

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

DEPARTAMENTO DE ARQUITECTURA DE COMPUTADORES Y AUTOMÁTICA



TRABAJO DE FIN DE GRADO

Código TFG: **DACYA-04**

Desarrollo de sistemas de control cooperativos para USVs en tareas de bioinspección

Cooperative Control Systems for USVs in Bio-surveillance tasks

Ulises Alejandro Ardizzi Rodríguez

Supervisor/es: Héctor García de Marina y Juan Francisco Jiménez Castellanos

Grado en Ingeniería Electrónica de Comunicaciones
Curso académico 2020-21
Convocatoria Julio

Autorización de difusión

Ardizzi Rodríguez, Ulises Alejandro

Madrid, a 14 de 07 de 2021

Los abajo firmantes, matriculados en el Grado de Ingeniería Electrónica de Comunicaciones de la Facultad de Ciencias Físicas, autorizan a la Universidad Complutense de Madrid (UCM) a difundir y utilizar con fines académicos, no comerciales y mencionando expresamente a su autor el presente Trabajo Fin de Grado: “Desarrollo de sistemas de control cooperativos para USVs en tareas de bioinspección”, realizado durante el curso académico 2020-2021 bajo la dirección de Héctor García de Marina y la co-dirección de Juan Francisco Jiménez Castellanos en el Departamento de Arquitectura de computadores, y a la Biblioteca de la UCM a depositarlo en el Archivo Institucional E-Prints Complutense con el objeto de incrementar la difusión, uso e impacto del trabajo en Internet y garantizar su preservación y acceso a largo plazo.



Esta obra está bajo una
Licencia Creative Commons
Atribución-NoComercial-CompartirlGual 4.0 Internacional.

Agradecimientos

En primer lugar, a Héctor García de Marina y Juan Francisco Jiménez Castellanos por su dedicación a lo largo de estos meses para llevar a cabo este proyecto. Siempre que tenía una duda o necesitaba algo en particular estaban en disponibilidad para ayudarme, además han contribuido en mi crecimiento tanto personal como profesional.

Agradecer sobretodo a mi familia, más concretamente mis dos padres por el apoyo, tiempo dedicado y esfuerzo para que pueda estudiar con todas las facilidades del mundo. Se que no soy muy expresivo pero estoy muy agradecido por todo lo que han hecho por mi.

Por último, agradecer a mis amigos más cercanos que han estado siempre ahí para apoyarme y ayudarme en todo momento que lo necesitaba.

Se que no he puesto muchas cosas, pero soy una persona que considera los agradecimientos en papel dado que se sienten como palabras vacias, creo que es mejor demostrar el agradecimiento con acciones.

Desarrollo de sistemas de control cooperativos para USVs en tareas de bioinspección

Resumen

Un problema que existe en la actualidad es la existencia de sustancias contaminantes de origen biológico en aguas continentales. En este Trabajo de Fin de Grado se hará uso de un grupo de vehículos de superficie (USV), describiendo un enjambre robótico, para que monitoricen de modo autónomo grandes superficies marítimas. Dicha monitorización se hará mediante la detección y demarcación de las sustancias. Estas tareas son realizables mediante la acción conjunta de tres algoritmos: el primero de ellos estima el gradiente de máxima concentración de sustancia para el seguimiento y demarcación de zonas contaminadas en base a las medidas tomada por los sensores de los vehículos, el segundo algoritmo es un control cooperativo que los coordina para que se dispongan uniformemente en una formación circular y el último permite la navegación en formación sobre la superficie marítima.

Palabras clave: Enjambre robótico, sistemas multiagente, gradiente, formación circular, vehículos autónomos, contaminación en superficies marítimas

Abstract

A problem that exists today is the existence of polluting substances of biological origin in continental waters. In this Final Degree Project, a group of surface vehicles (USV) will be used, describing a robotic swarm, to autonomously monitor large maritime surfaces. This monitoring will be done through the detection and demarcation of the substances. These tasks can be carried out through the joint action of three algorithms: the first one estimates the gradient of maximum substance concentration for the monitoring and demarcation of contaminated areas based on the measurements taken by the vehicle sensors, the second algorithm is a cooperative control that coordinates them so that they are uniformly arranged in a circular formation and the latter allows navigation in formation on the sea surface.

Key works: swarm robotics, multi-agent systems, gradient, circle formation, autonomous vehicles, pollution on maritime surfaces.

Índice general

Índice de figuras	v
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Estado del arte	3
1.3. Objetivos	5
1.4. Diagrama de Gantt	7
1.5. Organización de la memoria	8
2. Descripción del sistema	9
2.1. Modelo para la simulación	9
2.2. Algoritmo de estimación de gradiente para la búsqueda de fuentes	11
2.3. Algoritmo de control de formación circular	16
2.4. Algoritmo de ascenso de gradiente	24
2.5. Operación conjunta de los tres algoritmos.	25
3. Resultados experimentales	27
3.1. Variación del punto inicial	31
3.2. Variación del número de agentes N	33
3.3. Variación del radio D	35
3.4. Variación de la constante ϵ	38
3.5. Evaluación con múltiples fuentes	41
4. Conclusiones y futuras investigaciones	44
Bibliografía	47

Índice de figuras

1.1.	Ejemplo de USV. Figura obtenida de: [1]	2
2.1.	Representación de una función gaussiana	10
2.2.	Disposición de los agentes en torno a la formación circular.	11
2.3.	Estrategia colaborativa para el cálculo del gradiente en el centro de la circunferencia formada por los agentes.	13
2.4.	Estimación del gradiente en función del número de agentes con $D = 1$. La figura de la izquierda es un caso no valido y se aporta para demostrar un mal uso del algoritmo.	14
2.5.	Estimación del gradiente en función del radio del círculo con $N = 3$	15
2.6.	Un único vehículo con la capacidad de converger a una circunferencia destino. Figura tomada de: [2]	18
2.7.	Grafo descrito por 4 vehículos. Definido por los nodos $\mathcal{V} = \{1, 2, 3, 4\}$ y las aristas $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2$ y \mathcal{E}_3	21
2.8.	Disposición de dos vehículos orbitando en dos circunferencias diferentes y alterando su velocidad angular para converger a la circunferencia objetivo.	22
2.9.	Diagrama de flujo que describe la dinámica del sistema.	25
3.1.	Vehículos dispuestos en torno a la formación. El punto rojo representa el círculo al que quieren converger y las diferentes líneas de colores que giran en torno a dicho punto son cada una de las trayectorias de los vehículos.	28
3.2.	Comparativa entre el camino descrito por el gradiente real y por el gradiente estimado.	29
3.3.	Comparativa de las componentes del gradiente entre el real y el estimado.	30

3.4. Curva de error descrita por la estimación del gradiente.	30
3.5. Avance del sistema para diferentes valores de la posición inicial de la formación.	31
3.6. Componentes del gradiente estimado y el real para diferentes valores de la posición inicial de la formación.	32
3.7. Avance del sistema en función del número de agentes N.	33
3.8. Evaluación de las componentes del gradiente estimado y el real en función del número de agentes N.	34
3.9. Error descrito por el gradiente estimado al variar el número de agentes N.	35
3.10. Avance del sistema en función del radio D.	35
3.11. Ejemplo de la posición de los vehículos en la circunferencia de radio D.	36
3.12. Comparativa del error descrito por el gradiente estimado al variar el radio D	37
3.13. Evaluación de la componentes del gradiente estimado y el real en función del radio D.	38
3.14. Avance del sistema en función del radio peso ϵ	39
3.15. Error descrito por el gradiente estimado al variar el peso ϵ	39
3.16. Evaluación de las componentes del gradiente estimado y el real en función del peso ϵ	40
3.17. Resultado de sumar las tres funciones gaussianas. Nuevo modelo para la simulación.	41
3.18. Avance definido sobre el plano con múltiples fuentes en tres puntos diferentes	42
3.19. Comparación del valor máximo de ambas fuentes	43
3.20. Evaluación de las componentes del gradiente estimado según la fuente objetivo y el punto de partida	43

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Un problema en la actualidad son las aguas contaminadas por agentes de origen biológico, su importancia recae en la perdida de la biodiversidad y en que implican daños perjudiciales en la salud humana dado que las sustancias presentes en el agua pueden ser ingeridas por las especies marítimas que posteriormente son consumidas por los seres humanos.

Un aspecto fundamental sería el detectar y caracterizar la distribución de dicha contaminación. Por ende, tomando en cuenta los avances tecnológicos de los sistemas robóticos de hoy en día, llegándose a considerar incluso como sistemas autónomos y programables capaces de realizar diversas tareas, se propone como objetivo de este proyecto el otorgar la capacidad de detectar y guiar a un conjunto de vehículos dispuestos sobre una superficie marítima hacia zonas de máxima concentración de sustancias toxicas.

Los vehículos han de tener la capacidad de reunir datos del entorno, dicha tarea se realiza al estar dotados de sensores adecuados y de diversos tipos para tomar medidas de nivel asociadas al nivel de contaminación de modo continuo para posteriormente convertirlos en acciones a través de su efecto final.

Un vehículo que engloba todas las características descritas hasta el momento son los USVs¹, cuyo uso recae en tareas de monitorización de las aguas de manera automática y desasistida.

Además, al tratarse de una tarea que implica cubrir zonas amplias de agua, una manera más eficaz de acometerla es el empleo de múltiples USVs que cooperan eficientemente entre ellos para cumplir la labor asignada. Esto conlleva a una necesidad de coordinarlos, en donde, existen diversas formas de hacerlo tal como se puede apreciar en [3]. En este proyecto se va a centrar en [2] basado en la cooperación entre los USVs consiguiendo un sistema descentralizado y robusto.



Figura 1.1: Ejemplo de USV. Figura obtenida de: [1]

El proceso principal para la detección de los agentes biológicos en aguas contaminadas es la búsqueda de la fuente de contaminación. Por ello, el objetivo de este proyecto consiste en ver cómo un conjunto de agentes son capaces de comunicarse entre ellos para detectar el foco de máxima concentración para posteriormente desplazarse hacia él satisfactoriamente.

¹unmanned surface vehicle

Consecuentemente, los vehículos han de ser capaces de cumplir un rol fundamental, el cual consiste en ser capaces de detectar el punto de origen de máxima concentración.

Se aprovecharán las medidas tomadas mediante los sensores del grupo de robots con el objetivo estimar el gradiente de la concentración. Para ello, se les hará navegar en formación siguiendo un patrón geométrico que facilite estimar dicho gradiente; en nuestro caso, una formación circular.

Asimismo, en cualquier punto de la superficie del agua afectada por los agentes biológicos, el gradiente de la concentración apunta en la dirección de crecimiento de la contaminación y por tanto hacia la fuente. Una forma de llegar al máximo es ir tomando medidas de manera continua con los sensores acoplados en cada USVs para ir avanzando en función de la dirección marcada por dicho gradiente, en donde si éste es próximo a cero quiere decir que los vehículos han llegado al punto máximo.

Cabe añadir que el punto de máxima concentración en la superficie sobre la que se desplazan los vehículos se puede definir mediante curvas de nivel, además su variación va a estar ligada con la distancia a la que esté el centro de la formación con respecto al punto máximo.

Finalmente, el grupo de vehículos se puede definir mediante un enjambre robótico basado en un sistema multiagente. Aspectos que se describen a continuación.

1.2. Estado del arte

La robótica de enjambre se basa en el comportamiento de los organismos sociales, en donde los individuos no han de tener un alto conocimiento para producir un comportamiento colectivo complejo, ni existir un líder que guíe al resto para completar un objetivo, como en los bancos de peces, un panal de abejas o una bandada de pájaros.

Hoy en día, conforma un área de investigación muy activa por su versatilidad en diferentes ámbitos, tales como militar [4] o industrial [5]. En contraposición a tener un único robot realizando una labor compleja se tienen varios individuos simples para formar un comportamiento colectivo con el objetivo de realizar la misma tarea traduciéndose a su vez en una reducción de costes. Las características principales con las que se pueden definir los enjambres son:

1. El número óptimo de agentes varía en función de la tarea asignada pudiendo ir desde tan pocos como una simple pareja hasta miles de unidades.
2. Presenta gran **diversidad**, es decir, en ocasiones se mezclan robots simples o complejos, sistemas tripulados o no tripulados, e incluso con dominio cruzado.
3. Para poder diferenciarlos de los sistemas multi-robots, en el que cada robot individualmente tiene una tarea asignada de antemano, los de tipo enjambre han de tener un **comportamiento colectivo** que involucre colaboración entre los propios agentes y estos con su entorno.
4. Se necesita establecer una forma de comunicación entre los agentes para permitir el intercambio de información, esta puede ser implícita o explícita
5. El hecho de que se puede definir su modo de operar no implica que se controle a cada robot individualmente, es decir, cada uno ellos han de poseer un comportamiento **autónomo y descentralizado**.

A continuación, se dan a conocer una serie de tareas donde sería conveniente aplicar la robótica de enjambre [6], [7]:

- **Tareas peligrosas:** Son útiles en aplicaciones militares como sería limpiar un campo de minas o simular el paso de los soldados sobre éste.

- **Tareas que cubren un área:** La capacidad de detección distribuida del sistema robótico puede proporcionar vigilancia para la detección inmediata de eventos perjudiciales, tales como fugas de sustancias químicas en un lago, entre otras palabras, proporciona un monitoreo ambiental.
- **Tareas redundantes:** La redundancia del enjambre permite que se degrade parcialmente haciendo que el sistema sea menos propenso a fallas. Un ejemplo sería la comunicación dinámica mediante redes en un campo de batalla.
- **Tareas escalables en el tiempo:** La presencia de un enjambre robótico autoensamblado en un barco puede contener posibles fugas de petróleo en caso de que los tanques del barco se empiecen a descomponer.

