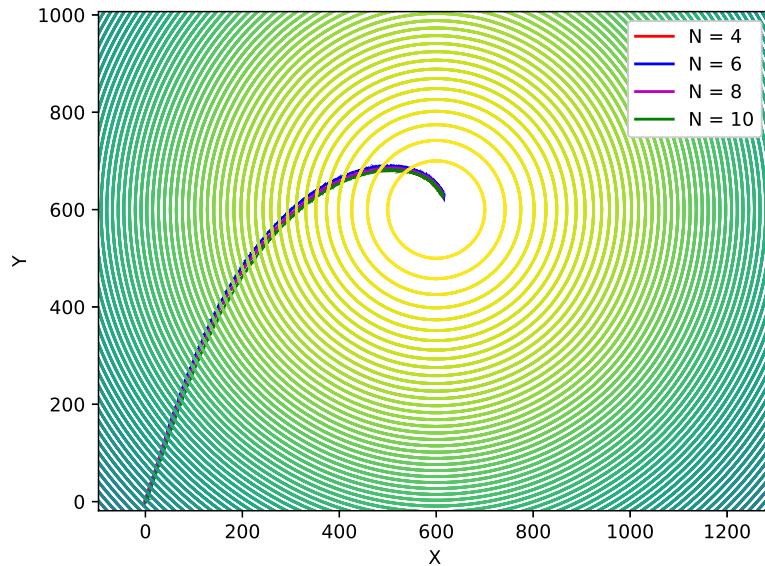


**Figura 3.6:** Componentes del gradiente estimado y el real para diferentes valores de la posición inicial de la formación.

<sup>9</sup>N = 4, D = 30 y  $\epsilon=20$

<sup>10</sup>Máxima concentración de sustancias

### 3.2. Variación del número de agentes $N$



**Figura 3.7:** Avance del sistema en función del número de agentes  $N$

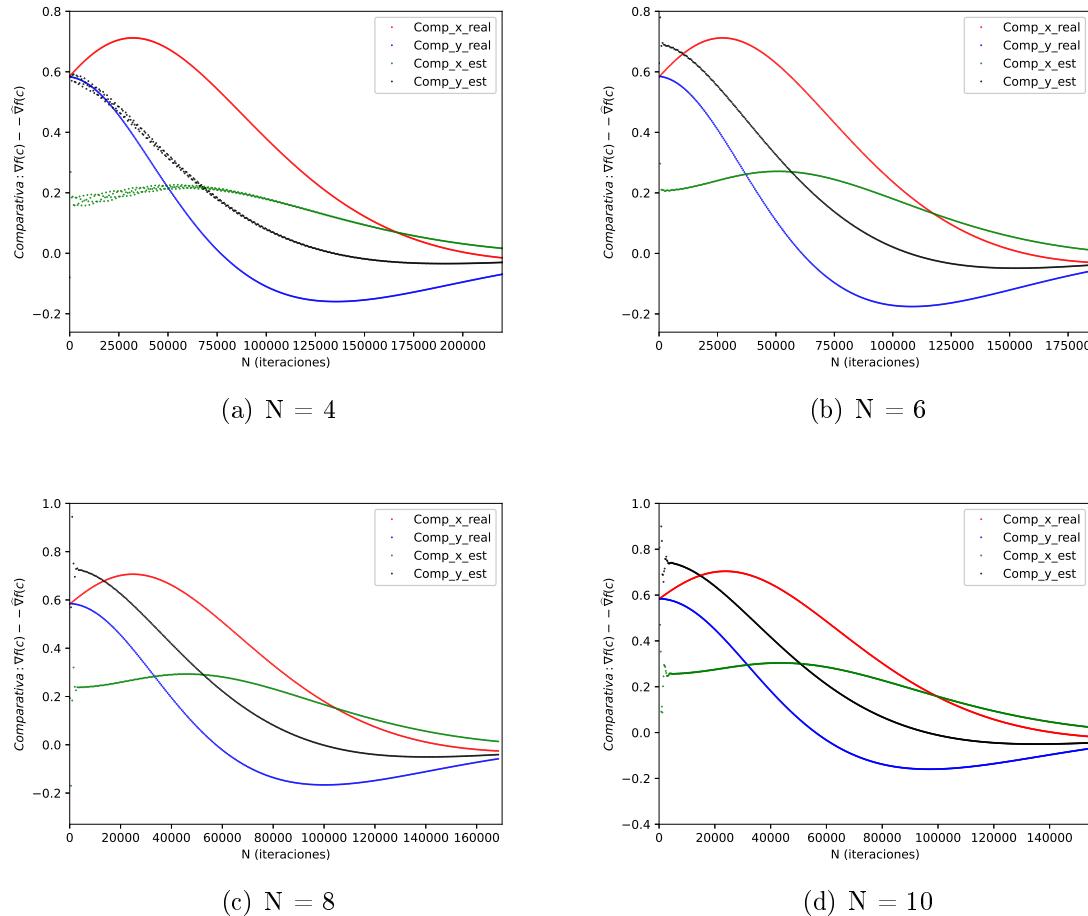
El número de agentes va a influir de dos maneras:

