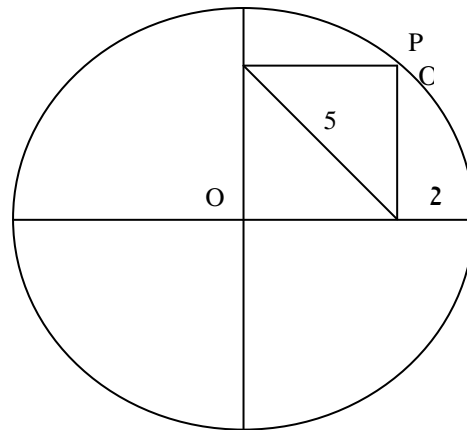


נבחרים בחשאי שני מספרים שלמים, הגדולים מ-1.
סוסו מקבל את ה**סכום** שלהם, ו**משה** מקבל את ה**מכפלה** (היא קטנה מ-200, אבל סוסו לא יודע זאת בהכרח).
 סוסו אומר למשה: "אני יודע שאתה לא יכול לדעת מהם המספרים"
 משה עונה לו: "עכשיו אני יודע מהם המספרים, טמבל"
 סוסו אומר: "אז מה? עכשיו גם אני יודע, חלילה"
 האם עכשיו **אתה** יודע מהם המספרים? (אל תקבל רושם מוטעה בגלל השמות של הגיבורים, הם דווקא מאוד חכמים).
 הפתרון בהמשך, אבל תנסה לבד, לפחות להגיע לדרך.
 בהצלחה...

בהנחה שכל זווית שנראית ישרה אכן כזאת, ו- O הוא מרכז המעגל, מהו רדיוס המעגל?



א. יש לך 12 מטבעות, כשמסקל שונה (לא ידוע אם קלה או כבדה מהאחרות). עליך למצוא אותה באמצעות 3 שקילות!

ב. יש בידך 10 שקים, כשבכל שק 10 מטבעות. ב- 9 מהשקים המטבעות שוקלות 1 גרם כל אחת, ואילו בשק אחד המטבעות מזויפים ושוקלים 2 גרם כל אחת. יש לך משקל (scale) דיגיטלי. איך תמצא מהו השק המזויף באמצעות שקילה אחת?

ג. (סיבוך שלי) כמו בסעיף הקודם, אבל עכשיו אתה יודע ש- X מהשקים המזויפים (שבכל שק הפעם יש 1000 מטבעות), כש- X בין 0 ל- 10. איך תמצא מהם השקים המזויפים באמצעות שקילה אחת?

ד. הפעם משמעותית יותר קשה: אותו דבר כמו בסעיף א', רק שהפעם עליך לתכנן את שלושת השקילות מראש, ורק לאחר מכן לבצע את שלושת השקילות, ובהתאם לתוצאות למצוא את המטבע המזויף.

4) נורות ומפסקים

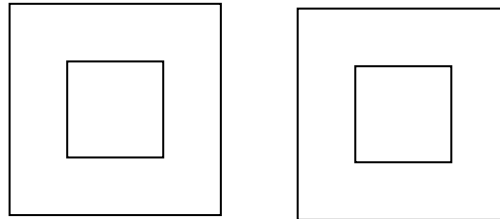
יש חדר ובו 3 נורות כבויים. מחוץ לחדר 3 מפסקים. אדם עומד מחוץ לחדר (הוא לא רואה את הנורות) ועליו לקבוע לאיזה מתג שייכת כל נורה. מותר לו להיכנס לחדר פעם אחת בלבד. כיצד יעשה זאת?

5) מנהרה

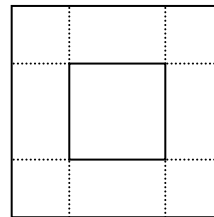
4 חברים ממצליח צריכים לעבור מנהרה חשוכה מתחת להר. לאיתי, לניר, לבאדו כץ (זה איש אחד) ולאיליה לוקח 1, 2, 9 ו-10 דקות כל אחד בהתאמה לעבור את המנהרה (בכוון אחד) (איתי רץ, ניר הולך מהר, מיכאל מדלג בגמלוניות ואיליה מתגלגל בזולה). יש לכולם נר אחד. הנר דולק 17 דקות בלבד! המנהרה צרה, ויכולים לעבור בה לכל היותר 2 אנשים בבת אחת. חייבים לעבור עם נר במנהרה. כמובן שמהירות המעבר במנהרה נקבעת לפי האדם האיטי. בואו עזרו להם ילדים, ואמרו להם: כיצד יעברו הארבעה את המנהרה? (אה.. כשאסור דברים הבאים: לחלק את מכות, ללכת עם תחת פתוח, וואה..מ לשחק בטנקים!) (מצחיק)

6) היטלים

כיצד נראה הגוף המלא ששניים מהיטליו נראים כך:

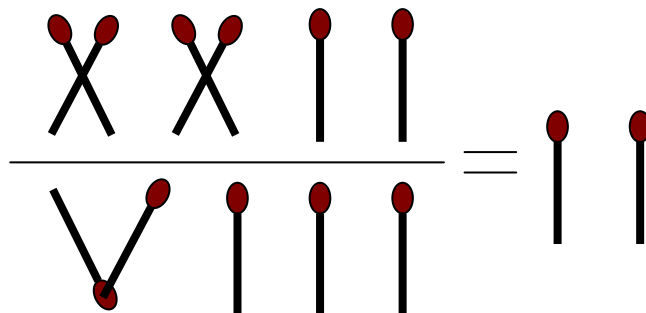


שים לב שבהיטל אין קווים פנימיים של הגוף – כלומר זוהי לא קובייה חלולה כי אז ההיטלים היו נראים כך:



7) גפרורים

הזז גפרור אחד כך שהמשוואה הנ"ל תהיה נכונה. סימן החילוק והשוויון אינם גפרורים ולכן לא ניתן ליצור למשל סימן של אי-שוויון ע"י הוספת גפרור.