Por otro lado, los enjambres pueden considerarse como una particularización del paradigma de los sistemas multiagentes que como bien su nombre indica, se basan en un grupo de dos o más agentes que interactúan entre sí para lograr un objetivo común en un mismo entorno. Dicha comunicación puede darse entre vecinos sin necesidad de recurrir a una entidad central, es decir, cada uno de ellos va a poseer un comportamiento autónomo y así conocer la existencia del resto.

Por tal motivo, la información va a estar distribuida en cada uno de los agentes con un rol distinto, además, se añade la posibilidad de fallo en cualquiera de ellos. Esto se traduce en un sistema más eficaz, flexible yiable.

1.3. Objetivos

Al principio de este capítulo se comentó la necesidad del cálculo del gradiente para obtener la dirección de avance sobre la superficie marítima hacia zonas afectadas por sustancias contaminantes. Este objetivo se logra mediante la cooperación de tres algoritmos.

El primero de ellos es un **algoritmo de búsqueda de fuentes** [8], cuyo objetivo es detectar dicha zona de máxima concentración, en donde, se asume que solo se tendrá una única fuente radiando y además que los agentes van a estar dispuestos en torno a una formación circular de manera simétrica para realizar las medidas correspondientes.

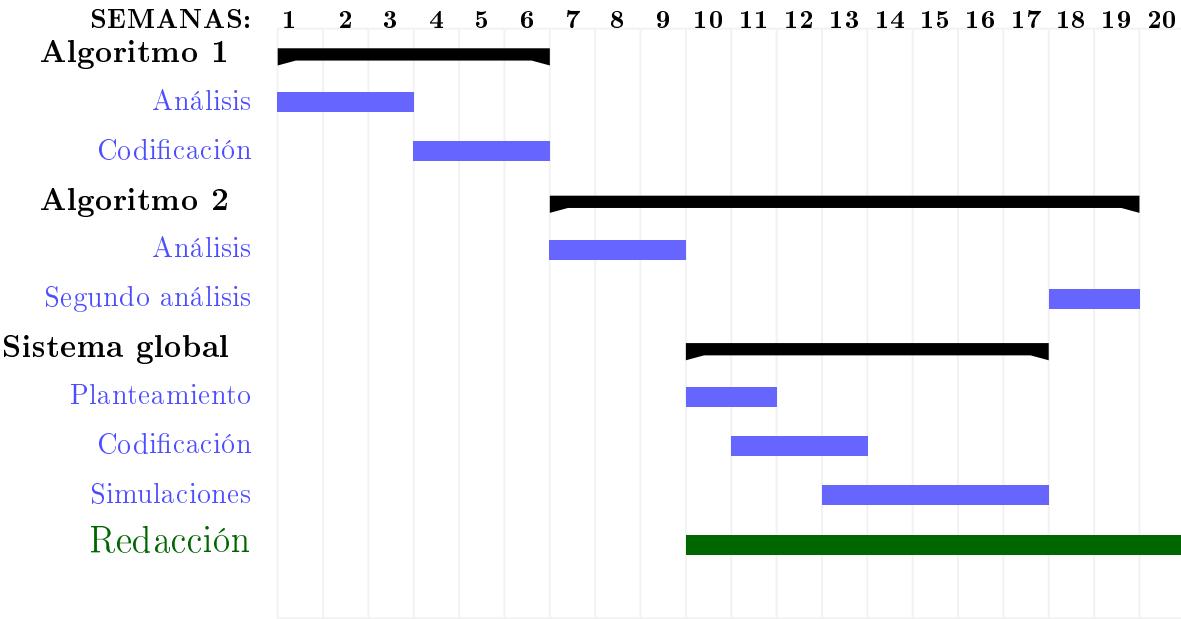
Por otro lado, la necesidad del segundo algoritmo recae en la coordinación de los vehículos para adoptar la forma geométrica deseada más concretamente una formación circular, en donde los robots se distribuyen simétricamente en torno a esta. Se define para ello un **algoritmo de control de formación circular** [2].

Al ya tener el gradiente calculado y los vehículos dispuestos en la formación uniformemente surge la necesidad de un tercer algoritmo que le otorgue la capacidad de dirigir a los vehículos hacia la zona de interés haciendo uso de dicho gradiente. Por este motivo, se hará uso de un **algoritmo de ascenso de gradiente**.

Una vez que el conjunto de algoritmos se encuentran funcionando, se propone como objetivo estudiar el efecto de los diferentes parámetros sobre el rendimiento del sistema, entre ellos, la variación del número de vehículos, las posiciones iniciales desde donde se inicia la búsqueda, el tamaño del radio de la formación o situaciones en las que se tienen varios focos radiando, pero uno de ellos va a presentar la máxima concentración.

Para estudiar cada uno de estos parámetros se propuso modelar el desplazamiento del sistema sobre una función gaussiana dado que esta cumple ser cóncava y permite estimar el carácter de una distribución de contaminación real, si toda la contaminación ha emanado de un único foco. Adicionalmente permite de cierta manera dar un valor a los que realmente serían datos tomados por los sensores. De forma que sea posible evaluar la viabilidad y el rendimiento del conjunto de algoritmos de cara a emplearlo posteriormente sobre sistemas reales.

1.4. Diagrama de Gantt



En el diagrama se definen los siguientes aspectos:

- El algoritmo 1 se atribuye al que obtiene el gradiente en el centro de la formación [8]. En primer lugar se analizó como se obtiene el gradiente mediante varios USVs para posteriormente codificarlo.
- El algoritmo 2 es el encargado de la cooperación entre los vehículos descrito en [2]. Este ya se encontraba codificado en [9]. La única tarea que se realizó fue el entendimiento de su funcionamiento.
- Finalmente, ambos algoritmos en conjunto con el ascenso de gradiente descrito en [10] conforman el sistema global sobre el que se basarán cada uno de los casos previamente descritos, es decir, el análisis del rendimiento se dará en función de este sistema.

1.5. Organización de la memoria

Se va a dividir el desarrollo del resto de la memoria en tres capítulos que englobarán los aspectos más relevantes recopilados de las diferentes simulaciones.

- *El capítulo dos*, contiene el fundamento teórico sobre el que se sustentan los USVs que poseen la capacidad de detectar fuentes. Posteriormente, han de cooperar y coordinarse con el objetivo de desplazarse hacia ellas por medio del gradiente, desglosándose dicha misión en tres algoritmos cada uno con una tarea fundamental:
 - El primero estima el gradiente aprovechando los múltiples vehículos.
 - El segundo los coordina para formar una circunferencia cuya disposición de los agentes en esta es simétrica.
 - Finalmente, un tercer algoritmo que permite el avance mediante el gradiente estimado.
- *En el tercer capítulo*, se simulan diversas situaciones para evaluar el rendimiento del sistema completo, entre ellas estarían variar el número de vehículos, el radio de la circunferencia o el ajuste de la ganancia del algoritmo de ascenso de gradiente.
- *En el cuarto y ultimo capítulo*, se recogen las conclusiones finales de evaluar el rendimiento del conjunto de algoritmos. Adicionalmente, se aportan mejoras que se pueden introducir o futuras investigaciones; como sería el caso de tener un cálculo del gradiente aplicando un algoritmo de consenso, cuyo intercambio de información se realiza de manera distribuida.

Finalmente, en [12] se encuentran todos los códigos utilizados para el desarrollo de la memoria.

Capítulo 2

Descripción del sistema

En este capítulo, se dará a conocer el fundamento teórico sobre el que se sustenta el sistema, en donde, se detallará cada uno de los algoritmos utilizados, además de dar a conocer el modelo de simulación basado en una función gaussiana.

2.1. Modelo para la simulación

Antes de describir cada uno de los algoritmos pertenecientes al sistema se va a definir la función gaussiana utilizada para la simulación de la radiación de la fuente de contaminación.

$$f(x, y) = p \cdot e^{-(x - c_o)^T \cdot M \cdot (x - c_o)}, \quad (2.1)$$

en donde, $x = (x, y)$, $c_o = (x_o, y_o)$ sería la posición del centro de la gaussiana. Además,

$$M = \begin{bmatrix} \frac{\cos^2 \theta}{2 \cdot \sigma_x^2} + \frac{\sin^2 \theta}{2 \cdot \sigma_y^2} & \frac{\sin 2 \cdot \theta}{4 \cdot \sigma_x^2} + \frac{\sin 2 \cdot \theta}{4 \cdot \sigma_y^2} \\ \frac{\sin 2 \cdot \theta}{4 \cdot \sigma_x^2} + \frac{\sin 2 \cdot \theta}{4 \cdot \sigma_y^2} & \frac{\sin^2 \theta}{2 \cdot \sigma_x^2} + \frac{\cos^2 \theta}{2 \cdot \sigma_y^2} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Es una matriz definida positiva y proviene de $R \cdot S \cdot R^T$ con R siendo la matriz de rotación ordinaria en 2D para un ángulo θ definiéndose a S como:

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\sigma_x^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2\sigma_y^2} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

En donde, σ_x^2 con σ_y^2 serían a desviación típica de la gaussiana con los ejes x e y respectivamente.

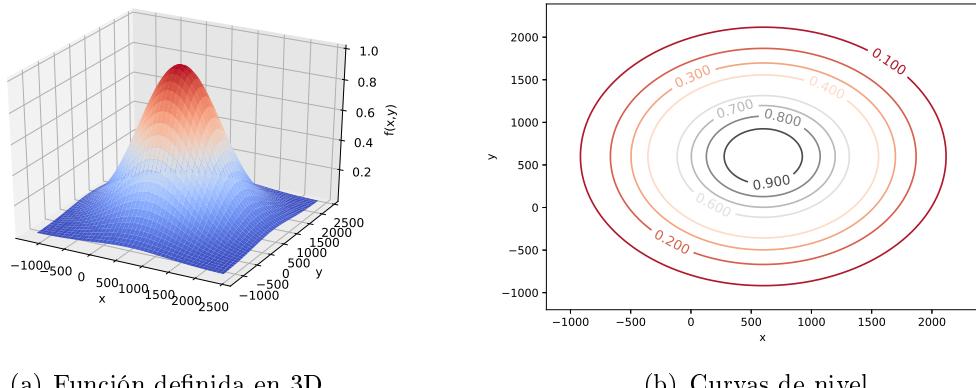


Figura 2.1: Representación de una función gaussiana

Se puede particularizar a un caso más sencillo para facilitar el análisis del rendimiento del sistema de la siguiente forma:

- Normalizar el volumen encerrado debajo de la gaussiana para que éste tenga un valor unitario. Esto se obtiene definiendo a $p = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y}$.
- Presentar desviaciones iguales en ambos ejes $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ y considerar el sistema de referencia sin rotaciones $\theta = 0$.

Con estas dos consideraciones la expresión final sería:

$$f(x, y) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2} e^{\frac{(x-x_o)^2 + (y-y_o)^2}{2 \cdot \sigma^2}} \quad (2.4)$$

Esta representación es la que posteriormente se usará para las diferentes simulaciones apor-tadas en el capítulo 3.

2.2. Algoritmo de estimación de gradiente para la bús-quedas de fuentes

Anteriormente se discutió que el objetivo del algoritmo es la búsqueda de fuentes, basándose en mediciones locales de múltiples robots situados de manera simétrica en un espacio de 2D. En dicho procedimiento, se consideran N robots distribuidos uniformemente a lo largo de una formación circular con un radio D y un punto central c definido en dos dimensiones, tal como se muestra en la siguiente figura 2.2.

Para la obtención del gradiente en un sistema real basta con que un único agente, a partir de la información reunida entre todos, lo estime. Sin embargo, para la simulación se utilizará la función gaussiana previamente descrita.

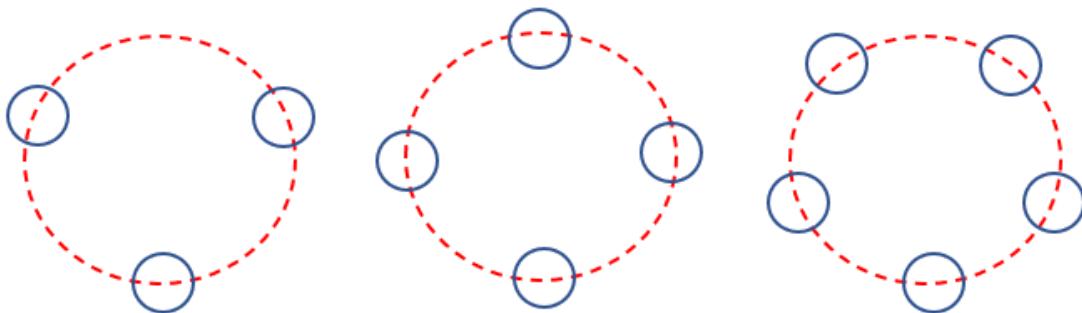


Figura 2.2: Disposición de los agentes en torno a la formación circular.

Adicionalmente, cada uno de los agentes deberá tener la capacidad de medir la intensidad de la señal mediante un sensor. En términos matemáticos, la distribución de la señal es una función espacial bidimensional que representa un campo escalar con un máximo o mínimo definido justo en la posición donde dicha fuente se localiza. Por lo tanto, se va a considerar que la señal es emitida por una única fuente de modo que su punto crítico en z_* es el único máximo definido del campo escalar.