1. Este primer se podía intuir de la gráfica 2.4, en donde claramente se aprecia una dependencia inversamente proporcional, es decir, a medida que se aumenta el número de agentes es de esperarse que el error se reduzca y a su vez las iteraciones necesarias para llegar al máximos se reducen.
2. No obstante, si se tiene en cuenta el algoritmo de control de formación esto implicaría que cada vez tu número de agentes va creciendo teniendo más nodos dentro del sistema y por ello se ha de pasar mucha más información al presentar mas nodos adyacentes. A esto se le añade el tiempo que se tendría que esperar para que los  $N$  vehículos se dispongan ~~de~~ uniformemente en la formación.

Se puede apreciar como la trayectoria descrita en 3.7 no cambia significativamente. Sin embargo, si tiene un impacto en el número de iteraciones 3.8 y en la reducción del error 3.9.

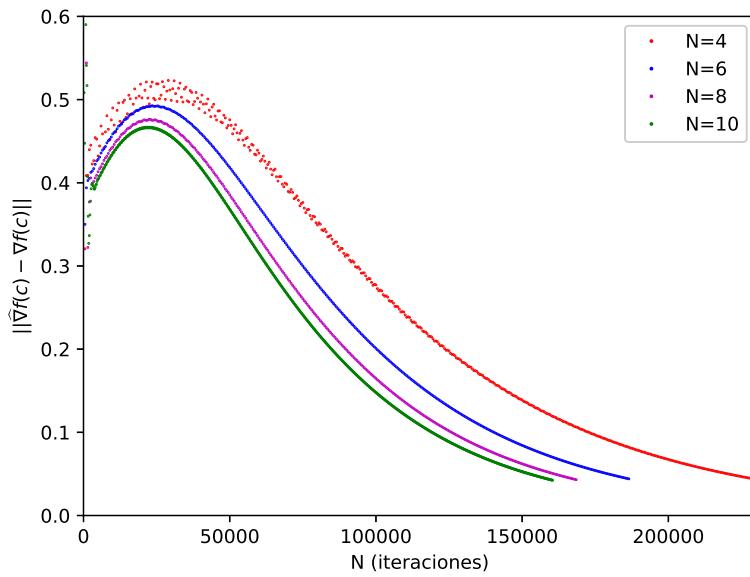
Para este último caso, se tiene que a partir de un determinado número de agentes el sistema se vuelve invariante, es decir, existe un valor de  $N$  límite para la reducción del error.

**La mejora se hace prácticamente inapreciable, pero siempre hay mejora**



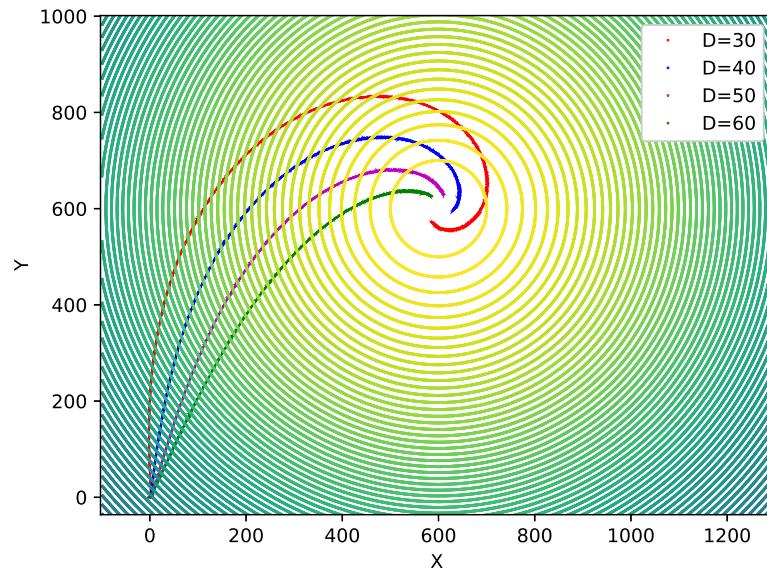
**Figura 3.8:** Evaluación de las componentes del gradiente estimado y el real en función del número de agentes  $N$ .