8) פתילים

ברשותך 2 פתילים לא אחידים (כלומר קצב שריפתם משתנה לאורך הפתיל ולכן מחצית הפתיל לא בהכרח תישרף במשך מחצית מהזמן) שזמן שריפתם הוא שעה. כיצד תוכל למדוד 45 דקות בעזרתם?

9) משוואות

- א. בעזרת המספרים 2,3,4,5 שלוש מתוך ארבעת פעולות החשבון הבסיסיות (בלי לחזור על פעולה פעמיים), ומספר אינסופי של סוגריים סדר משוואה שתוצאתה 26.
- ב. אם הצלחתם, נסו כנ"ל עם 2,4,6,8 להגיע ל – 25.
- ג. ואם לא נמאס לכם – כנ"ל עם 1,5,6,7 להגיע ל – 21, אבל הפעם בלי הגבלה של חזרה על פעולות החשבון.

(10) פיראטים

5 פיראטים שדדו אוצר של 1000 מטבעות. כעת הם רוצים לחלקו. לשם כך הם הסכימו על מספר חוקים מנחים:

- הפיראטים מדורגים מ 1 עד 5 כך שפיראט מספר 1 הוא הבכיר ביותר.
 - כל פיראט זכאי להציע הצעה לחלוקת המטבעות.
 - הפיראט הנחות ביותר (5) הוא הראשון להציע הצעה.
 - את ההצעה שוקלים כל הפיראטים מלבד מציע ההצעה ומגיעים לאחת משתי החלטות:
 - לקבל את ההצעה
 - לא לקבל את ההצעה, להרוג את הפיראט, ולתת לפיראט הבא בהיררכיה להציע את הצעתו.
- תיקו בהצבעה נחשבת כקבלת ההצעה.

- בנוסף ישנם מספר אקסיומות הנוגעות לפיראטים שלנו:
- כל פיראט רוצה קודם כל לחיות, ואח"כ להרוויח כמה שיותר.
 - הפיראטים הם צמאי דם, ואם לא יפסידו שום דבר מהחלטה להרוג מישהו - יעדיפו להורגו.
 - הפיראטים הם חכמים בצורה אינסופית. הם מסוגלים לחשב בדיוק מה עדיף להם וכן מה חושבים חברים (מתוך ידיעה שחבריהם חכמים גם הם בצורה אינסופית).

מה יציע פיראט מס' 5?

(11) רכבת

רכבת עוברת במנהרה ומס' אנשים מתלככים בפיח (לפחות אדם אחד). ברכבת אין מראות והאנשים לא מדברים זה עם זה, לכן אף אחד לא יכול לדעת באופן ישיר שהוא מלוכלך. אדם שגילה שהוא מלוכלך יורד מייד בתחנה הקרובה, וכולם יודעים שכך גם ינהגו האנשים האחרים ברכבת.

ידוע שבתחנה הרביעית ירדו אנשים. כמה אנשים התלכלכו?

(12) פתקים ירוקים

לשלושה אנשים הדביקו על המצח פתק ירוק ואמרו להם שהודבק עליהם פתק ירוק או אדום. נאמר להם לנהוג באופן הבא:

אם הם רואים לפחות אדם אחד עם פתק ירוק עליהם להרים יד.

אם הם הבינו שמודבק עליהם פתק ירוק עליהם להוריד את היד.

כולם גילו שיש עליהם פתק ירוק. כיצד?

(13) שולחן ומטבעות

על ארבע פינות שולחן שיכול להסתובב מונחים 4 מטבעות המכוסים בכוסות אטומות. במרכז השולחן נמצאת נורה הנדלקת כאשר כל המטבעות מונחות על אותו צד (עץ/פלי). המטרה היא לסדר את כל המטבעות על אותו צד. הדבר נעשה באופן הבא:

- אתה נכנס לחדר
- בוחר 2 מטבעות
- חושף אותם
- הופך את המטבעות לפי רצונך
- מכסה אותם

- יוצא מהחדר
- מישוהו אחר נכנס לחדר ומסובב באקראי את השולחן

מהו מספר הכניסות המינימלי לחדר בו תוכל לסדר את המטבעות כפי שנדרש בכל מצב?

14) הברווז בבריכה

במרכז בריכה עגולה שט ברווז במהירות v .
מחוץ לבריכה נמצא שועל שמחכה לטרוף את הברווז ויכול לרוץ במהירות $4v$.
השועל לא יכול לשחות.
הברווז יוכל לעוף ברגע שייצא מהמים ולברוח.
השועל תמיד ינסה להתקרב לברווז ככל שיוכל.

כיצד יברח הברווז?

15) זריקת ביצים

ברשותך 2 ביצים קשות (באותה קשיות) שנשברות כאשר מפילים אותם מגובה גבוה כלשהו אך לא ידוע.
אתה צריך לגלות מאיזו קומה תישבר ביצה כזו כאשר תיזרק מבניין בן 100 קומות אם בכלל (יכול להיות שגם מקומה 100 היא לא תישבר).
עליך לגלות זאת במינימום זריקות.
אסור להגיע למצב ששברת את שתי הביצים לפני שגילית בדיוק מאיזו קומה הם נשברים.
מאיזו קומה תתחיל את הזריקות ומהו מס' הזריקות המקסימלי בו תגלה את קשיות הביצים?

16) לחיצות ידיים

5 זוגות נשואים הולכים למסיבה. הם מתחילים ללחוץ ידיים זה לזה (אך לא לבן/בת זוגם ולא לעצמו) עד שלפתע אחד מהם קורא לכולם לעצור.
בשלב זה שכולם עצרו ידוע שחץ מהכרוז אדם אחד לחץ ידיים ל 8 אנשים, אחד ל 7, ..., ואחד לא הספיק ללחוץ ידיים כלל.