Supongamos que definimos el campo escalar mediante una función $f(x)$ con $x \in \mathbb{R}^n$, además de ser continua y derivable para todo x . En torno a un punto x_* , se aplica el desarrollo en serie de Taylor para un valor de $n \geq 2$ de la siguiente forma:

$$f(x) = f(x_*) + \nabla f(x_*)^T (x - x_*) + \frac{1}{2!} \cdot (x - x_*)^T \cdot H(f(x_*)) \cdot (x - x_*) + O(x_*^3) \quad (2.5)$$

Donde:

$$\nabla f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad H(f) = \nabla^2 f = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \cdot \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \cdot \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \cdot \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \cdot \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \cdot \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \cdot \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

Para evaluar el punto máximo de concentración lo que interesa es que $\nabla f(x_*) = 0$. No obstante, en el problema en cuestión no se dispone de información sobre dicho gradiente solo se tienen las medidas tomadas por los sensores en cada uno de los vehículos es por ello que se va a aprovechar para realizar una estimación del gradiente en el centro del círculo formado por los robots $\hat{\nabla}f(c)$.

Particularizando para una distribución uniforme a lo largo de un círculo con radio D , un ángulo de rotación $\phi_0(t) = w_0 \cdot t$, en el que los agentes se mueven con velocidad angular w_0 y el centro de la formación c .

$$r_i = c + D \cdot R_{\phi_i} \cdot e \quad i = 1, \dots, N \quad (2.6)$$

Definiendo a r_i como la posición del robot i con respecto al radio del círculo, donde $\phi_i = \phi_o + \frac{2\pi \cdot i}{N}$ es el ángulo de rotación, R_ϕ es la matriz de rotación definida como $\begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$ y $e = [1, 0]^T$.

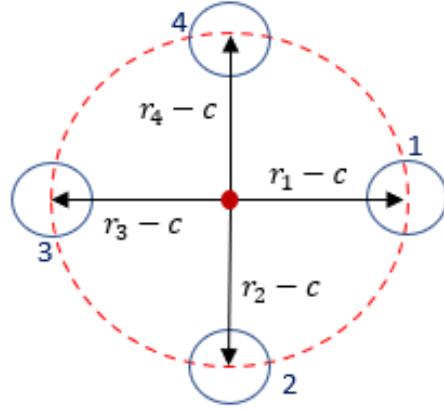


Figura 2.3: Estrategia colaborativa para el cálculo del gradiente en el centro de la circunferencia formada por los agentes.

A partir de la ecuación 2.5 pero haciendo la expansión de Taylor hasta el término de primer orden sobre cada una de las medidas $f(r_i)$ en torno al punto c y redefiniendo a D como $D = \|r_i - c\|$, se obtiene:

$$f(r_i) - f(c) = \nabla f(c)^T (r_i - c) + \varphi_i(D, c) \quad \forall i, \dots, N, \quad (2.7)$$

en donde, $\varphi_i(D, c)$ denota el remanente de la expansión de Taylor.

Para obtener una estima del gradiente se utilizan las medidas tomadas por los sensores de cada uno los vehículos $f(r_i)$ y la posición de cada uno de ellos por medio de:

$$\frac{2}{N \cdot D^2} \cdot \sum_{i=1}^N f(r_i) \cdot (r_i - c) = \underbrace{\nabla f(c) + \varphi(D, c)}_{:=\hat{\nabla}f(c)} \quad \text{con } N > 2 \quad (2.8)$$

La obtención de dicha expresión, así como la prueba de su validez pueden encontrar en [8] y [10]. En donde, $\varphi(D, c)$ es el error de la aproximación.

Para evaluar la fiabilidad de la estima se va a comparar con el valor exacto del gradiente obtenido sobre una función gaussiana y como influye en la bondad de dicho cálculo el número de agentes empleados y el radio del círculo de la formación. Por ello, se establece una posición arbitraria para el centro de la formación se encuentre relativamente lejos de la fuente. Así pues, se evalúa la variación del número de agentes con un radio unitario y del radio con el mínimo de número de agentes posibles.

Finalmente, se hace uso de la función 2.1 cuyos valores serían $c_o = [600, 600]$, el ángulo θ nulo, una desviación uniforme en ambos ejes $\sigma_x = \sigma_y = \frac{1}{1000}$ para que la matriz quede definida como $S = \begin{bmatrix} \frac{1000}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1000}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ y cuyo volumen es $p = 1$.

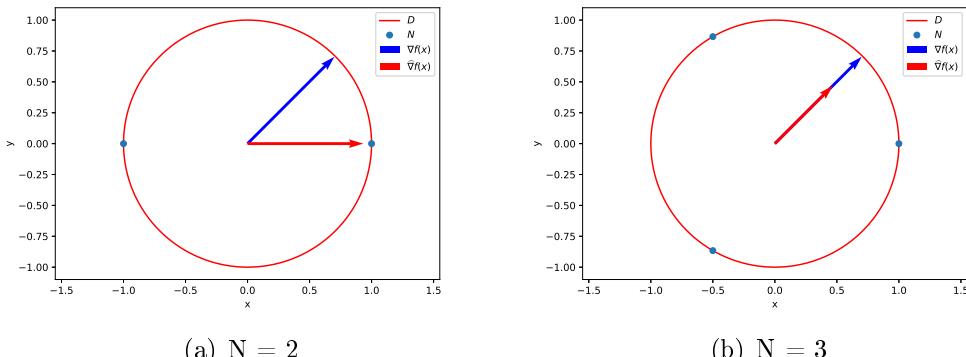


Figura 2.4: Estimación del gradiente en función del número de agentes con $D = 1$. La figura de la izquierda es un caso no valido y se aporta para demostrar un mal uso del algoritmo.

Nótese en la figura 2.4(a) que el algoritmo solo es válido para un número de agentes superior a 2. También, se observa en la figura 2.4(b) que aplicar tan solo el algoritmo de estima da un error prácticamente inapreciable. Por otra parte, el algoritmo solo funciona si cooperan tres o más vehículos, tal como se anticipaba en [8]. De manera análoga, se procede a evaluar el efecto del radio:

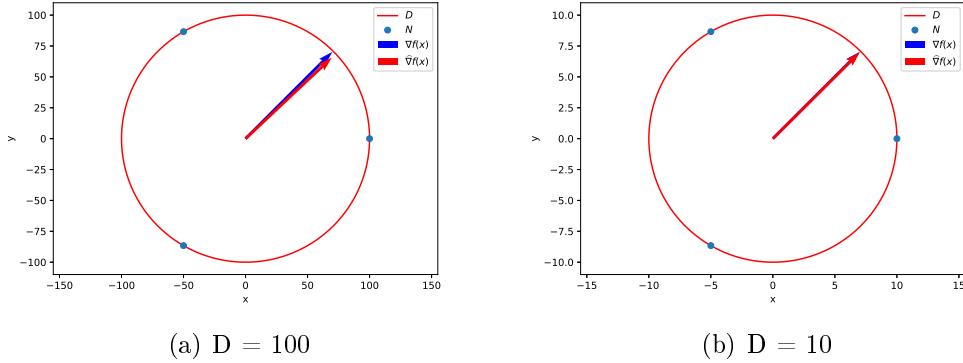


Figura 2.5: *Estimación del gradiente en función del radio del círculo con $N = 3$*

En el caso de figura 2.5 cuanto menor es el radio menor será el error. No obstante, se deben considerar las dimensiones de los vehículos dado que si el radio es excesivamente pequeño pueden generarse colisiones entre ellos.

Se destaca que en ambos casos el gradiente apunta en la dirección del centro de la gaussiana, es decir, presenta una orientación en razón de un ángulo de $\frac{\pi}{4}$ con respecto al centro de la formación ubicada en el origen.

Este método será adoptado por los vehículos de superficie marítima que giran en torno a una distancia D prescrita e irán tomando medidas que se utilizan para obtener el gradiente de concentración. Para ello, es necesario definir un algoritmo que les otorgue la capacidad de coordinarse, el cual se explica a continuación.

2.3. Algoritmo de control de formación circular

El control de la formaciones tiene como objetivo conseguir que un sistema formado por múltiples vehículos naveguen manteniendo una forma geométrica deseada. Una forma particular de hacerlo es mediante algoritmos de cooperación entre los agentes.

El modelo dinámico que se utilizará considera vehículos tipo monociclo con velocidad constante, es decir, solo se actúa sobre la dirección del vehículo a través de giros coordinados actuando sobre el ángulo de orientación. Las ecuaciones del monociclo con el que se simulan los vehículos son las siguientes:

$$\begin{cases} \dot{p}_i = u_r \cdot m(\psi_i) \\ \dot{\psi}_i = u_{\psi_i}, \end{cases} \quad (2.9)$$

en donde, u_r es la velocidad que ha de ser constante, además de tener el mismo valor para cada uno de los vehículos, $m = [\cos(\psi_i) \ \sin(\psi_i)]^T$ con ψ_i siendo el angulo de orientación y u_{ψ_i} es la entrada de control que otorga la capacidad a cada uno de los vehículos i de cambiar su orientación. Posteriormente, se explicará más detalladamente su efecto sobre cada vehículo.

Los vehículos modificarán su velocidad angular en función de girar en torno a un punto central y manipular la circunferencia que describen. De este modo, se puede hacer que aumenten o disminuyan la distancia angular entre ellos.

Definiéndose como objetivo el describir un **algoritmo distribuido para controlar formaciones circulares** aplicados a los USVs comentados en 1.1. Es importante destacar que el algoritmo va a tener dos tareas:

- Inicialmente cada uno de los vehículos estarán en posiciones arbitrarias y deberán converger hacia la circunferencia de radio D en el que vas a hacer la medida de concentración.
- Posteriormente, deberán mantener la misma distancia angular entre sus vecinos distribuyéndose uniformemente en torno a dicha circunferencia. Esto será posible al minimizar el error existente entre sus ángulos como más adelante se comentará.

Para la primera de las tareas se basa en la idea de que un único vehículo arranque desde cualquier posición y sea capaz de converger a una circunferencia deseada.

Se debe definir una trayectoria circular de radio $D \in \mathbb{R}^+$ puede ser descrita mediante la siguiente ecuación:

$$C_D \triangleq \{p : \varphi(p) = 0\}, \quad (2.10)$$

en donde, $\varphi(p) = p_x^2 + p_y^2 - D^2$ y $p = [p_x \ p_y]^T$ representa la posición cartesiana con respecto a un marco de coordenadas cuyo origen esta en el centro de C_D . Si $\nabla\varphi(p) \neq 0 \iff p \neq 0$ todo el conjunto de niveles $\varphi_c(p)$ se pueden parametrizar. Se puede obtener un ángulo θ asociado a la posición del vehículo mediante:

$$\theta(p) = \text{atan2}(p_y, p_x) \in (-\pi, \pi] \quad (2.11)$$

El vehículo a su vez posee dos vectores necesarios para hacerlo converger a la circunferencia deseada. El primero de ellos se atribuye a un vector normal a la circunferencia dada por $\varphi(p)$ definiéndose como $n(p) \triangleq \nabla\varphi(p)$, el otro es un vector tangente al punto p y descrito por $\tau(p) = E \cdot n(p)$ con $E = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ una matriz de rotación de $-\frac{\pi}{2}$. Ambos vectores son apreciables en la figura 2.6. En esta se observa la elección de uno de los vectores tangentes, se debe a que la matriz E otorga un sentido de giro horario y es por ello que solo se indica uno de las dos posibilidades.

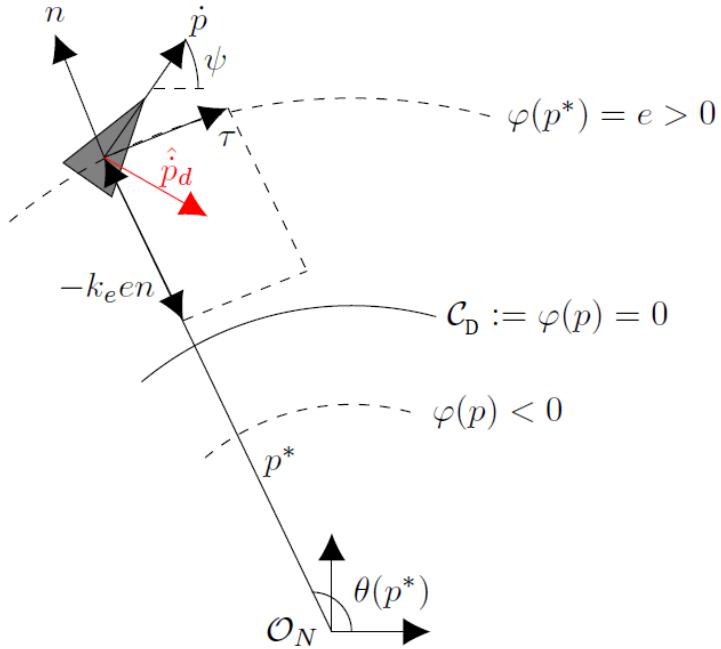


Figura 2.6: Un único vehículo con la capacidad de converger a una circunferencia destino.
Figura tomada de: [2]

En la figura 2.6 se aprecia un vector \hat{p}_d . Este es un vector unitario que indica la dirección de la velocidad deseada por el vehículo. Dicha velocidad modifica la orientación del vehículo para que sea capaz de ser tangencial a la trayectoria en todo punto. El vector \hat{p}_d se describe como la suma de:

$$\hat{p}_d(p) \triangleq \tau(p) - k_e \cdot e(p) \cdot n(p), \quad (2.12)$$

en donde, $k_e \in \mathbb{R}^+$ es una ganancia que define cuan agresivo es el campo vectorial para converger a C_D y $e(p) \triangleq \varphi(p)$ es el error en la distancia entre la circunferencia actual del vehículo $\varphi(p^*)$ y la circunferencia objetivo. Se derivan tres casos de la expresión 2.12:

- Si $e(p) > 0$ el vehículo se encuentra en una circunferencia con mayor radio que la objetivo. Caso de la circunferencia externa en la figura 2.6.