Adicionalmente, se aprecia que el valor de ambas componentes del gradiente va a oscilar cuando el valor de la función no es próximo a 1 y el número de agentes es relativamente pequeño.    **¿De qué función hablas? ¿a qué te refieres con que el valor va a oscilar?**



**Figura 3.9:** Error descrito por el gradiente estimado al variar el número de agentes  $N$ .  
estimado

### 3.3. Variación del radio D

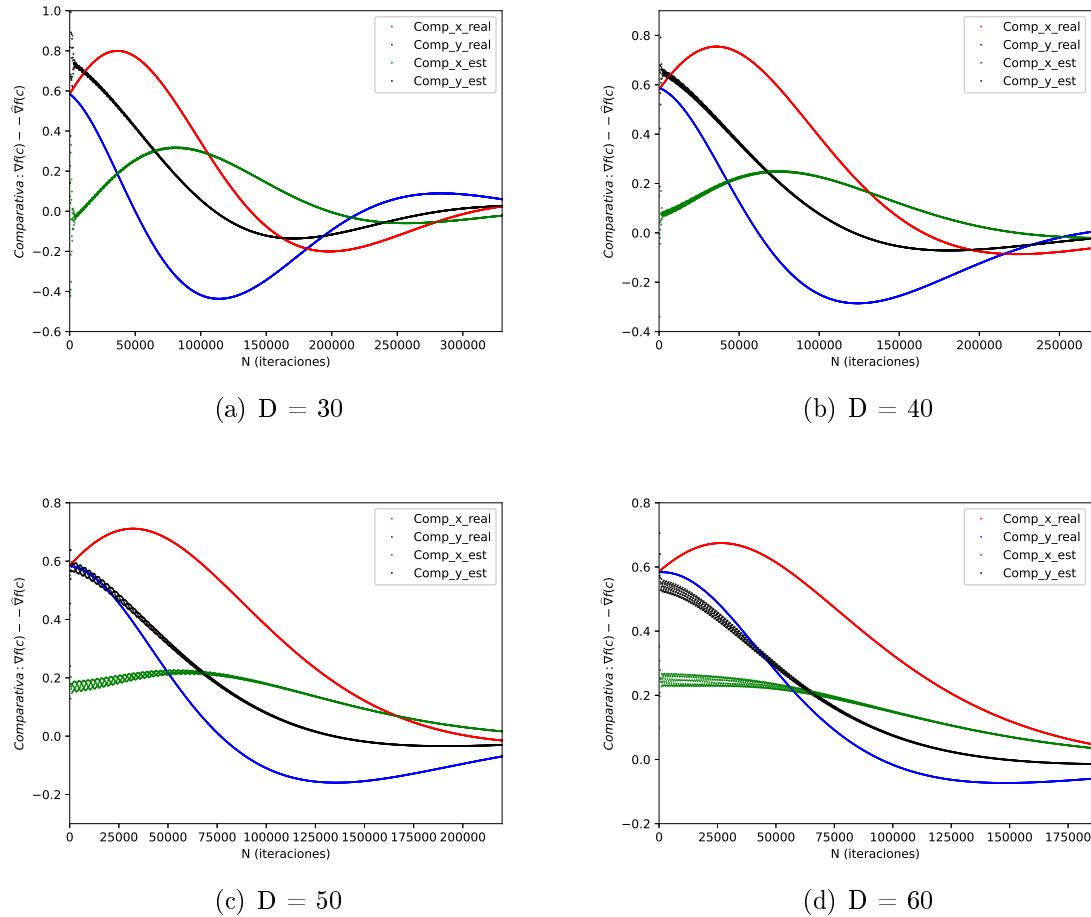


**Figura 3.10:** Avance del sistema en función del radio  $D$ .

Imponiendo que  $N = 4$  y  $\epsilon=20$ , se evalúa la influencia del radio  $D$ . Se aprecia que el sistema en sí es mucho más sensible al radio de la formación que al número de agentes. ~~Si retomas~~ la referencia [3] acota al error de la siguiente forma:

$$\|\hat{\nabla}f(c) - \nabla f(c)\| \leq DL \quad (3.2)$$

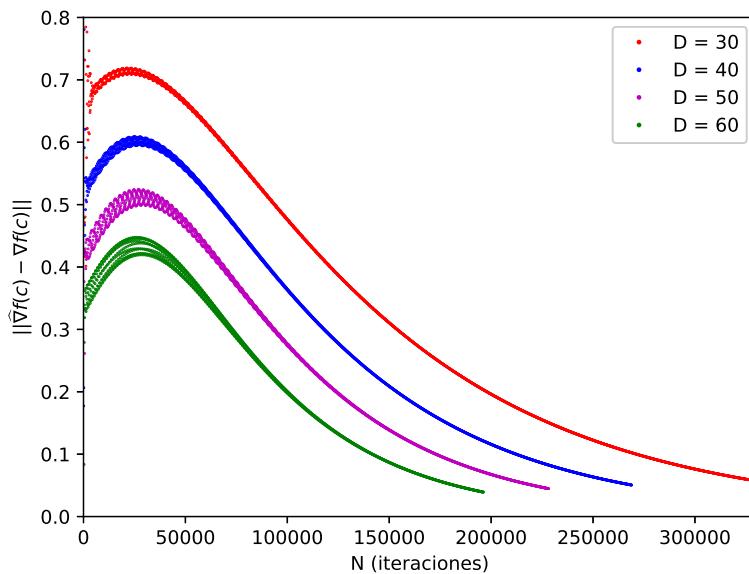
En donde,  $L$  es un escalar delimitado por el error de la serie de Taylor original. Si bien es cierto que el error depende del radio de la formación  $D$  de tal forma que un aumento conlleva a tener más error al darle mayor margen sobre la desigualdad 3.2.