מצא לכמה אנשים לחץ הכרוז ידיים?

17) בדלי סיגריות

קבצן האוסף בדלי סיגריות ברחוב, יכול ליצור סיגרית חדשה מכל 4 בדלים. בוקר אחד הוא אסף 32 בדלים. כמה סיגריות יכול היה לעשן באותו יום?

18) חידה בשפת C

להלן קטע קוד בשפת C.
מטרת הקוד היא להדפיס 20 פעם את הסימן מינוס (-).
מותר לשנות תו אחד בלבד כדי לגרום לקוד לעבוד.
יש שלוש דרכים שונות לבצע את השינוי כך שהקוד יעבוד.

```
int i , n = 20 ;
for ( i = 0 ; i < n ; i -- )
    printf ("-");
```

בונוס :

נסו לשנות את הקוד המקורי כך שהסימן מינוס יודפס 21 פעמים.

19) משקולות

מהו מס' המשקולות המינימלי שצריך על מנת לשקול במאזניים פריטים במשקל של עד 40 גרם?

20) מיון

מהו האלגוריתם היעיל ביותר למיון רשימת מספרים על פי ספרת העשרות שלהם?

21) 2 מספרים

מצאו 2 מספרים אשר סכומם מכפלתם ומנתם שווים.

(22) כדור הארץ

לוקחים חבל ארוך וכורכים אותו סביב קו המשווה של כדור הארץ. כעת מוסיפים לחבל מטר אחד נוסף וכורכים אותו מחדש במרחק שווה מהאדמה. האם יוכל חתול שגובהו 15 ס"מ לעבור ברווח?

(23) האורגיה

2 זוגות (דודי, מירב, יובל ואריאלה) מעוניינים לקיים אורגיה. הבעיה שלרשותם עומדים 2 קונדומים בלבד, וכל אחד מהם עשוי להיות נגוע במחלה זו או אחרת. כיצד יוכלו לקיים יחסים מלאים ובטוחים בכל קומבינציה הטרסקסואלית אפשרית (כלומר כל גבר ישכב עם כל אשה ולהפך)?

(24) תרופות

חולה כמעט-סופני קיבל תרופות שיצילו את חייו: 6 כדורים, 3 מכל סוג, מהם הוא אמור לקחת 2 בכל יום: אחד מכל סוג. אך מכיוון שהחולה היה מגושם מעט, כאשר הוא חזר הביתה הוא מעד, ונפלו לו 2 כדורים מהסוג הראשון וכדור אחד מהסוג השני לרצפה והתערבבו. לצערו הרב הכדורים זהים לחלוטין מכל בחינה חיצונית, ואין כל דרך להבדיל בינם. כיצד יוכל בכל זאת למלא בדייקנות אחר המרשם (שכן כל חריגה עלולה לעלות לו בחייו)?

(25) מי מגדל דגים?

ישנם 5 בתים ב-5 צבעים שונים.
בכל בית גר אדם בעל לאום שונה.
כל אחד מהדיירים שותה משקה שונה, מעשן סיגריות שונות ומגדל חיות מסוג שונה.
אין שני דיירים שמחזיקים את אותה חיה, שותים אותו משקה או מעשנים את אותו סוג סיגריות.

ידועות העובדות הבאות:

1. הבריטי גר בבית האדום.
2. הדני שותה תה.
3. השוודי מגדל כלבים.
4. הבית הירוק נמצא משמאל לבית הלבן.
5. הדייר בבית הירוק שותה קפה.
6. האיש שמעשן "פול-מל" מגדל ציפורים.
7. הדייר בבית הצהוב מעשן "דנהיל".
8. הדייר בבית האמצעי שותה חלב.
9. הנורווגי גר בבית הקיצוני ביותר.
10. הדייר שמעשן "בלנד" גר ליד הדייר שמגדל חתולים.
11. הדייר שמגדל סוסים גר ליד זה שמעשן "דנהיל".
12. הדייר שמעשן "בלו-מסטר" שותה בירה.
13. הגרמני מעשן "פרינס".
14. הנורווגי גר צמוד לבית הכחול.
15. לדייר שמעשן "בלנד" יש שכן ששותה מים.

והשאלה הנשאלת: מי מחזיק דגים?

(26) עץ או פלי?

אתה נמצא בחדר חשוך.
במרכז החדר ניצב שולחן ועליו מטבעות (לא ידוע כמה, אך אתה יכול לספור אותם).
ידוע שבדיוק מאה מטבעות נמצאים כאשר צידם העליון מראה "עץ".
כיצד תוכל לחלק את המטבעות ל-2 ערימות (לא בהכרח שוות בגודלן) אשר מכילות בדיוק אותו מספר של "עץ" (כלפי מעלה)?
יש לציין שמותר להפוך מטבעות, אך לא ניתן על פי מישוש לדעת אם מטבע הוא "עץ" או "פלי".

(27) תכנות רובוטים

מצניחים 2 רובוטים על קו חד מימדי. המרחק בין הרובוטים לאחר שצנחו איננו ידוע ואיננו מוגבל. לאחר הצניחה כל רובוט משאיר את המצנח במקום ומבצע את התוכנה שמותקנת עליו.

עליך לכתוב תוכנה שתרוץ על כל אחד מהרובוטים (אותה תוכנה ל-2 הרובוטים) כך שיובטח שהם יפגשו (אין צורך שהם "ידעו" שהם נפגשו).

שפת המחשב אותה מבינים הרובוטים מורכבת מ-4 פקודות בלבד :

- `move_right` – תנועה ימינה של מרחק קבוע בזמן קבוע.
- `move_left` – תנועה שמאלה של מרחק קבוע בזמן קבוע (אותו מרחק וזמן).
- `goto label` – קפיצה (ללא תנאי) לשורה בקוד שמסומנת בתווית `label`.
- `if on parachute do statement_1 else do statement_2` – אם הרובוט נמצא על מצנח (לא משנה איזה מצנח) בצע את הפקודה `statement_1` אחרת בצע את הפקודה `statement_2`.