- Si $e(p) < 0$ el vehículo se encuentra en una circunferencia con menor radio que la objetivo. Caso de la circunferencia interna en la figura 2.6.
- Si $e(p) = 0$ la orientación de la velocidad del vehículo es tangente a la trayectoria. En otras palabras, se encuentra en la circunferencia destino $\varphi(p) = 0$. Caso de la circunferencia central en la figura 2.6.

Para conseguir que el vehículo adquiera una orientación deseada, además de los conceptos discutidos hasta ahora, será necesario introducir una entrada de control u_ψ vista en la ecuación 2.9. Esta se define como:

$$\dot{\psi} = u_\psi (\dot{p}, \dot{p}_d) = \dot{\psi}_d + k_d \cdot \hat{p}^T \cdot E \cdot \hat{p}_d, \quad (2.13)$$

en donde, $k_d \in \mathbb{R}^+$ es una constante que altera la velocidad de convergencia con la que cada vehículo viaja en torno a C_D . Esta entrada de control se compone de dos partes que se explican a continuación.

$$\dot{\psi}_d = - \left(E \cdot \hat{p}_d \cdot \tilde{p}_d^T \cdot E \left((E - k_e \cdot e) \cdot H(\varphi) \cdot \dot{p} - k_e \cdot n^T \cdot \dot{p} \cdot n \right) \right)^T \cdot E \cdot \frac{\dot{p}_d}{\|\dot{p}_d\|^2} \quad (2.14)$$

Esta expresión surge de la necesidad de relacionar la dirección deseada por el vehículo \hat{p}_d con su ángulo de orientación. Los detalles de la obtención de dicha expresión se pueden consultar en [11].

Por otro lado, el término $k_d \cdot \hat{p}^T \cdot E \cdot \hat{p}_d$ es el producto escalar de la dirección actual del vehículo con un vector perpendicular a la dirección deseada. El vector perpendicular sale de realizar el producto entre la matriz de rotación E con el vector unitario de la velocidad deseada \hat{p}_d .

Retomando la figura 2.6, el resultado de aplicar la entrada de control es buscar que el ángulo formado entre \dot{p} y \hat{p}_d se haga 0, es decir, que sean paralelos y apunten tanto la dirección actual del vehículo como la deseada en la misma dirección. Esto se consigue en el momento que el vector perpendicular $E \cdot \hat{p}_d$ tenga un ángulo de $\frac{\pi}{2}$ con respecto a la dirección actual del vehículo \hat{p} .

Este control se aplica a cada uno de los vehículos que posteriormente componen la formación circular, para el siguiente paso es preciso establecer relaciones entre vehículos, para ello se hará uso de un grafo.

Inicialmente, se considera una formación con $N \geq 2$ vehículos cuyas posiciones p se definen por $p_i \in \mathbb{R}^2$ con $i \in \{1, \dots, N\}$, en donde los vehículos son capaces de detectar las posiciones relativas con respecto a sus vecinos. Evaluando la relación existente entre los vecinos ésta puede describirse mediante un grafo $\mathbb{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ siendo $\mathcal{V} = \{1, \dots, N\}$ los distintos nodos pertenecientes al grafo, en donde cada uno de ellos representa un vehículo y $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ sus aristas. El conjunto de los vecinos del vehículo i esta definido por $\mathcal{N}_i \triangleq \{j \in \mathcal{V} : (i, j) \in \mathcal{E}\}$. Dos vértices son adyacentes si $(i, j) \in \mathcal{E}$. Un camino desde el nodo i hasta el nodo j es una secuencia que comienza en i y termina en j , de manera que dos vértices consecutivos son adyacentes, y si $i = j$ el camino se le conoce como ciclo. [2]

Asumiendo que el grafo \mathbb{G} esta conectado, es decir, existe un camino que conecta a cada par de nodos i y j . Se definen los elementos de la matriz de incidencia $B \in \mathbb{R}^{|\mathcal{V}| \times |\mathcal{E}|}$, donde $|\chi|$ representa la cardinalidad del conjunto χ , para \mathbb{G} dado por:

$$b_{ik} \triangleq \begin{cases} +1 & \text{si } i = \mathcal{E}_k^{\text{cola}} \\ -1 & \text{si } i = \mathcal{E}_k^{\text{cabeza}}, \\ 0 & \text{c.c} \end{cases} \quad (2.15)$$

en donde $\mathcal{E}_k^{\text{cola}}$ y $\mathcal{E}_k^{\text{cabeza}}$ representan los nodos cola y cabeza de la arista $\mathcal{E}_k = (\mathcal{E}_k^{\text{cola}}, \mathcal{E}_k^{\text{cabeza}})$.

A continuación, la figura 2.7 ilustrará un grafo formado por cuatro vehículos cuya matriz de incidencia se define como:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

En general se emplearán formaciones en las que van a estar conectados todos los nodos adyacentes salvo el primero con el último.

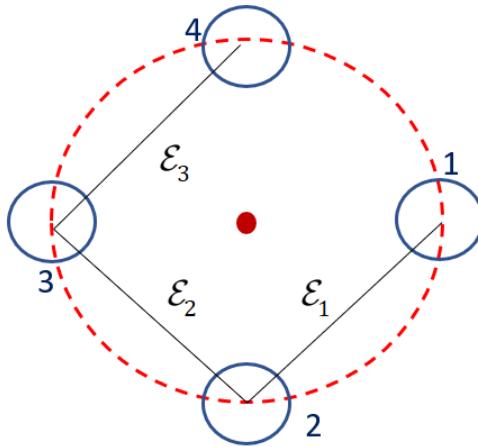


Figura 2.7: Grafo descrito por 4 vehículos. Definido por los nodos $\mathcal{V} = \{1, 2, 3, 4\}$ y las aristas \mathcal{E}_1 , \mathcal{E}_2 y \mathcal{E}_3

Una vez descrita la capacidad de convergencia asociada a cada vehículo y el grafo formado por estos. Se introduce la capacidad de disponerse uniformemente en torno a la formación circular. Para ello se dispone de la velocidad angular definida para cada uno de los vehículos:

$$\dot{\theta}_i = \omega_i = \frac{u_r}{r}, \quad (2.17)$$

en donde, u_r es la velocidad lineal que ha de ser constante como se describió al principio de la sección y $\dot{\theta}_i$ es la velocidad angular asociada a cada vehículo.

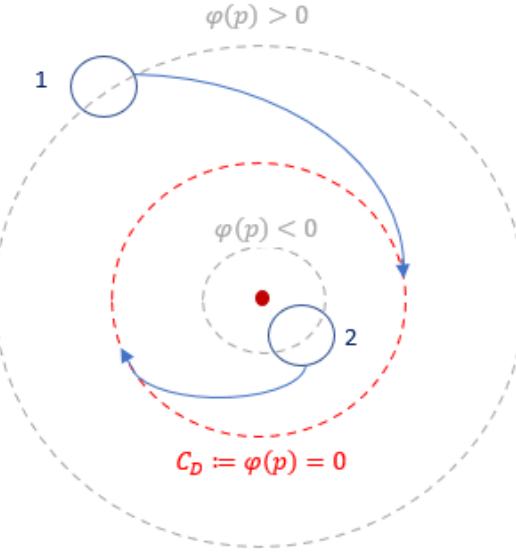


Figura 2.8: Disposición de dos vehículos orbitando en dos circunferencias diferentes y alterando su velocidad angular para converger a la circunferencia objetivo.

La idea es controlar el ángulo entre vehículos $z = B^T \cdot \theta$ modificando la trayectoria descrita. Siendo z un vector que contiene la separación angular entre dos vecinos y θ es un vector que contiene apilados los ángulos. Dichos ángulos son los formados por cada vecino con el eje de las x mediante la ecuación 2.11 particularizando para cada vehículo i como θ_i . Se define:

$$C_i(D, c_i) \triangleq \{p : \varphi(p) = c_i\}, \quad (2.18)$$

en donde, $c_i \in \mathbb{R}$ es la señal de control de formación y el subíndice $i \in \mathcal{V}$ denota cada uno de los vehículos. A partir de dicha ecuación surgen dos situaciones:

- Si c_i es positivo, el radio D tenderá a aumentar y con ello se reduce la velocidad angular $\dot{\theta}_i$. Situación del agente 1 en la figura 2.8
- Si c_i es negativo, el radio D tenderá a disminuir y con ello se aumenta la velocidad angular $\dot{\theta}_i$. Situación del agente 2 en la figura 2.8

Se define a $c_i \triangleq {}^i u_D^2 + 2D \cdot {}^i u_D$, donde ${}^i u_D \in \mathbb{R}$ es una acción de control que posee un significado físico más directo al imponer el radio de la circunferencia de la siguiente forma:

$$x^2 + y^2 - D^2 = {}^i u_D^2 + 2D {}^i u_D \Leftrightarrow x^2 + y^2 - (D + {}^i u_D)^2 \quad (2.19)$$

La acción de control adquiere el siguiente significado ${}^i u_D = k_r \sum_{i=1}^N B_i \cdot e$, definiendo a B_i como cada una de las filas de la matriz de incidencia 2.15, $k_r \in \mathbb{R}^+$ es una constante proporcional al error que se quiere corregir y e se corresponde con el error en la distancia angular entre dos vehículos vecinos, descrito como:

$$e_{\theta_k}(t) = z_k(t) - z_k^*, \quad (2.20)$$

en donde, $e_{\theta_k} \in (-\pi, \pi]$ con $k \in \{1, \dots, |\mathcal{E}|\}$, z_k^* es la distancia angular deseada y $z_k(t)$, previamente descrito, es la distancia angular deseada.

Un aspecto a considerar es que se impone sobre k_r la condición de $r - \pi \cdot k_r \max(\{\mathcal{N}_i\}) > 0$. Esta impide la posibilidad de tener radios negativos en 2.19.

El propósito de este control es permitir a los vehículos orbitar en torno a diferentes circunferencias en función del error existente en la distancia angular entre vehículos adyacentes. Este error va a actuar sobre el ángulo de orientación del vehículo descrito en la ecuación 2.13 por medio de la expresión 2.14. Seguidamente, se dan dos posibles situaciones en base a todo lo definido hasta este punto:

- Si el error entre dos vehículos es positivo, el vehículo se encuentra orbitando en una circunferencia con mayor radio que la objetivo. Esto se traduce en una reducción en la velocidad angular ω_i correspondiente al vehículo i .

- Si el error entre dos vehículos es negativo, el vehículo se encuentra orbitando en una circunferencia con menor radio que la objetivo. Esto se traduce en un aumento en la velocidad angular ω_i correspondiente al vehículo i .

El objetivo final del algoritmo es que cuando $t \rightarrow \infty$ se tenga que $e_\theta \rightarrow 0$ y $p_i(t) \rightarrow C_D$, en otras palabras, que pasado un tiempo el error sea el mínimo posible permitiendo que cada uno de los vehículos este dispuesto uniformemente a lo largo de la circunferencia. Esto se traduce en que la diferencia entre el ángulo entre vehículos real y el deseado se minimice.

2.4. Algoritmo de ascenso de gradiente

Hasta el momento únicamente se ha comentado sobre la cooperación de los agentes para la disposición de una figura geométrica y simétrica requerida o un algoritmo para la estima del gradiente en un punto. No obstante, se ha dejado de lado el avance de los agentes, es decir, ha de existir un algoritmo que desplace a todo el enjambre hacia la ubicación de la fuente haciendo uso del gradiente estimado.

Para ello, se utiliza el algoritmo de ascenso de gradiente su objetivo principal es desplazar el centro de la formación circular dado que sobre éste se encuentra definido el gradiente, la ecuación que lo describe presenta la siguiente forma [10]:

$$c_{k+1} = c_k + \epsilon \cdot \nabla f(c_k) \quad c_k = [x, y] \quad \forall_{x,y} \in \mathbb{R}, \quad (2.21)$$

en donde, c_k corresponde con el centro de la formación circular y $\epsilon \in \mathbb{R}^+$ es una constante que modifica la magnitud de avance gradiente. Al tratarse de un problema definido como un punto máximo de una función, el avance ha de ser estrictamente positivo, es decir, los valores de la función han de ser cada vez mayores para desplazarte hacia dicho punto.