**Figura 3.11:** Evaluación de la componentes del gradiente estimado y el real en función del radio  $D$ .

En la formación de control va a influir directamente el radio de la circunferencia dado que entre mayor sea D el error prefijado será menos restrictivo y por ende aprecias comportamientos oscilantes en las zonas lejanas al máximo de radiación.

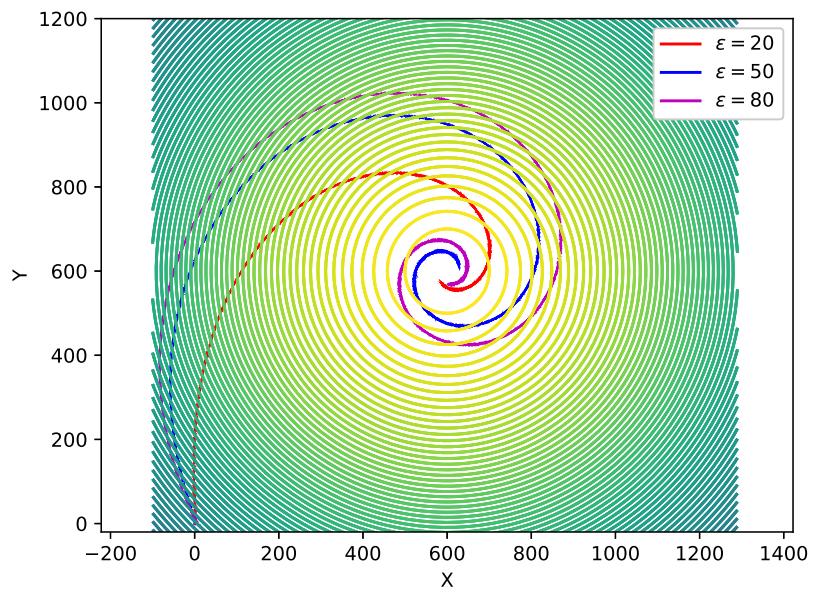
Evaluando únicamente al radio D se ve como a medida que su valor decrece el error aumenta y con ello el número de iteraciones de una forma mucho más notoria que el número de agentes.



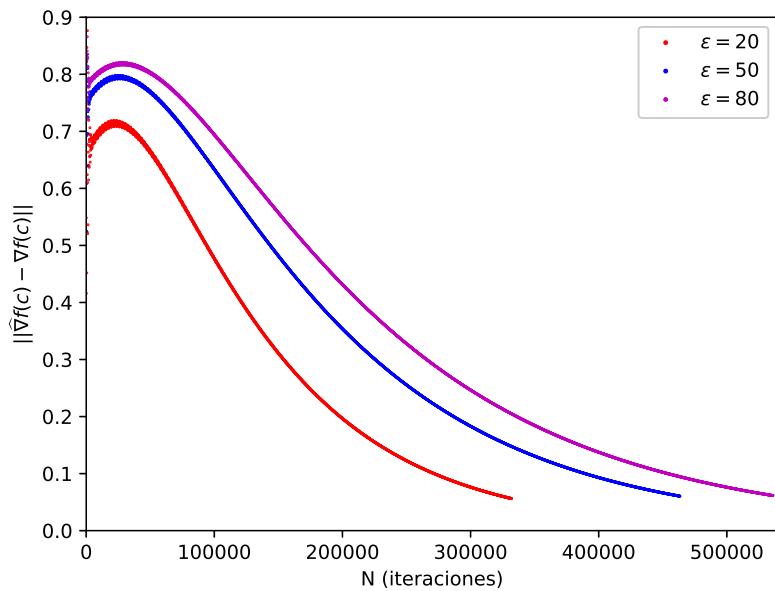
**Figura 3.12:** Error descrito por el gradiente estimado al variar el radio D.

### 3.4. Variación del peso $\epsilon$

Este caso va a estar estrechamente relacionado con 2.18 dado que si se aumenta el valor de  $\epsilon$  es de esperarse que la formación más en la dirección del gradiente y uno se plantea que posiblemente llegue más rápido al punto máximo. No obstante, al aumentar el peso que multiplica al gradiente a su vez estas arrastrando al error provocando que la trayectoria descrita por la espiral se acentúe mucho más. Este efecto es apreciable en la 3.13.