(28) מספרים ראשוניים

מצא מה מאפיין את קבוצת המספרים אשר מתקבלים מהעלאה בריבוע של מספר ראשוני הגדול משלוש פחות אחד ($p^2 - 1$). הוכח זאת.

פתרון נות

1. פתרון לחידת המספרים שלמים (סוסו ומשה):

נתחיל דווקא ממשא. אם הוא היה מקבל מכפלה של מספרים ראשוניים (למשל 91), הוא בוודאי היה יודע מהם המספרים (7 ו-13). וכמובן להפך, אם הוא היה מקבל מכפלה של מספרים שאחד (או יותר) מהם לא ראשוני, אזי הוא לא היה יכול לדעת מהם המחלקים באופן יחיד (למשל $9 \cdot 2 = 3 \cdot 6 = 18$).

סוסו אמר למשה שהוא לא יכול לדעת מהם המספרים. כלומר סוסו ידע שמשה לא קיבל מכפלה של מספרים ראשוניים (שאז, לפי 1. משה היה יודע). כלומר סוסו, שקיבל את הסכום של המספרים, בדק את כל זוגות המספרים שנותנים את הסכום שקיבל, וראה כי אין מבניהם אף זוג של מספרים ראשוניים.

לדוגמא, אם סוסו היה מקבל 12, אז הוא לא היה אומר את מה שהוא אמר, כי ייתכן שמשה קיבל 35 ($5+7=12$, $7 \cdot 5=35$) ואז משה היה יודע את המספרים (לפי 1), אבל אם סוסו קיבל 23, אז הוא היה יכול לומר שמשה לא יכול לדעת מהם המספרים, כי אין זוג מספרים ראשוניים שסכומם 23 (בדוק).

בואו נעצור שנייה ונמצא את כל המספרים שייתכן כי סוסו קיבל אותם כסכום, לפי 2. המספרים הבאים בחשבון הנם: 11, 17, 23, 27, 29, 35, 37, 41, 47, 51, 53, 57, 59, 65, 71, 79, 83, 87, 89, 93, 95, 97 ו-101 (כמובן שיש עוד אינסוף כאלה, אבל מכפלת המחברים קטנה מ-200, אז נעצור כאן). כאמור, עבור מספרים אלו, אין זוג מחברים ראשוניים. (אפשר וכדאי למצוא את המספרים ע"י תוכנית מחשב, כמו פסקל למשל).

נחזור למשה. הוא קיבל מכפלה, ובידעו את מה שאנחנו יודעים (לפחות), עשה רשימה של כל זוגות הכופלים שנותנים את המכפלה שקיבל. ברשימה הזו, היה רק זוג אחד ויחיד של כופלים. שסכומם היה אחד מהמספרים בסעיף 4, שכן משה ידע בשלב זה לגלות מהם המספרים שנבחרו. לו היה יותר מזוג אחד כזה, או לא היה זוג כזה בכלל, משה לא היה יכול לדעת איזה סכום קיבל סוסו, ובהעדר ידע זה, לא יכל לדעת את המספרים.

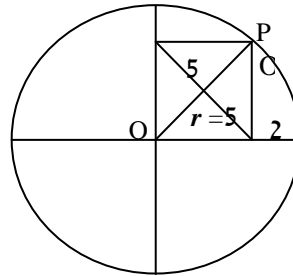
לדוגמא, אם משה קיבל 18, אז המכפלות האפשריות הן $9 \cdot 2$ או $3 \cdot 6$. אבל, $2+9=11$ ואילו $3+6=9$, לכן במקרה כזה משה היה יודע שהמספרים הם 2 ו-9, כי סכומם מצוי ברשימת המספרים האפשריים של סוסו (סעיף 4).

אם כן, המספרים האפשריים שמשה קיבל הנם: 18, 24, 28, 50, 52, 54, 76, 92, 96, 98, 100, 112, 124, 140, 144, 148, 152, 160, 172, 176, 188 או 192 (אפשר בעזרת תוכנית מחשב קלה, למשל).

חוזרים שוב לסוסו. משה אמר לו שהוא יודע את המספרים. אז סוסו עובר על זוגות המספרים שסכומם נותן את הסכום אותו קיבל, ומחשב את המכפלה של כל אחד מהם. אם הוא מוצא, כי רק אחת מהמכפלות הנה מכפלה אפשרית אותה משה קיבל (ראה רשימה בסעיף 7), אז הוא ידע גם את המספרים שנבחרו, ואכן לפי החידה, סוסו מצליח לגלות את המספרים.

נבדוק אם כן, לאילו מספרים מסעיף 4, יש רק זוג מחברים יחיד שמכפלתו נמצאת ברשימה מסעיף 7. אכן, מסתבר כי רק 17 מקיים את התנאים הנ"ל (שהמכפלה קטנה מ-200), והמחברים הנם 13 ו-4 (ומכפלתם 52).

2. גיאומטריה



3. חידות מטבעות

א. נסמן את המטבעות באותיות a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l.

נבצע את השקילה הבאה: $(abcd) - (efgh)$

אם $(abcd) < (efgh)$:

נבצע את השקילה הבאה: $(abe) - (cdf)$

אם $(abe) < (cdf)$ [ואז או ש-(a) או (b) קלות, או ש-(f) כבדה]:

נבצע את השקילה הבאה: $(a) - (b)$

אם $(a) < (b)$:

התשובה היא ש-(a) קלה יותר משאר המטבעות.

אם $(a) > (b)$:

התשובה היא ש-(b) קלה יותר משאר המטבעות.

אם $(a) = (b)$:

התשובה היא ש-(f) כבדה יותר משאר המטבעות.