2.5. Operación conjunta de los tres algoritmos.

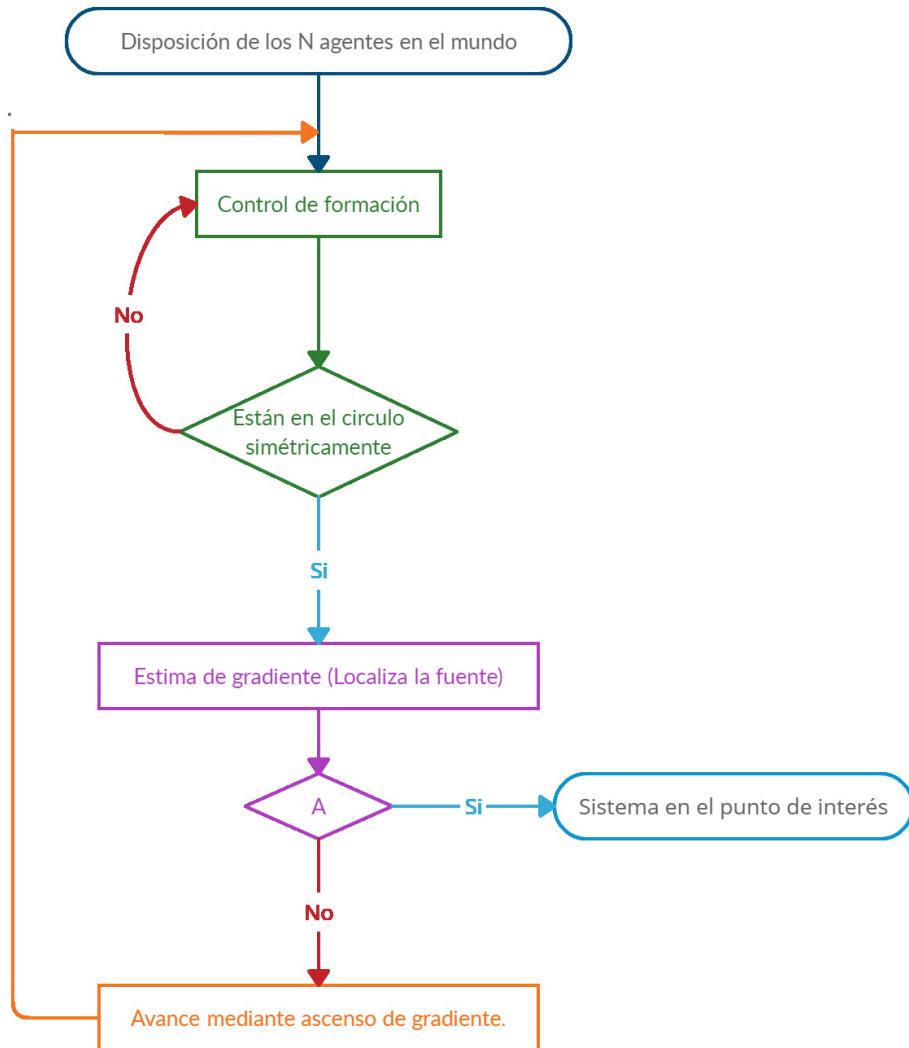


Figura 2.9: Diagrama de flujo que describe la dinámica del sistema.

En la figura 2.9 se pueden apreciar diferentes colores para diferenciar cada uno de los pasos a seguir antes de que los USVs lleguen a la zona con máxima concentración de sustancias contaminantes, desglosándolos estos serían:

1. Se disponen los N agentes en el plano, es decir, se conoce la posición de cada uno de los USV en la superficie marítima.
2. Se ejecuta el algoritmo de control de formación circular para hacer que convergan cada uno de los vehículos a la circunferencia deseada y a su vez se dispongan de manera uniforme. Un aspecto a destacar es que se tiene que poner un umbral para decidir cuando avanzar. Dicho umbral esta estrechamente relacionado con el error de la formación descrito en la ecuación 2.20 Si este valor es lo suficientemente pequeño el enjambre avanza; en caso contrario, se quedarán esperando a que todos los agentes se coloquen en sus sitios.
3. Al ya estar dispuestos en la circunferencia definiendo la formación circular, se hace la estimación del gradiente en el centro de la formación. En este punto, se dan dos casos que en la figura 2.9 están referidos como A:
 - Si $\widehat{\nabla}f(c_k) \approx 0$ se está cerca de la fuente conformando una **solución satisfactoria**.
 - Si $\widehat{\nabla}f(c_k) > 0$ aun están desplazándose para llegar al objetivo.
4. En caso de darse la segunda de las situaciones antes planteadas, se ha de desplazar el centro de la formación circular mediante el algoritmo de ascenso de gradiente mediante la ecuación 2.21.
5. Antes de volver a estimar el gradiente se debe comprobar el paso 2, en caso de permanecer cada uno de los agentes en la formación. Asociándose a que el error entre las distancias angulares para cada uno de los vehículos es lo suficientemente pequeña, se pasa directamente al paso 3.

Capítulo 3

Resultados experimentales

Una vez sentadas las bases del sistema en su totalidad, se estudiarán diversos comportamientos que irán apareciendo en función de variar cada uno de sus parámetros. Entre ellos estarían evaluar el avance de la formación empezando en diversos puntos del espacio, variar el número de agentes N , modificar el radio de la formación D , probar diferentes valores de la ganancia ϵ y finalmente probar su fiabilidad en superficies con múltiples fuentes.

Para ello, la simulación va a basarse en la siguiente función gaussiana:

$$f(x, y) = p \cdot e^{-(c - c_o)^T \cdot M \cdot (c - c_o)}, \quad (3.1)$$

en donde, $c = (x, y)$ es el valor en el centro de la formación, $c_o = (x_o, y_o)$ sería la posición del centro de la gaussiana. Cabe destacar que se dio una descripción más detallada en la sección 2.1.

Para los primeros 4 casos se particulariza la simulación del sistema en base a los siguientes datos: el centro se situó en $c_o = [600, 600]$, el ángulo θ nulo, una desviación uniforme en ambos ejes $\sigma_x = \sigma_y = \frac{1}{1000}$ para que la matriz quede definida como $S = \begin{bmatrix} \frac{1000}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1000}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ y cuyo volumen es $p = 1$.

Se van a emplear 4 vehículos que parten de posiciones arbitrarias y convergen a un círculo con centro situado en el origen. El gradiente estimado, es en realidad las sucesivas posiciones de los centros de la formación circular descrita por los vehículos cuyo radio D será 30, y desplazados siguiendo el algoritmo de ascenso de gradiente con una ganancia $\epsilon = 20$.

En primer lugar, se demostrará el correcto funcionamiento de la coordinación ejercida por los vehículos a través de la siguiente figura:

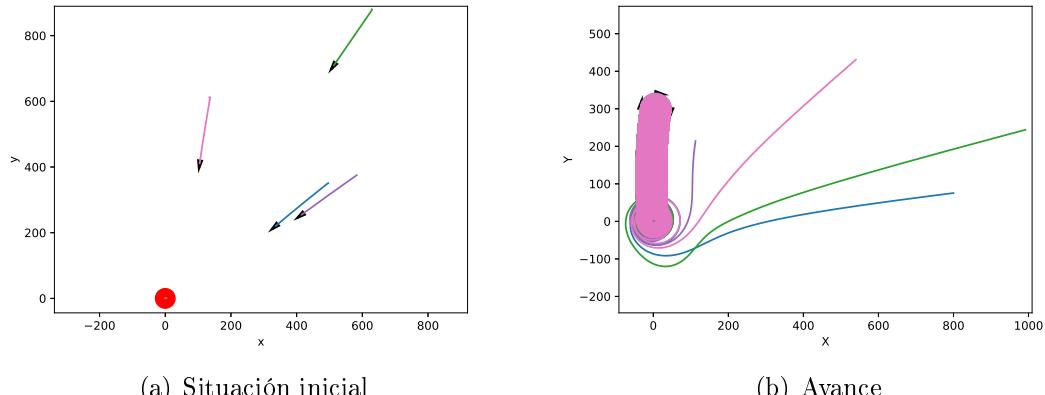


Figura 3.1: Vehículos dispuestos en torno a la formación. El punto rojo representa el círculo al que quieren converger y las diferentes líneas de colores que giran en torno a dicho punto son cada una de las trayectorias de los vehículos.

Un comentario destacable es que se deben imponer dos condiciones que necesariamente se deben cumplir para que el sistema avance satisfactoriamente. Estas son:

- La primera es que el error de formación sea lo más próximo a 0 posible, es decir, que en la medida de lo que cabe los vehículos estarán dispuestos uniformemente en la circunferencia pero con un error que se adicionará al existente por la estima del gradiente. Por ello, se decide imponer que como mucho $\|e_\theta\| \leq 0,2$ sobre la ecuación 2.20.

- La segunda consiste en dar una solución satisfactoria para tomar en consideración que ya se ha llegado al punto de interés. Esto se debe a la dificultad de movimiento cuando estés muy cerca del máximo al gradiente hacerse prácticamente 0 y, por lo tanto la formación apenas avanza. Por ello, se impone que para satisfacer condición de máximo será solución al problema cuando $f(c) \geq 0,999$.

Puede darse el caso de que la ultima de las condiciones no se cumpla. Esto se debe a que el máximo se encontraría definido en una zona plana, y por ende el avance por dicha zona se volvería inviable. Para solucionarlo, basta con imponer que se ha llegado satisfactoriamente al máximo si se lee continuamente el mismo valor sobre la función 3.1 y a su vez el valor del gradiente es próximo a cero.

A continuación, se reflejará el camino siguiendo al gradiente estimado en comparación con el camino siguiendo el gradiente real, la evolución de cada componente del gradiente hasta llegar al punto máximo y finalmente una curva de error que posteriormente se definirá. Es importante resaltar que los valores de las constantes vistas en el algoritmo de coordinación se van a dejar fijas, cuyos valores son: $k_e = 5 \cdot 10^{-5}$, $k_d = 60$ y $k_r = 50$,

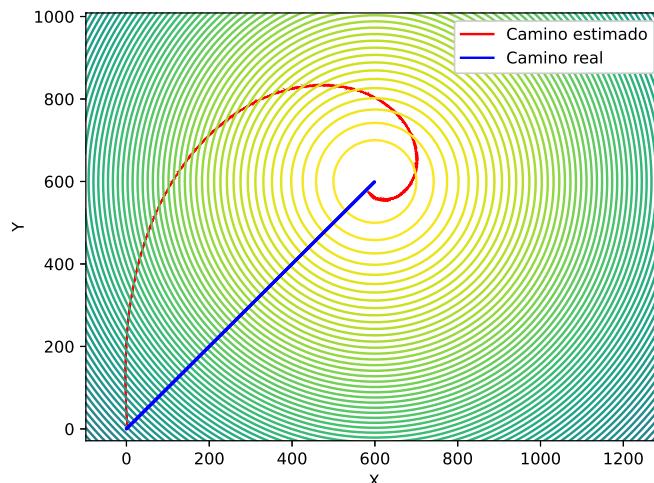


Figura 3.2: Comparativa entre el camino descrito por el gradiente real y por el gradiente estimado.

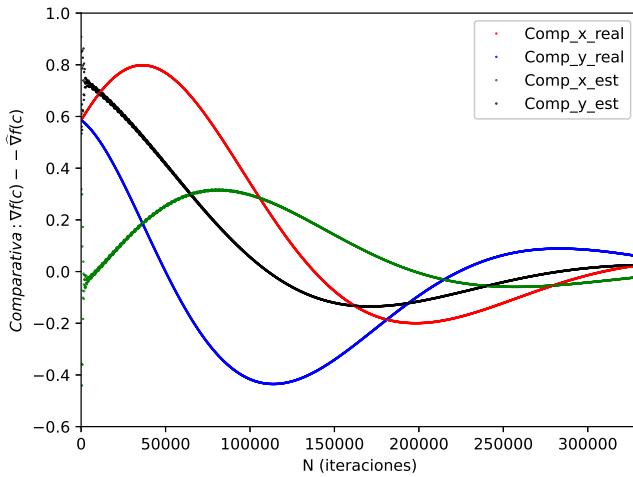


Figura 3.3: Comparativa de las componentes del gradiente entre el real y el estimado.

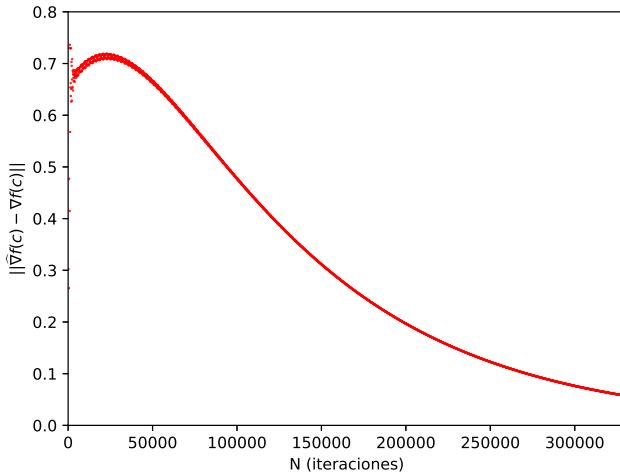


Figura 3.4: Curva de error descrita por la estimación del gradiente.

En la figura 3.2 se aprecia como claramente el avance obtenido por el gradiente estimado difiere del real pasando de una recta a definir prácticamente una espiral. Esto era un resultado bastante esperable al acumular un error equiparable al orden 2 de Taylor visto en la ecuación 2.8, además se adiciona el error del ángulo entre vehículos visto en 2.20 que provocará una estima del gradiente incluso más alejada de lo ideal.

Por otro lado, en la figura 3.3 se observa la variación de cada componente del gradiente real frente al estimado, a pesar de que difieren notablemente se aprecia como al avanzar el sistema ambos gradientes convergen al mismo punto. Esto se traduce en que el gradiente estimado es capaz de guiar a la formación al punto con máxima concentración de sustancias.

Acudiendo a la referencia [8] se aproxima al error existente entre ambos gradientes como:

$$\Delta \nabla f(c) = ||\hat{\nabla}f(c) - \nabla f(c)|| \quad (3.2)$$

La figura 3.4 describe el error dado por la ecuación 3.2. Se nota como según más próximo a la fuente este la formación su valor tiende asintóticamente a 0. Esta ecuación se va a utilizar para evaluar el rendimiento del sistema frente a variar sus parámetros, tal como se ha comentado en diversas ocasiones a lo largo de la memoria.