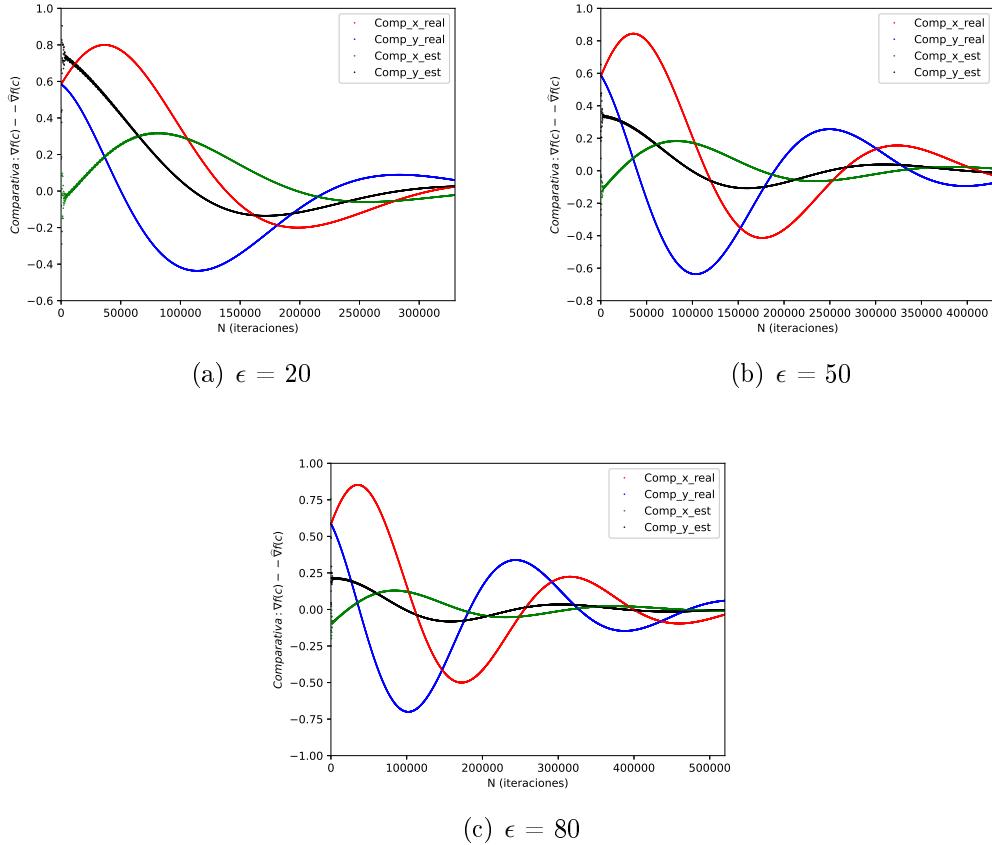
**Figura 3.13:** Avance del sistema en función del radio peso  $\epsilon$ .



**Figura 3.14:** Error descrito por el gradiente estimado al variar el peso  $\epsilon$ .

¿diferido?

El comportamiento del peso  $\epsilon$  esta claramente diferido su efecto sobre el gradiente estimado y sobre el gradiente real, en el primero de estos es apreciable en la figura 3.14 que aumentarlo es perjudicial para el algoritmo dado que conllevaría a elevar en exceso tanto el número de iteraciones como  $\Delta \nabla f(c)$ . Este efecto era justo el contrario con el gradiente real, en donde si aumentas el valor de dicho peso se daban casos donde llegabas con menos pasos al máximo.



**Figura 3.15:** Evaluación de las componentes del gradiente estimado y el real en función del peso  $\epsilon$ .

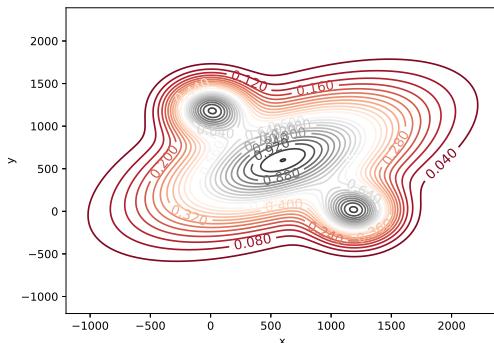
Finalmente, se procederá a evaluar un caso particular en el que se tienen múltiples fuentes emitiendo con el objetivo de demostrar las limitaciones que presenta la utilización del algoritmo de ascenso de gradiente.

### 3.5. Evaluación con múltiples fuentes

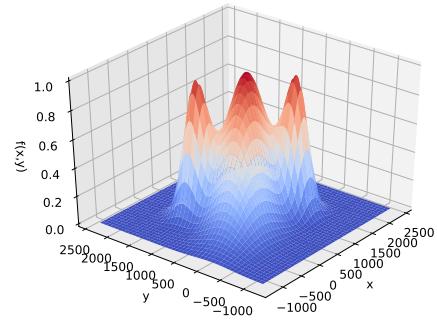
En este caso se va a considerar que  $N = 4$ ,  $D = 50$  y  $\epsilon=20$ , además el nuevo plano sobre el que se desplaza el enjambre se describe según:

- Una primera gaussiana con los siguientes datos: el centro se situé en  $c_o = [0, 1200]$ , un ángulo  $\theta = 0$ , una desviación uniforme en ambos ejes  $\sigma_x = \sigma_y = \frac{1}{300}$  para que la matriz quede definida como  $S = \begin{bmatrix} \frac{300}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{300}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$  y cuyo volumen es  $p = 0,9$ .
- Una segunda gaussiana con los siguientes datos: el centro se situé en  $c_o = [1200, 0]$ , un ángulo  $\theta = 0$ , una desviación uniforme en ambos ejes  $\sigma_x = \sigma_y = \frac{1}{300}$  para que la matriz quede definida como  $S = \begin{bmatrix} \frac{300}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{300}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$  y cuyo volumen es  $p = 0,9$ .
- Una tercera gaussiana con los siguientes datos: el centro se situé en  $c_o = [0, 1200]$ , un ángulo  $\theta = \frac{\pi}{6}$ , una desviación distinta en cada eje con  $\sigma_x = \frac{1}{1000}$  y  $\sigma_y = \frac{1}{500}$  para que la matriz quede definida como  $S = \begin{bmatrix} \frac{1000}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{500}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$  y cuyo volumen es  $p = 1$ .

Todos estos datos referidos a lo visto en la sección 2.1. Al sumarlas se obtiene:



(a) Vista en 3D



(b) Curvas de nivel

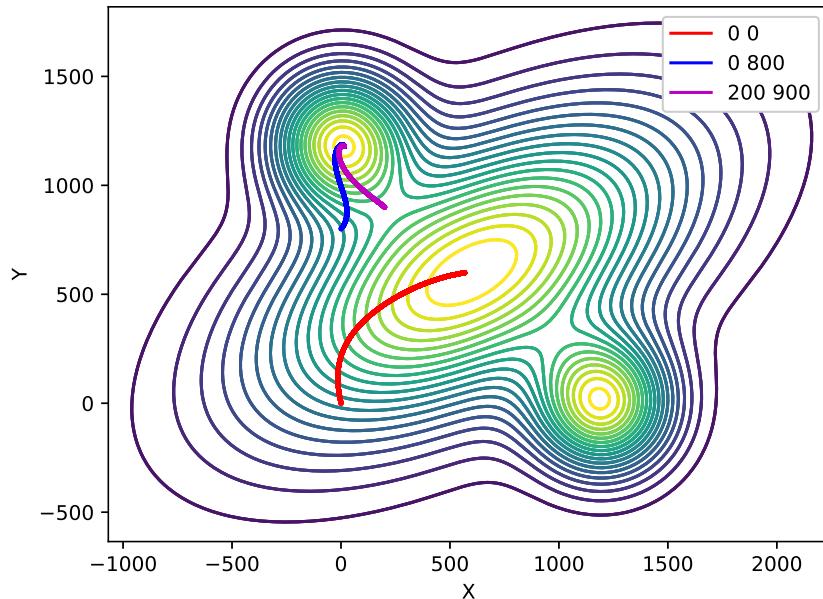
**Figura 3.16:** Resultado de sumar las tres funciones gaussianas. Nuevo modelo para la simulación.

Con esta nueva función surgen dos casos de interés:

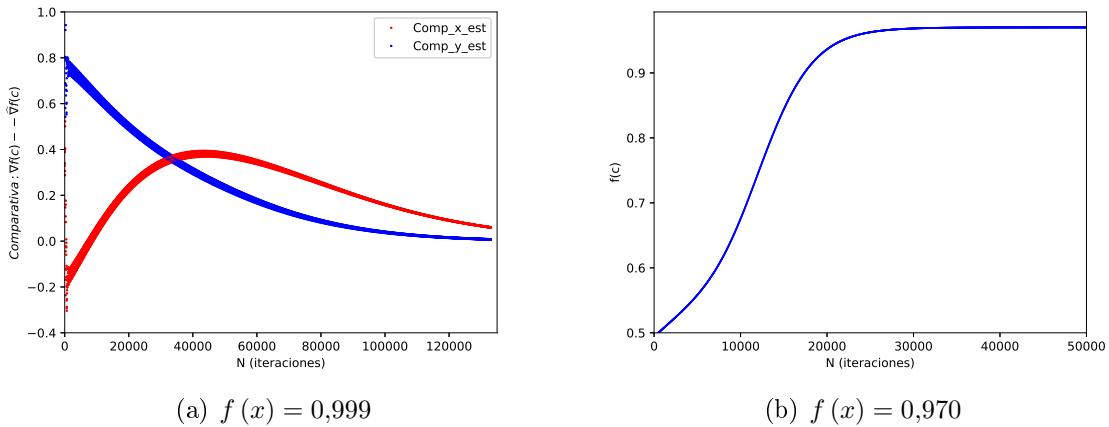
1. El primero es que se tienen múltiples máximos, en concreto, dos locales y el global.

Por lo que puede suceder que dependiendo del número de agentes  $N$ , el radio  $D$  o el peso  $\epsilon$  vaya hacia cualquiera de los tres. Sin embargo, como ya se hizo un estudio para cada uno de ellos directamente se evalúan las posiciones de partida del enjambre para observar hacia qué fuente de emisión se dirige.