אם $(abe) > (cdf)$ [ואז או ש-(c) או (d) קלות, או ש-(e) כבדה]:

נבצע את השקילה הבאה: $(c) - (d)$

אם $(c) < (d)$:

התשובה היא ש-(c) קלה יותר משאר המטבעות.

אם $(c) > (d)$:

התשובה היא ש-(d) קלה יותר משאר המטבעות.

אם $(c) = (d)$:

התשובה היא ש – (e) כבדה יותר משאר המטבעות.

אם $(cdf) = (abe)$ [ואז (g) או (h) כבדות] :

נבצע את השקילה הבאה : $(g) - (h)$

אם $(g) < (h)$:

התשובה היא ש – (h) כבדה יותר משאר המטבעות.

אם $(g) > (h)$:

התשובה היא ש – (g) כבדה יותר משאר המטבעות.

אם $(g) = (h)$:

לא יכול להיות.

אם $(abcd) > (efgh)$:

נבצע את השקילה הבאה : $(abe) - (cdf)$

אם $(abe) < (cdf)$ [ואז או ש- (c) או (d) כבדות, או ש- (e) קלה] :

נבצע את השקילה הבאה : $(c) - (d)$

אם $(c) < (d)$:

התשובה היא ש – (d) כבדה יותר משאר המטבעות.

אם $(c) > (d)$:

התשובה היא ש – (c) כבדה יותר משאר המטבעות.

אם $(c) = (d)$:

התשובה היא ש – (e) קלה יותר משאר המטבעות.

אם $(abe) < (cdf)$ [ואז או ש- (a) או (b) כבדות, או ש- (f) קלה] :

נבצע את השקילה הבאה : $(a) - (b)$

אם $(a) < (b)$:

התשובה היא ש – (b) כבדה יותר משאר המטבעות.

אם $(a) > (b)$:

התשובה היא ש – (a) כבדה יותר משאר המטבעות.

אם $(a) = (b)$:

התשובה היא ש – (f) קלה יותר משאר המטבעות.

אם $(cdf) = (abe)$ [ואז (g) או (h) קלות] :

נבצע את השקילה הבאה : $(g) - (h)$

אם $(g) < (h)$:

התשובה היא ש – (g) קלה יותר משאר המטבעות.

אם $(g) > (h)$:

התשובה היא ש – (h) קלה יותר משאר המטבעות.

אם $(g) = (h)$:

לא יכול להיות.

אם $(abcd) = (efgh)$:

נבצע את השקילה הבאה : $(abc) - (ijk)$

אם $(abc) < (ijk)$ [ואז (i) או (j) או (k) כבדות] :

נבצע את השקילה הבאה : $(i) - (j)$

אם $(i) < (j)$:

התשובה היא ש – (j) כבדה יותר משאר המטבעות.

אם $(i) > (j)$:

התשובה היא ש – (i) כבדה יותר משאר המטבעות.

אם $(i) = (j)$:

התשובה היא ש – (k) כבדה יותר משאר המטבעות.

אם $(abc) > (ijk)$ [ואז (i) או (j) או (k) קלות] :

נבצע את השקילה הבאה : $(i) - (j)$

אם $(i) < (j)$:

התשובה היא ש – (i) קלה יותר משאר המטבעות.

אם $(i) > (j)$:

התשובה היא ש – (j) קלה יותר משאר המטבעות.

אם $(i) = (j)$:

התשובה היא ש – (k) קלה יותר משאר המטבעות.

אם $(abc) = (ijk)$ [ואז (l) קלה או כבדה] :

נבצע את השקילה הבאה : $(a) - (l)$

אם $(a) < (l)$:

התשובה היא ש – (l) כבדה יותר משאר המטבעות.

אם $(a) > (l)$:

התשובה היא ש – (l) קלה יותר משאר המטבעות.

אם $(a) = (l)$:

לא יכול להיות.

ב. ניקח מהשק הראשון מטבע אחת, מהשני 2 מטבעות, מהשלישי 3 וכך הלאה, ואז שוקלים. אם כל השקים היו מכילים מטבעות היינו צריכים לקבל $55 = (1+2+3+...+10)$ גרם. מכיוון שאחד השקים מזויף נקבל משקל אחר, X . ההפרש $X-55$ הוא מסי' השק המזויף, שכן מהשק המזויף, שנקרא לו n , לקחנו n מטבעות ההפרש בינם למטבעות רגילים הוא 1, לכן ההפרש המצטבר הוא במספר השק, n .

ג. הפעם נשתמש בשיטה הבינארית לפתרון. מהשק הראשון ניקח $2^0 = 1$ מטבעות, מהשני $2^1 = 2$ מטבעות, וכך הלאה עד העשירי ממנו ניקח $2^9 = 512$ מטבעות. אם כל השקים היו מכילים מטבעות רגילים היינו צריכים לקבל $1023 = (2^0 + 2^1 + ... + 2^9) = (2^{10} - 1)$ מטבעות. את ההפרש נתרגם לבינארית, וכל מקום בו יש לנו את הסיפרה 1, השק המתאים לו מזויף (כאשר המיקום האפס הוא שק מסי' 1, וכו').

4. נורות ומפסקים

מדליקים מפסק מס' 1 למשך 5 דקות. מכבים אותו, מדליקים את מפסק מס' 2, ונכנסים לחדר. הנורה החמה מחוברת למפסק מס' 1, הנורה הדולקת למפסק מס' 2, והכבויה למפסק מס' 3.

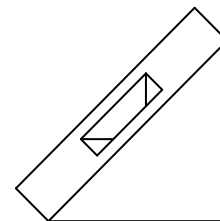
5. מנהרה

ברור שבאדו כץ ואיליה חייבים לעבור ביחד, שהרי $19 = 9 + 10$, כמו כן, אסור שאף אחד מהם יחזור חזרה להביא את הנר, כי $2 \cdot 9$ או $2 \cdot 10$ גדול מ-17. לכן, צריך שאו איתי או ניר יגיעו קודם לצד השני כדי להביא לאיליה ולבאדו כץ את הנר. לכן איתי וניר הולכים כשאחד מהם נשאר בצד השני, והשני חוזר (לא משנה מי) ומביא את הנר לשמנים. השמנים חוצים את המנהרה, ואחד מהקלים מחזיר את הנר לקל השני ושניהם הולכים ביחד לעבר השני של המנהרה.