3.1. Variación del punto inicial

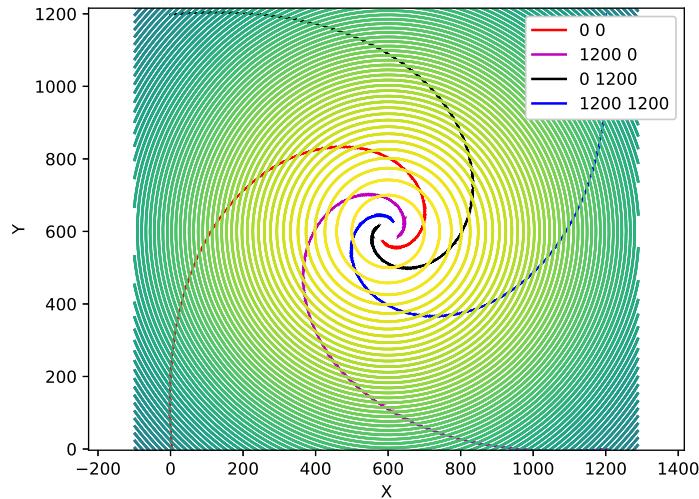
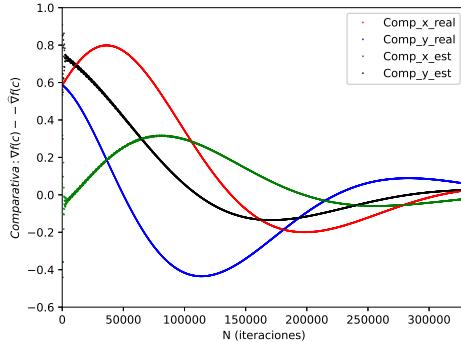
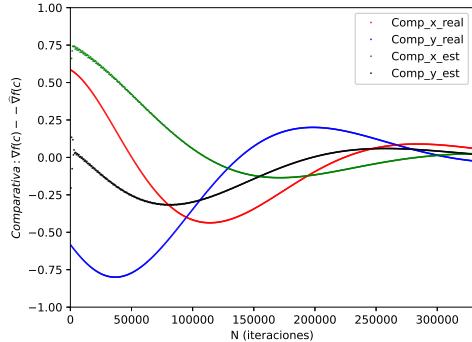


Figura 3.5: Avance del sistema para diferentes valores de la posición inicial de la formación.

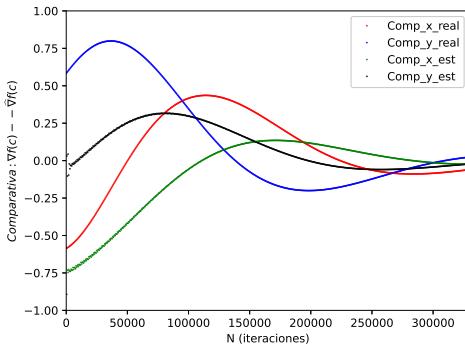
La primera situación planteada consiste en utilizar los datos descritos anteriormente² para evaluar el efecto que tiene partir desde diferentes puntos. Consecuentemente, se escogen cuatro vértices que forman una diagonal respecto al punto máximo siendo estos $x_o = [0, 1200]$, $x_o = [1200, 0]$, $x_o = [1200, 1200]$ y el origen. El resultado esperable es que la trayectoria descrita posea el mismo punto final con destino a la máxima concentración de sustancias, pero la trayectoria seguirá el gradiente estimado, tal como se observó en 3.2. Finalmente, se contempla en la figura 3.6 que las iteraciones persisten para cada punto de partida, por ende el error terminaría siendo similar a 3.4 en todos los casos.



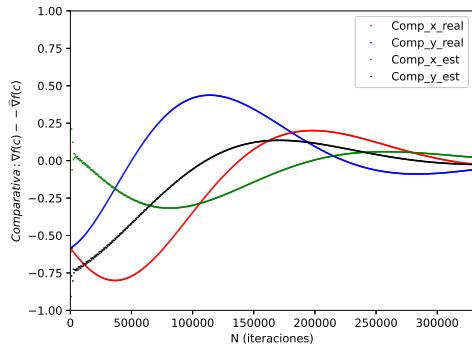
(a) Punto 0 0



(b) Punto 0 1200



(c) Punto 1200 0



(d) Punto 1200 1200

Figura 3.6: Componentes del gradiente estimado y el real para diferentes valores de la posición inicial de la formación.

²N = 4, D = 30 y $\epsilon = 20$

3.2. Variación del número de agentes N

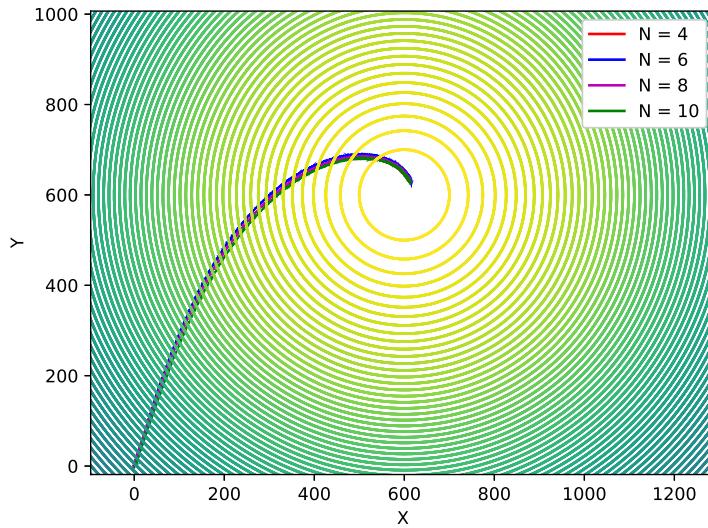


Figura 3.7: Avance del sistema en función del número de agentes N .

El número de agentes va a influir de dos maneras:

1. Este primer resultado se podía intuir de la gráfica 2.4, en donde claramente se aprecia una dependencia inversamente proporcional, es decir, a medida que se aumenta el número de agentes es de esperarse que el error se reduzca y a su vez las iteraciones necesarias para llegar al máximos se reducen.
2. No obstante, si se tiene en cuenta el algoritmo de control de formación cada vez que el número de agentes va creciendo se tienen más nodos dentro del sistema y por ello se ha de pasar mucha más información al presentar más nodos adyacentes, traduciéndose en una ralentización en la coordinación de los vehículos. A esto se le añade el tiempo que se tendría que esperar para que los N vehículos se dispongan uniformemente en la formación.

Sin embargo, este ultimo punto solo es cierto para la simulación. En el caso de un sistema real la información que cada vehículo debe compartir es la misma, como mucho son dos vecinos y lógicamente por ese lado no hay ralentización.

Se puede apreciar como la trayectoria descrita en 3.7 no cambia significativamente. Sin embargo, si tiene un impacto en el número de iteraciones 3.8 y en la reducción del error 3.9. Para este último caso, se tiene que a partir de un determinado número de agentes la influencia sobre el sistema se hace prácticamente inapreciable. Adicionalmente, se aprecia en la figura 3.2 que al principio las componentes del gradiente estimado presentan oscilaciones en sus valores. Dicho efecto se mitiga según se aumenta el número de agentes.

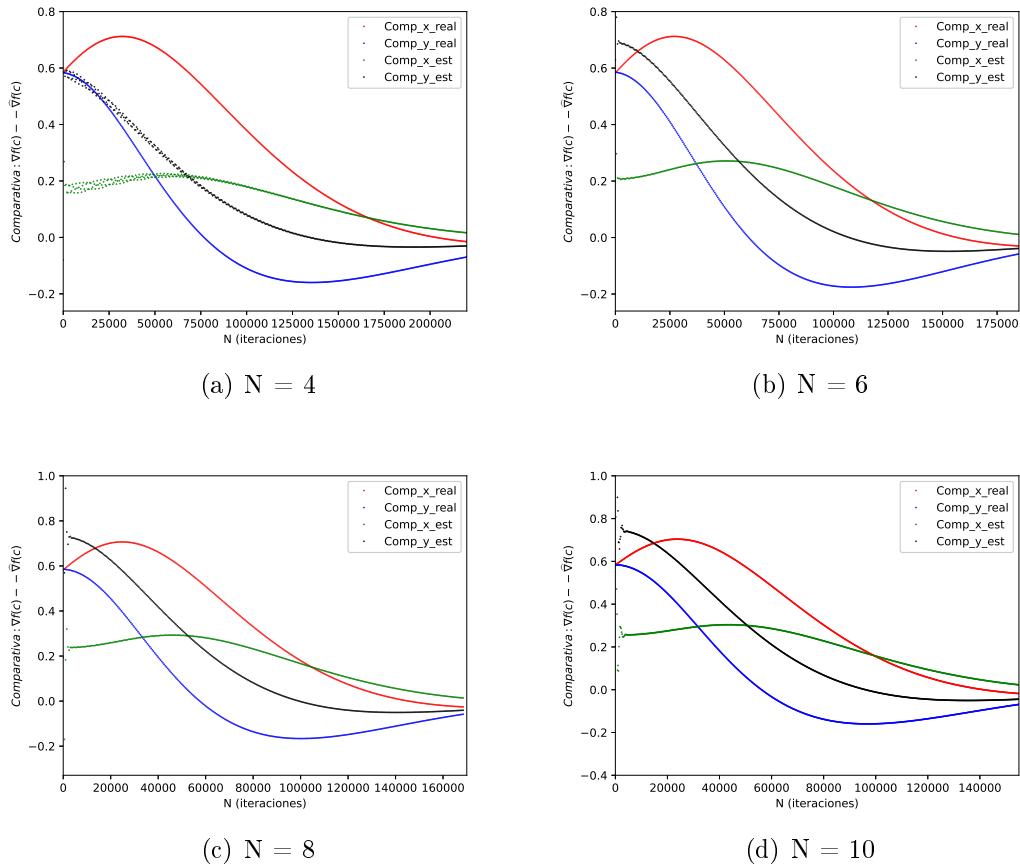


Figura 3.8: Evaluación de las componentes del gradiente estimado y el real en función del número de agentes N .

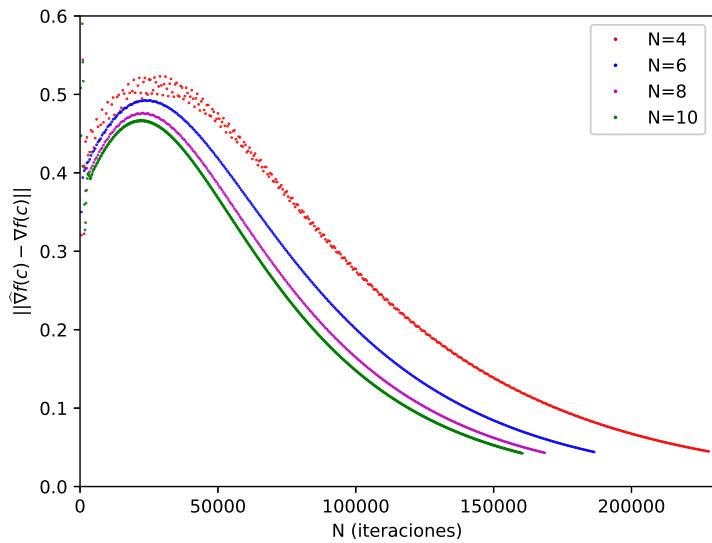


Figura 3.9: Error descrito por el gradiente estimado al variar el número de agentes N .

3.3. Variación del radio D

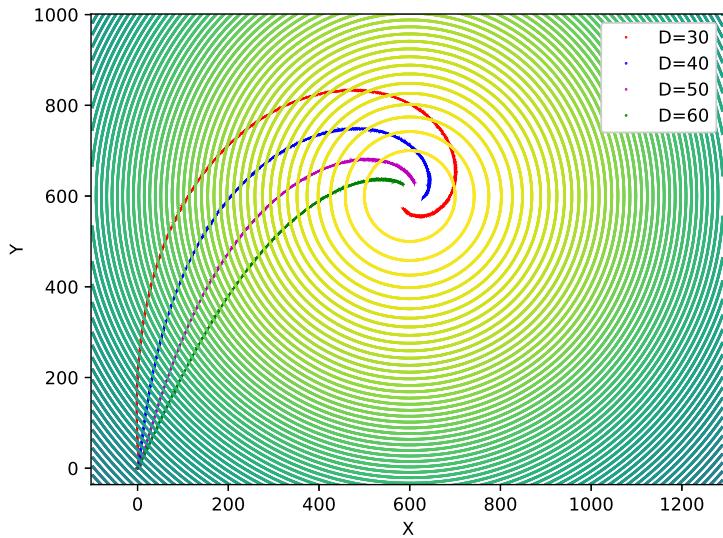


Figura 3.10: Avance del sistema en función del radio D .

Imponiendo que $N = 4$ y $\epsilon = 20$, se evalúa la influencia del radio D . Se aprecia que el sistema en sí es mucho más sensible al radio de la formación que al número de agentes. En la referencia [10] acota al error de la siguiente forma:

$$\|\hat{\nabla}f(c) - \nabla f(c)\| \leq DL, \quad (3.3)$$

en donde, L es un escalar delimitado por el error de la serie de Taylor original. Esta expresión acota al error de manera proporcional, es decir, un radio más grande implicaría tener mucho mas error, tal como se discutió en el capítulo 2 mediante la figura 2.5. No obstante, el margen de error introducido por el algoritmo de coordinación hace que la posición de los vehículos en torno a la circunferencia no sea perfecta, un ejemplo de una posible disposición de los vehículos se aprecia en la figura 3.11.

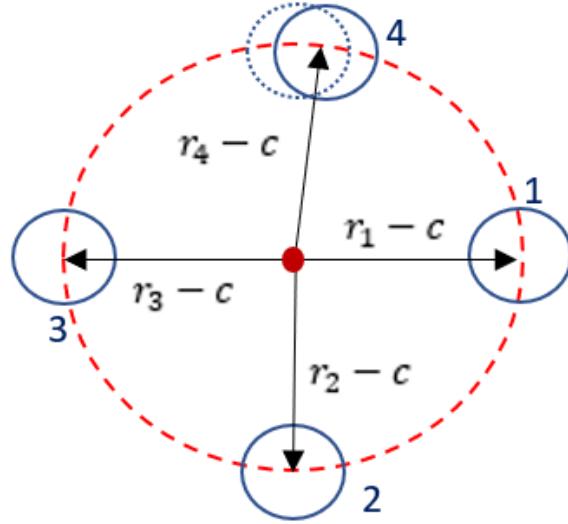


Figura 3.11: Ejemplo de la posición de los vehículos en la circunferencia de radio D .