2. El segundo son los puntos silla generados entre los tres máximos. Estos haciendo uso del gradiente real conformaban un problema al utilizar el algoritmo de ascenso de gradiente al hacerse  $\nabla f(c) = 0$ . No obstante, se verá que en este caso eso no va a suceder.



**Figura 3.17:** Avance definido sobre el plano con múltiples fuentes en tres puntos diferentes

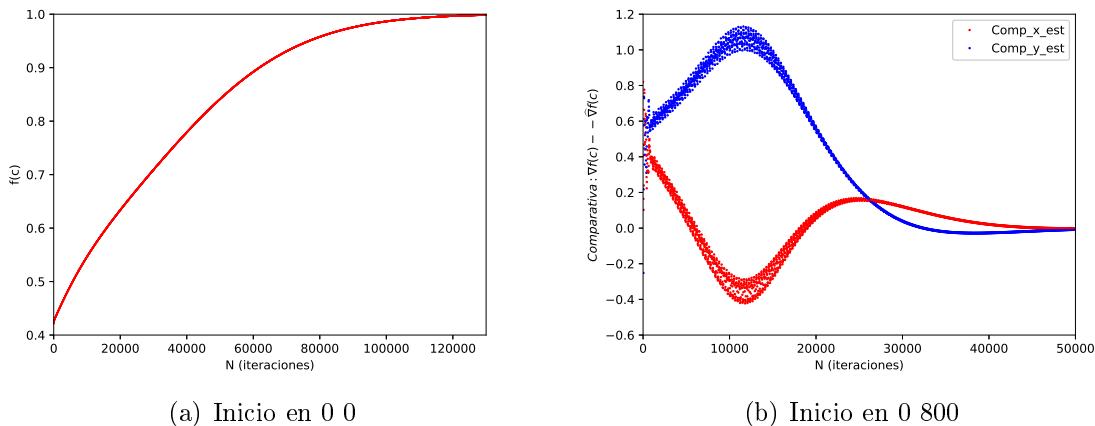


**Figura 3.18:** Comparación del valor máximo de ambas fuentes

NO entiendo que es lo que comparas, parece que mostraras los resultados de una de las dos fuentes

Comparando los valores obtenidos para los caminos azul y rojo de 3.17 a partir de la figura 3.18, se observa como dados<sup>a</sup> dos posiciones iniciales el algoritmo no es capaz de distinguir cual de los dos es el que posee mayor concentración de sustancias. Esto se debe a una limitación del propio algoritmo el cual únicamente te va a estar continuamente elevando el valor de la función hasta encontrar un máximo más no tendrá la capacidad de distinguirlos.

Esto es tan obvio que no creo que valga la pena decirlo



**Figura 3.19:** Evaluación de las componentes del gradiente estimado según la fuente objetivo y el punto de partida

De nuevo, me cuenta entender que quieres mostrar con estas figuras

Una segunda cosa que surge de recorrer los máximos locales es que se encuentran definidos de forma plana en el centro <sup>11</sup>, y por ende, ~~el avance~~ por dicha zona va a ser prácticamente imposible que el sistema avance. Esto se refleja si se observan las componentes del gradiente   
 Esto es un problema general de la distribución, no es específico de que existan varios focos, coméntalo en los ejemplos anteriores estimado en la figura 3.19 estas conforman una recta horizontal que no está exactamente en cero pero tiende hacia dicho valor, es decir, está acotada. Otro aspecto que se aprecia es el grosor de las componentes y esto se puede asociar al error, traduciéndose en que si la estima del gradiente posee un error muy pronunciado el sistema tenderá a presentar oscilaciones.

Por otro lado, la trayectoria de color rosa en 3.17 consistía en definir una situación inicial que se encuentre justo sobre el punto silla. En el caso de utilizar el gradiente estimado esto no va a suponer un problema al tener el gradiente un error, en este caso dicho error va a representar una ventaja dado que permite al algoritmo salirse de ese tipo de situaciones, es decir, los puntos sillas pasan desapercibidos gracias a la operación conjunta de los tres algoritmos.   
 Ok, buena idea el punto de silla es un punto de equilibrio inestable (pero en un sistema real te puede dar lugar a una zona plana más amplia que la de un simple punto, y el sistema puede pensar que está en un máximo, si empiezas ahí)

Finalmente, todas las simulaciones obtenidas a lo largo de este capítulo se basaron en [6], el cual contiene el algoritmo de coordinación original y [7] contiene las modificaciones necesarias para que los tres algoritmos funcionen en conjunto.