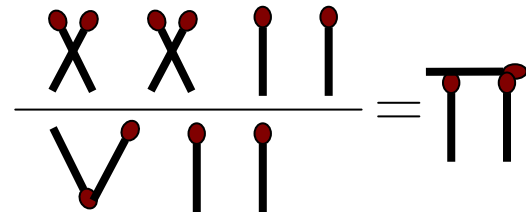
לסיכום:

| | |
|-----------------------|---------|
| ניר ואיתי הולכים | 2 דקות |
| איתי חוזר | 1 דקה |
| באדו כץ ואיליה הולכים | 10 דקות |
| ניר חוזר | 2 דקות |
| ניר ואיתי הולכים | 2 דקות |
| סה"כ | 17 דקות |

6. היטלים



7. גפרורים



$$(XXII / VII = \pi)$$

8. פתילים

שורפים פתיל אחד משני הקצוות ופתיל שני מקצה אחד. לאחר שהפתיל הראשון נשרף כולו (חצי שעה) שורפים את הפתיל השני מקצהו השני עד שהוא נשרף כולו (15 דקות). סה"כ – 45 דקות.

9. משוואה

- $(5+3/2) \cdot 4 = 26$
- $(6+2/8) \cdot 4 = 25$
- $6 / (1-5/7) = 21$

10. פיראטים

התשובה: פיראט נס' 5 יציע מטבע אחד לפיראט מס' 3, 2-1 מטבעות לפיראט מס' 2 או מס' 1. כל שאר המטבעות (997) לעצמו. ההסבר: הדרך לפתרון מתחילה מהסוף. נניח שכולם מתו ונשאר פיראט אחד. אז הוא ייקח הכל לעצמו. אם נשארו 2 פיראטים, אז לא משנה מה יציע השני, תמיד מס' 1 יעדיף להרוג אותו. אם נשארו 3 פיראטים, אז לא משנה מה הוא יציע, תמיד פיראט 2 יתמוך כי האלטרנטיבה מבחינתו היא להישאר עם מס' 1 ולמות. לכן מס' 3 יציע לקחת את הכל לעצמו, מס' 2 כאמור יתמוך, מס' 1 יתנגד – קיבלנו תיקו, וההצעה תתקבל. אם נשארו 4 פיראטים, אז פיראט מס' 4 יודע שמס' 3 תמיד יעדיף להרוג אותו, כי אז הוא יקבל הכל לעצמו. לכן הוא חייב להשיג את קולותיהם של מס' 1 ו-2. על מנת לעשות זאת מספיק שיציע להם הצעה טובה יותר מזו של מס' 3, כלומר – מטבע אחד לכל אחד מהם, והשאר לעצמו. מס' 2 ו-1 יעדיפו לקבל את הצעתו מאשר להרוג אותו ולא לקבל כלום ממס' 3, ולכן להצעתו של מס' 4 יהיה רוב בהצבעה. לפי אותו עיקרון, כאשר יש 5 פיראטים, מס' 5 יכול להציע למס' 3 מטבע אחד בלבד (שזה יותר ממה שהוא יקבל ממס' 4) ולמס' 1 או 2 להציע 2 מטבעות (שזה גם יותר ממה שהם יקבלו ממס' 4). בהצבעה הוא יקבל 2 קולות (ממס' 3, וממס' 2 או אחד) בעד, ושני קולות נגד, ולכן ההצעה תתקבל. מצ"ב טבלה למי שקצת התבלבל:

| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | |
|-----|-----|------|---------|---------|-----------------|
| ⊗ | ⊗ | ⊗ | ⊗ | 1000 | הצעתו של מסי' 1 |
| ⊗ | ⊗ | ⊗ | לא משנה | לא משנה | הצעתו של מסי' 2 |
| ⊗ | ⊗ | 1000 | 0 | 0 | הצעתו של מסי' 3 |
| ⊗ | 998 | 0 | 1 | 1 | הצעתו של מסי' 4 |
| 997 | 0 | 1 | 0 | 2 | הצעתו של מסי' 5 |

11. רכבת

4 אנשים התלכדו.

אם אדם אחד היה מתלכך הוא לא היה רואה אף אדם מלוכלך ברכבת. לכן היה מבין שהוא המלוכלך, והיה יורד בתחנה הראשונה. כל השאר היו רואים מלוכלך אחד שיורד בתחנה הראשונה, והיו מבינים שהוא היחיד שהתלכך (אחרת לא היה יורד אלא היה מחכה שמישהו אחר היה יורד).

אם שני אנשים היו מתלככים, כל אחד היה רואה את השני, ומחכה שירד בתחנה הראשונה. משלא ירדו, היו מבינים שניהם שגם הם עצמם מלוכלכים ולכן יורדים יחדיו בתחנה השנייה.

אם 3 אנשים היו מתלככים כל אחד מהם היה רואה שניים אחרים מלוכלכים בלבד, והיו מחכים שאותם שניים ירדו בתחנה השנייה, לפי ההסבר לעיל. משלא ירדו בתחנה השנייה, כל השלושה היו מבינים שגם הם מלוכלכים ויורדים יחד בתחנה השלישית. ולכן על פי אותו הגיון – אם ירדו אנשים בתחנה הרביעית זה אומר שבהכרח היו 4 אנשים מלוכלכים ברכבת שחיכו לשווא שהשלושה האחרים ירדו בתחנה השלישית, והתבדו.