Si se toma una parte del desarrollo de la expresión 2.8, cuyos detalles se encuentran en [8]. Adquiere protagonismo la siguiente expresión:

$$f(c) \cdot \frac{2}{N \cdot D^2} \cdot \sum_{i=1}^N (r_i - c) \quad (3.4)$$

Esta expresión es nula siempre y cuando los vehículos estén dispuestos uniformemente en la circunferencia, como se comentó antes con el error existente entre vehículos adyacentes introducido por el algoritmo de coordinación, una disposición perfectamente simétrica es imposible de conseguir. Por ende, la expresión 3.4 nunca será nula, el valor del sumatorio se hará más grande entre más radio se tenga. Sin embargo, al estar dividido por el radio al cuadrado el efecto se vuelve inversamente proporcional y la dependencia con el radio de la expresión 3.3 se invalida.

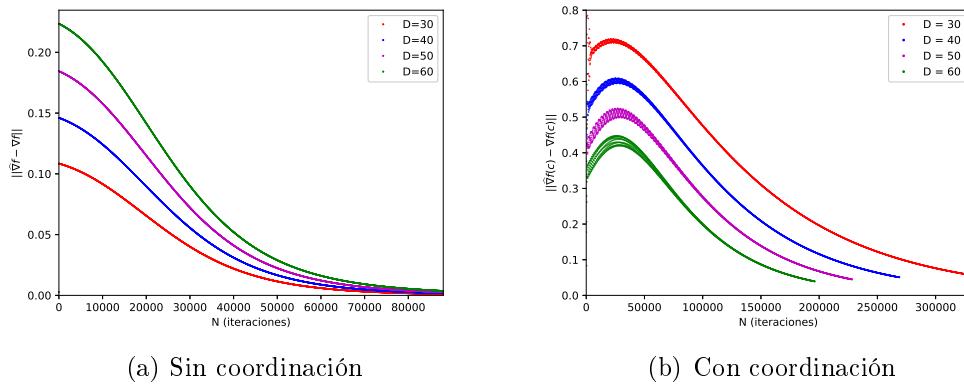


Figura 3.12: Comparativa del error descrito por el gradiente estimado al variar el radio D .

En la figura 3.12 se aprecia como la dependencia con el radio se invierte. En la figura 3.12(a), el avance del sistema se simuló sin el algoritmo de coordinación manteniendo siempre los vehículos en la misma posición, encontrándose dispuestos perfectamente simétricos con respecto al centro de la formación. Por otro lado, al introducir el algoritmo de coordinación la dependencia se vuelve inversamente proporcional como se observa en la figura 3.12(b). Este efecto se refuerza con la evolución de la comparativa entre las componentes del gradiente real y del estimado de la figura 3.13, en donde según se aumenta el radio las componentes se van asemejando.

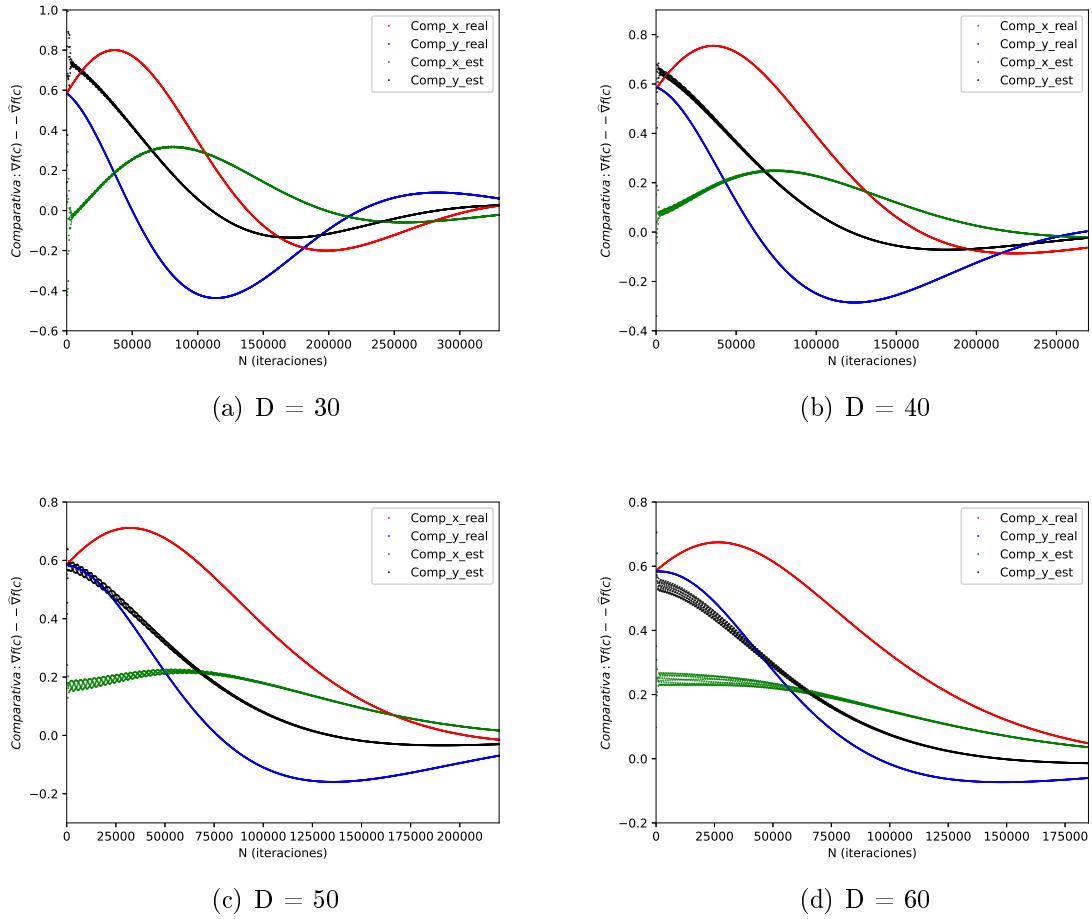


Figura 3.13: Evaluación de la componentes del gradiente estimado y el real en función del radio D .

3.4. Variación de la constante ϵ

Este caso va a estar estrechamente relacionado con 2.21 dado que si se aumenta el valor de ϵ es de esperarse que la formación avance más en la dirección del gradiente, de modo que la formación llegue más rápido al punto máximo. No obstante, al aumentar la ganancia que multiplica al gradiente a su vez estás arrastrando al error provocando que la trayectoria descrita por la espiral se acentúe mucho más. Este efecto es apreciable en la figura 3.14.

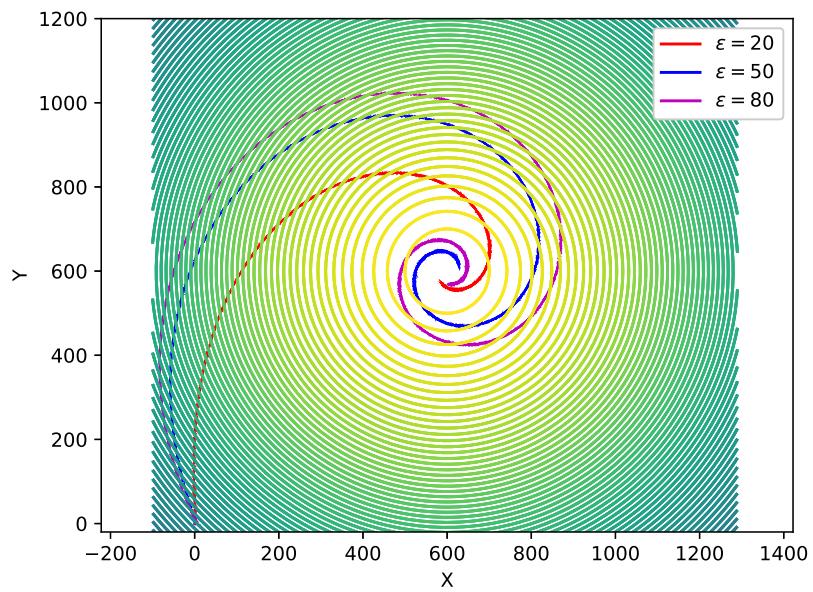


Figura 3.14: Avance del sistema en función del radio peso ϵ .

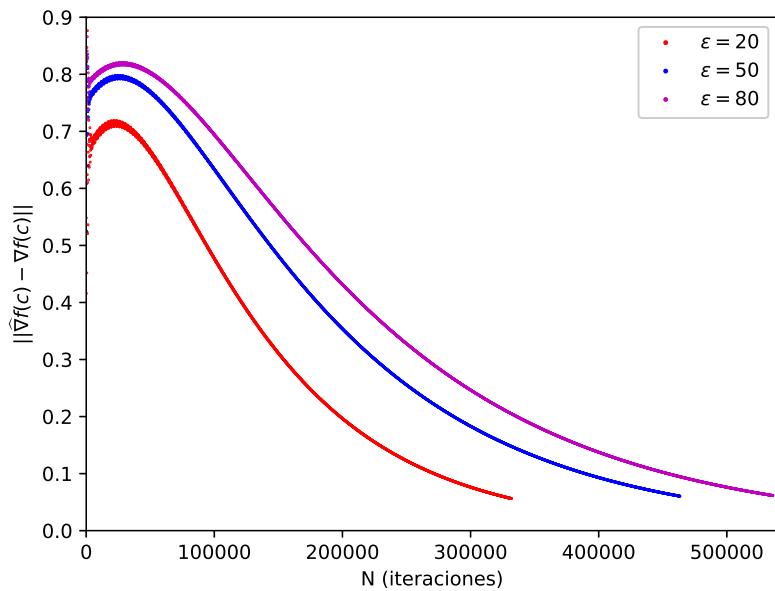


Figura 3.15: Error descrito por el gradiente estimado al variar el peso ϵ .

El comportamiento de la ganancia ϵ presenta un efecto diferente sobre el gradiente estimado y sobre el gradiente real, en el primero de estos es apreciable en la figura 3.15 que aumentarlo es perjudicial para el algoritmo dado que conllevaría a elevar en exceso tanto el número de iteraciones como $\Delta \nabla f(c)$. Este efecto era justo el contrario con el gradiente real, en donde si aumentas el valor de dicha ganancia se daban casos donde llegabas con menos pasos al máximo.

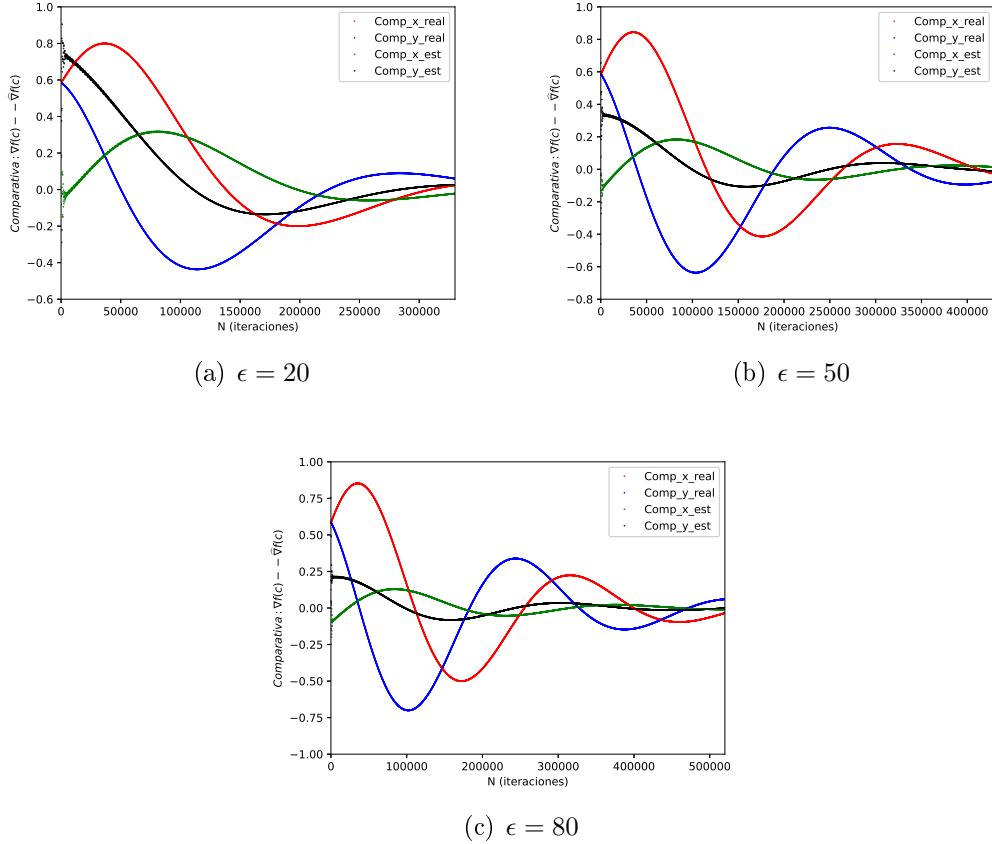


Figura 3.16: Evaluación de las componentes del gradiente estimado y el real en función del peso ϵ .