---

<sup>11</sup>El valor del gradiente es casi nulo



## Capítulo 4

# Conclusiones y futuras investigaciones

Al evaluar el comportamiento del sistema completo variando sus parámetros más relevantes y en dos situaciones completamente diferentes se pueden extraer las siguientes conclusiones:

En primer lugar, la operación conjunta de los tres algoritmos satisfacen los objetivos dispuestos en 1.2 que consistía en determinar la zona de máxima concentración de sustancias en superficies marítimas. Sin embargo, dados los distintos resultados obtenidos se puede deducir que determinar el número de agentes, el radio y hasta el peso correspondiente al avance, se deben elegir con especial cuidado dado que una mala elección de cualquiera de estos tres puede conllevar a que el sistema se ralentice, no sea fiable o incluso que ni llegue al máximo.

En primer lugar, si se evalúa individualmente el efecto que tiene tanto el número de agentes  $N$  como el radio  $D$  afectan de forma distinta a los algoritmos de estimación de gradiente y al algoritmo de coordinación. Esto se debe a que un aumento del número de agentes para la estimación va a representar una ventaja, sin embargo, para la coordinación se puede dar el caso de que lleve mucho más tiempo disponerse uniformemente en la formación, y no solo eso sino que será necesario un aumento del radio en caso de que los vehículos tengan un riesgo de colisión, dicho aumento conlleva a un error en la estima menor, pero a su vez el arco

definido por el ángulo descrito entre vehículos adyacentes será menos restrictivo, es decir, va a ser necesario que los agentes se ubiquen en posiciones menos precisas que teniendo un radio más pequeño.

Un aspecto de vital importancia es el propio avance del algoritmo definido por el ascenso de gradiente. En este se recogen los dos errores dados por el algoritmo de estimación y el asociado al ángulo entre vecinos adyacentes del algoritmo de control de formación, a su vez se le añade la propia elección del valor del peso  $\epsilon$ . Por lo que si juntas una mala definición de parámetros con los errores acumulados se pueden describir espirales incluso más pronunciadas que las referidas en [3.13](#).

Tanto ~~en como~~ en [1] como en [3] dan una forma de corregir el error dado por la mala elección del peso  $\epsilon$  y las limitaciones apreciadas del algoritmos de ascenso de gradiente. Esto es hacer uso del Newton-Raphson, en el que aprovechas el hessiano de la función para desplazarte sobre su derivada. No obstante, se debe de estimar tal como se hizo con el gradiente pero para ello se ha de definir un vehículo adicional en el centro de la formación ~~dificultado~~ ~~un poco la coordinación entre ellos y posiblemente tener que recurrir a otro algoritmo de coordinación que tenga este aspecto en cuenta.~~

Finalmente, un reto que actualmente se plantea es como dotar a un único vehículo la capacidad de dirigir al enjambre entero sin que el resto sepan absolutamente nada, es decir, solo un único agente posee información sobre el sistema. Esto traducido, por ejemplo, al algoritmo de búsqueda de fuentes sería si solo uno de los vehículos sabe donde esta el gradiente que técnicas habrían que implementar para que el resto de los agentes que conforman al sistema sepan hacia donde tienen que ir sin poseer ningún tipo de información.

~~NO la idea en todo caso sería que un único agente, se desplazara en la trayectoria circular y recogiera el solo todas la medidas y realizara todos los cálculos.~~

~~La otra idea es emplear consenso. Es decir que el cálculo del gradiente esté también distribuido entre los agentes~~



# Bibliografía

- [1] L. BRIÑÓN-ARRANZ, L. SCHENATO, MEMBER, IEEE, AND A. SEURET, "*Distributed Source Seeking via a Circular Formation of Agents Under Communication Constraints*", IEEE Trans. on Control of Network Systems, vol. 3, no. 2, June 2014.
- [2] H. GARCIA DE MARINA, Z. SUN, M. BRONZ, AND G. HETTENBERGER, *Circular Formation Control of Fixed-wing UAVs with Constant Speeds*", Conference Paper - September 2017.
- [3] L. BRIÑÓN-ARRANZ, A. RENZAGLIA, AND L. SCHENATO, "*Multi-Robot Symmetric Formations for Gradient and Hessian Estimation with Application to Source Seeking*", IEEE Trans. on Robotics, IEEE, 2019, 35 (3), pp.782-789.
- [4] L. BRIÑON ARRANZ, A. SEURET, AND C. CANUDAS DE WIT, *Cooperative Control Design for Time-Varying Formations of Multi-Agent Systems*", IEEE Transactions on Automatic Control, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2014, 59 (8), pp.2283-2288.
- [5] Y. A. KAPITANYUK, A. V. PROSKURNIKOV, AND M. CAO, *A guiding vector field algorithm for path following control of nonholonomic mobile robots*", 2016, iEEE Transactions on Control System Technology, accepted.
- [6] H. GARCIA DE MARINA, Z. SUN, M. BRONZ, AND G. HETTENBERGER, (2021, Feb 12). Github [Online]. Available: <https://github.com/UCM-237/pyVehicles>
- [7] H. GARCIA DE MARINA, J. F. JIMÉNEZ CASTELLANO, AND U. A. ARDIZZI RODRÍGUEZ, (2021, Feb 12). Github [Online]. Available: <https://github.com/uardizzi/pyVehicles>