12. פתקים ירוקים

כל אחד יודע שיש 4 תסריטים אפשריים: שיש 3 פתקים אדומים, שיש 2 אדומים ואחד ירוק, שיש אדום ושניים ירוקים, או שלושה ירוקים.

הם גם יודעים איך הם והאחרים יתנהגו בכל מצב שכזה:

אם יש 3 אדומים, אף אחד לא ירים יד.

אם יש 2 אדומים וירוק אחד, אז 2 האדומים ירימו יד, והירוק לא.

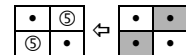
אם יש אדום אחד אז כולם ירימו יד בהתחלה. אבל הירוקים, שרואים רק ירוק אחד (אחד אצל השני), ולא יודעים אם גם הם ירוקים או לא מייד מבינים שכן, כי אחרת רק 2 ידיים היו מורמות. לכן מייד יורידו ידיים.

אם יש 3 ירוקים, שוב כולם ירימו ידיים, אבל אף אחד לא יוריד ידיים. לאחר זמן קצר, כשכולם יראו שאף אחד לא הולך להוריד ידיים, כולם יבינו שישנם 3 ירוקים, וכולם יורידו ידיים. מ.ש.ל.

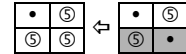
13. שולחן ומטבעות

5 שלבים לכל היותר.

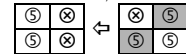
א. מתחילים בבחירת אלכסון, והפיכת שני המטבעות לפלי. (להלן בטרשים •=לא ידוע, ⊗=פלי, ⊕=פלי, ⊙=פלי)



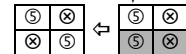
ב. בוחרים 2 צמודים. אחד מהם בטוח פלי, והשני יכול להיות כל דבר. הופכים את שניהם לפלי. כעת בטוח יש לנו שלישית פלי לפחות. אם כל הארבעה פלי תידלק הנורה, וסיימנו.



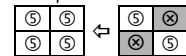
ג. בוחרים אלכסון. אחד מהם בטוח פלי. אם השני עץ, אז זהו העץ היחיד, וכל מה שנותר זה להפכו לפלי על מנת לסיים. אם השני פלי, הופכים את השני לעץ.



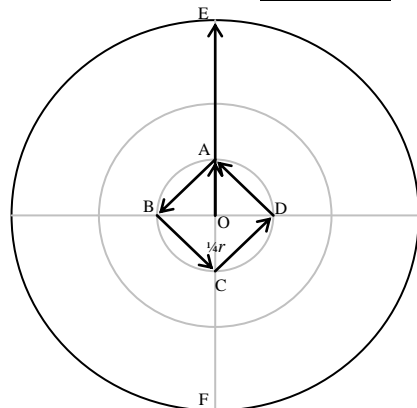
ד. בוחרים 2 צמודים. ייתכנו 2 מקרים – או ששניהם זהים או ששניהם שונים. אם הם זהים, אז פשוט הופכים את שניהם והנורה תידלק. אם הם שונים, הופכים את שניהם.



ה. בוחרים אלכסון. האלכסון יהיה בהכרח מורכב מ-2 זהים. הופכים את שניהם והנורה תידלק.



14. הברווז בבריכה



הברווז צריך להתקדם בכיוון השועל, לנקודה A, שנמצאת במרחק של רבע הרדיוס מהמרכז. לאחר מכן עליו להסתובב סביב המעגל הפנימי בעל אותו הרדיוס, אולם לעשות זאת בקווים ישרים, מנקודה A, ל-B, C, D, ושוב ל-A. אילו היה מסתובב על היקף אותו מעגל פנימי, היה עובר מרחק של $\pi r/2 = 2\pi r/4$. מכיוון שהוא עושה זאת בקווים ישרים בתוך המעגל, ברור שהמרחק קצר

יותר מאותו היקף. השועל שמנסה להתקרב אל הברווז, נע על המעגל החיצוני של הבריקה, ובשביל לבצע הקפה מלאה עליו לעבור מרחק של $2\pi r$. המרחק שהברווז עובר בהקפה אחת קטן מרבע המרחק שעובר השועל בהקפה אחת, ומכיוון שהשועל נע רק פי 4 יותר מהר מהברווז, הברווז עובר הקפה שלמה בזמן קצר יותר. לכן הברווז ימשיך לבצע הקפות כאלה, עד אשר הוא והשועל יהיו בצדדים מנוגדים. כעת על הברווז לשחות לעבר שפת הבריקה. המרחק אותו הוא צריך לעבור הוא $3/4r$. השועל צריך להקיף בדיוק חצי מעגל, כלומר מרחק של π . כידוע $\pi \approx 3.14$, ולכן המרחק הזה גדול יותר מפי 4 המרחק

15. זריקת ביצים

נתחיל את הזריקות מהקומה ה-14, כאשר לכל היותר נזדקק ל-14 זריקות על מנת לגלות את קשיות הביצים. האלגוריתם לזריקות הוא כלהלן: כאמור אנו מתחילים בקומה ה-14. אם הביצה נשברה, נזרוק את הביצה השנייה מהקומה הראשונה. אם גם השנייה נשברה, פתרנו (התשובה – נשברות כבר מהקומה הראשונה). אם הביצה השנייה לא נשברה, נעלה קומה, נזרוק, אם לא נשברה נעלה עוד קומה, נזרוק, וכך נמשיך עד שתישבר (וכמובן גם נדע את הקשיות של הביצים בהתאם לקומה המינימלית בה נשברה הביצה השנייה). מכיוון שמקסימום ניהלץ לעלות עד לקומה ה-13 (בקומה ה-14 אנחנו כבר יודעים שהן נשברות) אז ביחד עם הזריקה הראשונה לא נגיע ליותר מ-14 זריקות. עד כאן המקרה של שבירת הביצה הראשונה מהקומה ה-14. אם היא לא נשברה מהקומה ה-14 נעפיל מעלה עוד 13 קומות עד למרומי הקומה ה-27. אם נשברה הביצה בקומה זו נתחיל לטפס עם השניה בין הקומות 15-26 (מקסימום 12 זריקות + 2 זריקות ראשונות : סה"כ מקסימום של 14 זריקות). אם גם בקומה ה-27 לא נשברה הביצה (מאוד הגיוני!) אין ברירה אלא להמשיך להעפיל, הפעם בעוד 12 קומות עד לקומה ה-39. אם נשברה – ברור מה עושים. אם לא נשברה – עולים 11 קומות, ואח"כ 10, וכך הלאה עד שלבסוף אם באמת שום דבר שם לא נשבר (תבדקו טוב שזה באמת ביצים מה שאתם זורקים) תגיעו לבסוף לקומה ה-100. כך תכסו את כל הקומות. לסיכום, לא משנה מה קשיות הביצים, לעולם לא תזדקקו ליותר מ-14 זריקות.