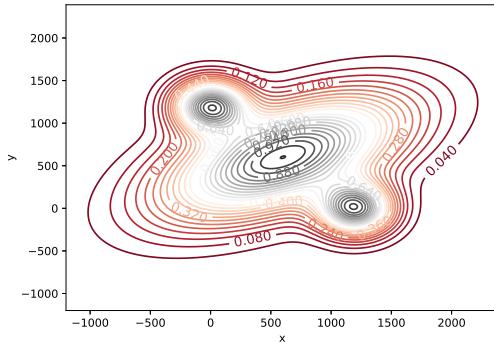
Finalmente, se procederá a evaluar un caso particular en el que se tienen múltiples fuentes emitiendo con el objetivo de demostrar las limitaciones que presenta la utilización del algoritmo de ascenso de gradiente.

3.5. Evaluación con múltiples fuentes

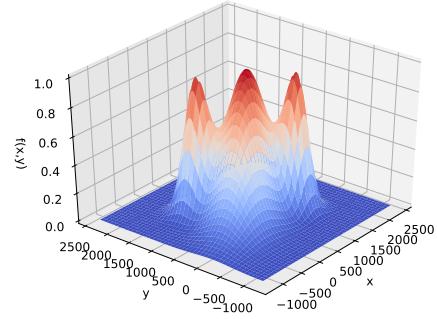
En este caso se va a considerar que $N = 4$, $D = 50$ y $\epsilon=20$, además el nuevo plano sobre el que se desplaza el enjambre se describe según:

- Una primera gaussiana con los siguientes datos: el centro se situé en $c_o = [0, 1200]$, un ángulo $\theta = 0$, una desviación uniforme en ambos ejes $\sigma_x = \sigma_y = \frac{1}{300}$ para que la matriz quede definida como $S = \begin{bmatrix} \frac{300}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{300}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ y cuyo volumen es $p = 0,9$.
- Una segunda gaussiana con los siguientes datos: el centro se situé en $c_o = [1200, 0]$, un ángulo $\theta = 0$, una desviación uniforme en ambos ejes $\sigma_x = \sigma_y = \frac{1}{300}$ para que la matriz quede definida como $S = \begin{bmatrix} \frac{300}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{300}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ y cuyo volumen es $p = 0,9$.
- Una tercera gaussiana con los siguientes datos: el centro se situé en $c_o = [600, 600]$, un ángulo $\theta = \frac{\pi}{6}$, una desviación distinta en cada eje con $\sigma_x = \frac{1}{1000}$ y $\sigma_y = \frac{1}{500}$ para que la matriz quede definida como $S = \begin{bmatrix} \frac{1000}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{500}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$ y cuyo volumen es $p = 1$.

Todos estos datos referidos a lo visto en la sección 2.1. Al sumarlas se obtiene:



(a) Vista en 3D



(b) Curvas de nivel

Figura 3.17: Resultado de sumar las tres funciones gaussianas. Nuevo modelo para la simulación.

Con esta nueva función surgen dos casos de interés:

1. El primero es que se tienen múltiples máximos, en concreto, dos locales y el global.

Por lo que puede suceder que dependiendo del número de agentes N , el radio D o la ganancia ϵ vaya hacia cualquiera de los tres. Sin embargo, como ya se hizo un estudio de la influencia de cada parámetro, directamente se evalúan las posiciones de partida del enjambre para observar hacia qué fuente de emisión converge.

2. El segundo son los dos puntos de silla generados entre los tres máximos. Estos haciendo uso del gradiente real conformaban un problema al utilizar el algoritmo de ascenso de gradiente al hacerse $\nabla f(c) = 0$. No obstante, se verá que en este caso eso no va a suceder.

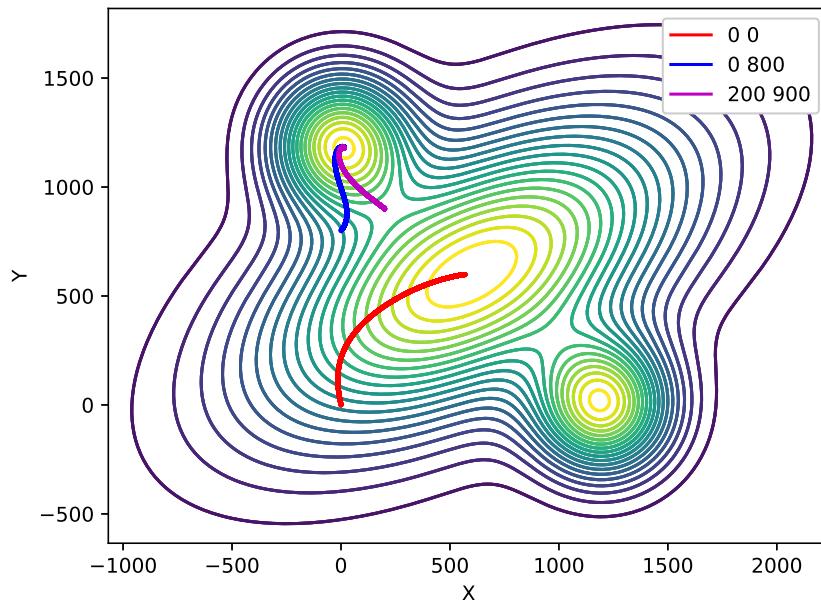


Figura 3.18: Avance definido sobre el plano con múltiples fuentes en tres puntos diferentes

La trayectoria de color morado en 3.18 consistía en definir una situación inicial que se encuentre justo sobre el punto silla.

En el caso de utilizar el gradiente estimado los puntos de silla no van a suponer un problema al tener el gradiente un error, en este caso dicho error va a representar una ventaja dado que permite al algoritmo salirse de ese tipo de situaciones, es decir, los puntos sillas pasan desapercibidos gracias a la operación conjunta de los tres algoritmos.

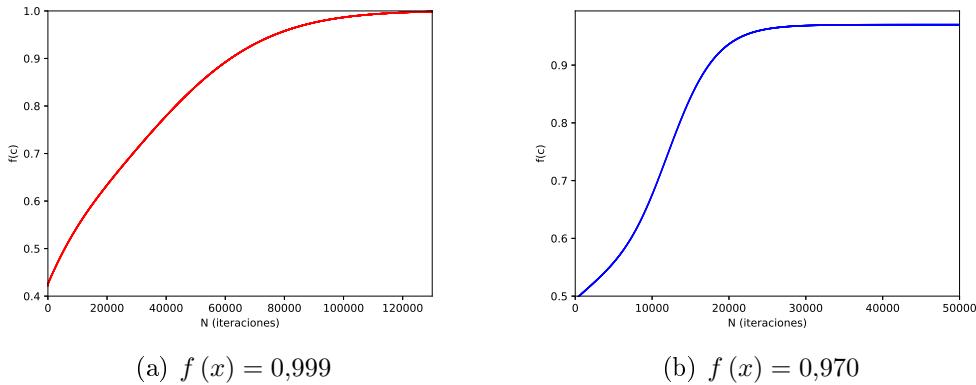


Figura 3.19: Comparación del valor máximo de ambas fuentes

Otro aspecto que se aprecia es el grosor de las componentes en la figura 3.20. Esto se puede asociar al error, traduciéndose en que si la estima del gradiente posee un error muy pronunciado el sistema tenderá a presentar oscilaciones.

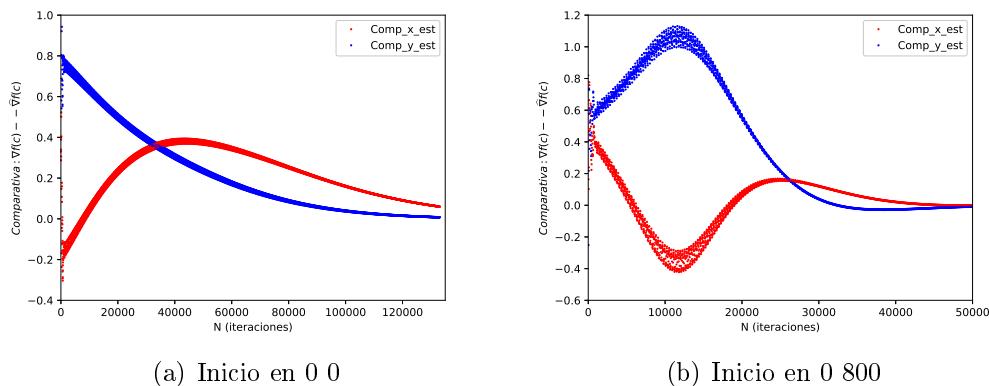


Figura 3.20: Evaluación de las componentes del gradiente estimado según la fuente objetivo y el punto de partida

Capítulo 4

Conclusiones y futuras investigaciones

Al evaluar el comportamiento del sistema completo variando sus parámetros más relevantes y en dos situaciones completamente diferentes se pueden extraer las siguientes conclusiones:

En primer lugar, el número de iteraciones vistas en cada gráfica a lo largo del capítulo anterior no van a suponer nada sobre el sistema real. En éste la importancia recae en la capacidad de los sensores para tomar los datos de manera continua y así poder llegar al punto de máxima concentración de sustancias.

En cuanto a la operación conjunta de los tres algoritmos. Estos satisfacen los objetivos dispuestos al inicio de la memoria que consistía en determinar la zona de máxima concentración de sustancias en superficies marítimas. Sin embargo, dados los distintos resultados obtenidos se puede deducir que determinar el número de agentes N , el radio D y hasta la ganancia ϵ correspondiente al avance del algoritmo de ascenso, se deben elegir con especial cuidado dado que una mala elección de cualquiera de estos tres puede conllevar a que el sistema se ralentice.

Evaluando individualmente el efecto que tiene tanto el número de agentes N como el radio D sobre el algoritmo de estimación de gradiente y sobre el algoritmo de coordinación, se tiene:

- Un aumento del número de agentes para la estimación va a representar una ventaja al obtener un gradiente teóricamente más cercano al real. Sin embargo, para la coordinación se puede dar el caso de que lleve mucho más tiempo disponerse uniformemente en la formación, y no solo eso sino que será necesario un aumento del radio en caso de que los vehículos tengan un riesgo de colisión.
- En el capítulo de resultados se vio como la dependencia con el radio invertía al hacer uso del algoritmo de coordinación, es decir, será proporcional aumentando el error si se aumenta el radio cuando no se utiliza ningún algoritmo de coordinación, mientras que será inversamente proporcional, si aumenta el radio disminuye el error, en el sistema que abarca los tres algoritmos.

Un aspecto de vital importancia es el propio avance del algoritmo definido por el ascenso de gradiente. En este se recogen los dos errores dados por el algoritmo de estimación y el asociado al ángulo entre vecinos adyacentes del algoritmo de control de formación, a su vez se le añade la propia elección del valor de la ganancia ϵ . Por lo que si juntas una mala definición de parámetros con los errores acumulados se pueden describir espirales incluso más pronunciadas que las referidas en la figura 3.14.

Tanto en [8] como en [10] dan una forma de corregir el error dado por la mala elección de dicha ganancia ϵ y las limitaciones apreciadas del algoritmos de ascenso de gradiente. Esto es hacer uso del método de Newton-Raphson, en el que aprovechas el hessiano de la función para desplazarte sobre su derivada. No obstante, se debe de estimar tal como se hizo con el gradiente, pero para ello se ha de definir un vehículo adicional en el centro de la formación.

Finalmente, un reto que actualmente se plantea es un cálculo del gradiente centralizado, en donde un único agente, se desplaza en la trayectoria circular y recoge las medidas correspondientes a cada uno de sus vecinos. Existe una segunda alternativa, que sería emplear consenso con el objetivo de que el cálculo del gradiente esté distribuido entre los agentes.

Bibliografía

- [1] X. Vavasseur, “navalnews.” <https://www.navalnews.com/naval-news/2019/02/eca-group-unveils-inspector-125-unsinkable-usv/>.
- [2] H. Garcia de Marina, Z. Sun, M. Bronz, and G. Hattenberger, “Circular formation control of fixed-wing uavs with constant speeds,” 09 2017.
- [3] L. Briñón-Arranz, A. Seuret, and C. Canudas-de Wit, “Cooperative control design for time-varying formations of multi-agent systems,” *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 59, pp. 2283–2288, 08 2014.
- [4] UNIDIR, “Swarm robotics: Technical and operational overview of the next generation of autonomous systems.” <https://unidir.org/publication/swarm-robotics-technical-and-operational-overview-next-generation-autonomous-systems>. Accessed: 2021-03-20.
- [5] Y. Tan and Z.-y. Zheng, “Research advance in swarm robotics,” *Defence Technology*, vol. 239, 03 2013.
- [6] G.-Z. Yang, J. Bellingham, P. Dupont, P. Fischer, L. Floridi, R. Full, N. Jacobstein, V. Kumar, M. McNutt, R. Merrifield, B. Nelson, B. Scassellati, M. Taddeo, R. Taylor, M. Veloso, Z. Wang, and R. Wood, “The grand challenges of science robotics,” *Science Robotics*, vol. 3, p. eaar7650, 01 2018.
- [7] E. Sahin, “Swarm robotics: From sources of inspiration to domains of application,” vol. 3342, pp. 10–20, 01 2005.
- [8] L. Briñón-Arranz, L. Schenato, and A. Seuret, “Distributed source seeking via a circular

- formation of agents under communication constraints,” *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, vol. 3, pp. 1–1, 05 2015.
- [9] H. García de Marina, “Github..” <https://github.com/UCM-237/pyVehicles>.
- [10] L. Briñón-Arranz, A. Renzaglia, and L. Schenato, “Multi-robot symmetric formations for gradient and hessian estimation with application to source seeking,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. PP, 02 2019.
- [11] Y. A. Kapitanyuk, A. Proskurnikov, and M. Cao, “A guiding vector-field algorithm for path-following control of nonholonomic mobile robots,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 26, pp. 1372–1385, 2018.
- [12] H. García de Marina, J. F. Jiménez Castellanos, and U. A. Ardizzi Rodríguez, “Github..” <https://github.com/uardizzi/pyVehicles>.