16. לחיצות ידיים

הכנס פתרון.

17. בדלי סיגריות

10

18. חידה בשפת C

1.

```
int i , n = 20 ;
for ( i = 0 ; -i < n ; i -- )
    printf ("-");
```

2.

```
int i , n = 20 ;
for ( i = 0 ; i < n ; n -- )
    printf ("-");
```

3.

```
int i , n = 20 ;
for ( i = 0 ; i + n ; i -- )
    printf ("-");
```

בונוס:

```
int i , n = 20 ;
for ( i = 0 ; ~i < n ; i -- )
    printf ("-");
```

19. משקולות

10

20. מיון

21. 2 מספרים

המספרים הם -1, 0.5.

22. כדור הארץ

התשובה היא כן. אם רדיוס כדור הארץ הוא R , אז ההיקף הוא $2\pi R$ וזהו גם אורך החבל שנכרך סביבו. לאחר שהוספנו לחבל מטר אורך החבל יהיה $(2\pi R + 1)$. הרדיוס החדש (נקרא לו R') שווה להיקף החדש חלקי 2π , כלומר $R' = (2\pi R + 1) / (2\pi)$. מכאן נובע ש $R' - R = (1/2\pi) \approx 0.16$, כלומר ההפרש בין גובה החבל לקרקע מספיק גבוה.

23. האורגיה

על מנת לקיים יחסים מלאים ובטוחים דודי ילבש 2 קונדומים אחד על השני וישכב עם מירב. לאחר מכן ייקח רק את הקונדום התחתון וישכב עם אריאלה, בעוד שיובל ייקח את הקונדום העליון וישכב עם מירב. לאחר מכן ייקח יובל את שני הקונדומים, יילבש אותם בסדר ההפוך וישכב עם אריאלה.

24. תרופות

דרך אחת היא ביום הראשון לקחת כדור אחד מהתבילה הראשונה, וכדור נוסף מהתבילה השנייה. ביום השני עליו לחצות את כל שאר הכדורים לשני חצאים, ולקחת בכל יום שנוטר ארבעה חצאים מכדורים שונים. דרך נוספת היא לחלק את כל הכדורים לשלושה שלישים, וכל יום לקחת 6 שלישים מכדורים שונים. דרך נוספת היא לכתוש את כל הכדורים לאבקה דקה, לערבב היטב, וכל יום לקחת שליש מהאבקה.

25. מי מגדל דגים?

תשובה: הגרמני.

תשובה מפורטת מעט יותר: למעשה ישנן 2 אפשרויות לסידור תושבי השכונה.

אפשרות א':

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | בית: |
|-------|----------|---------|-------|---------|---------|
| גרמני | שוודי | בריטי | דני | נורווגי | לאום: |
| ירוק | לבן | אדום | כחול | צהוב | צבע: |
| קפה | בירה | חלב | תה | מים | משקה: |
| פרינס | בלו-מסטר | פול-מל | בלנד | דנהיל | סיגריה: |
| דגים | כלבים | ציפורים | סוסים | חתולים | חיה: |

אפשרות ב':

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | בית: |
|---------|-------|---------|-------|----------|---------|
| נורווגי | דני | בריטי | גרמני | שוודי | לאום: |
| צהוב | כחול | אדום | ירוק | לבן | צבע: |
| מים | תה | חלב | קפה | בירה | משקה: |
| דנהיל | בלנד | פול-מל | פרינס | בלו-מסטר | סיגריה: |
| חתולים | סוסים | ציפורים | דגים | כלבים | חיה: |

בכל אחת מ-2 האפשרויות הגרמני הוא מגדל הדגים.

26. עץ או פלי?

כל מה שצריך לעשות זה להפריד מערימה 100 מטבעות ולהפוך אותם.
בין ה-100 שהפרדנו היו X מטבעות "עץ". בערימה שנותרה יש (100 - X) מטבעות "עץ" (מכיוון שסה"כ יש 100 מטבעות "עץ").
לאחר שהפכנו את ה-100 מטבעות שהפרדנו יש בערימה המופרדת (100 - X) מטבעות "עץ", בדיוק כמו בערימה שנותרה.

27. תכנות רובוטים

```
label_a:  move_right
          move_right
          move_left
          if on parachute do
              goto label_b
          else
              goto label_a
label_b:  move_right
          goto label_b
```

28. מספרים ראשוניים

כל המספרים בקבוצה הזו הם כפולות של 24.
אפשר לרשום את המספרים באופן הבא:
 $(p^2 - 1) = (p+1) * (p-1)$
מכיוון ש-p איננו כפולה של שלוש אז או ש-(p+1) או ש-(p-1) חייב להיות כפולה של שלוש.
מכיוון ש-p הוא אי-זוגי אז גם (p+1) וגם (p-1) הם זוגיים כאשר אחד מהם הוא גם כפולה של 4.
מכאן קיבלנו שלמכפלה יש את המחלקים הבאים: 2,3,4 ולכן התוצאה היא כפולה של 24.