

# 家长小学生奥数自助辅导——从入门到精通

## Passion 是最好的老师

高考结束，公布分数后考生和家长们面临着另外一场考试——填报志愿，在一些家长群里，人们焦虑地讨论着如何选择学校和专业，根据分数、名次选报学校通常比较容易，而孩子对什么专业感兴趣，选择什么样的专业能够在未来做出成绩，这些问题恐怕会让不少家长头疼不已。

正如曾分别在麻省理工、哈佛学习过土木工程、物理、经济、法学等多个专业的颜晓川老师在《我的专业我做主》系列众书所明示、暗示的，在一个专业能够学好、获得成就所需要的——是持续不断的 Passion（激情），一种比“兴趣”更强烈、更深入的感情，也是更持久的热情，只有拥有了持续不断的激情，才有可能在所选择的专业上走得更高更远。

对数学如果有持续不断的激情，在高考选择志愿时，可以有更多的选择，数理化方向自不必说，计算机技术、经济、财会、金融等方向也都是不错的选择，令人意想不到的是，“感觉像是文科”的心理学也需要相当深厚的数学功底，对数学的激情也有助于在心理学方向的学习和工作中取得更高的成就。

持续不断的激情要从哪里来，笔者作为一个至今仍然对数学有着激情的过来人，感觉这主要来自于可以用更“精巧”的方法甚至更“高级”的工具来解决数学问题。

举个（高中）不等式的例子：

$$a, b, c, d > 0, a + b < c, a + b < d, \text{ 求证 } ac + bd < cd$$

不怕麻烦的话，通过一系列的变换、推导，这道题目不难证明。

然而如果能够发现题目中隐藏的“对称性”，这道不等式所需要的证明过程不超过一行：

$$\text{不妨设 } c \leq d, \text{ 则 } ac + bd \leq ad + bd = (a + b)d < cd$$

凭借直觉，上述推导过程中， $c$  和  $d$  的位置是可以互换的，如果  $c$  和  $d$  之间的关系不满足“不妨设”的条件，只需要将  $c$  和  $d$  互换一下即可：

$$\text{否则若 } c > d, \text{ 则 } ac + bd < ac + bc = c(a + b) < cd$$

一句“不妨设”揭露了这种对称性，并简化了论述的过程，这就是更“精巧”的方法。

奥数当中，有不少需要使用这种“精巧”的方法去解决的问题，因此，如果条件允许，让孩子从小接触奥数，学习和掌握各种精巧的解题方法与技巧，可以培养出持续不断的激情。

## 家长也是最好的老师

通常情况下，孩子在中小学学习的很长一个阶段内（差不多从幼儿园到初中毕业），家长在数学方面掌握的“工具”都要比孩子“高级”，比如孩子还只会数数时，家长会加减，孩子还只会加减时，家长会乘除，孩子还只会算术方法解题时，家长能够通过列方程解题，而当孩子还只会设一个未知数的时候，家长会解二元、三元方程组以及一元二次方程.....

翻阅小学的各类奥数辅导书可以发现，鸡兔同笼问题、植树问题、爬楼梯问题、抽屉原则.....等类型的问题都有一定的套路，通过反复练习就能基本掌握，而家长较难辅导的一些问题通常可以通过稍微“高级”一些的工具如方程来解决，但苦于孩子尚未掌握这一工具，家长感觉很难辅导孩子这一类问题。

如果家长缺乏一定的技巧地灌输这种“高级”工具，除非孩子愿意学，否则只会起到拔苗助长的作用，甚至会让孩子失去对数学的兴趣。

幸运的是，我发现了一些简单的技巧，可以帮助你在用高级方法解决问题的同时，转换成孩子能够掌握的精巧的解法，用孩子可以接受理解的语言进行讲解。当你学会了这些技巧，并用于辅导孩子的奥数时，孩子会对你产生崇拜之情，并且为拥有你这样厉害的爸爸/妈妈而自豪，从而激发出对数学的兴趣和激情。可以说，家长也是最好的老师。

下面让我们来看看这些技巧。

## 编个故事

有这样一道四年级的奥数题目：小马虎在计算除法算式时，将除数69错看成了96，得到的商比正确答案少9，问被除数是多少？

四年级的小朋友还没要求掌握方程，但我们不妨先来看看用方程怎么解。

设被除数为  $x$ ，列方程： $x/69 - x/96 = 9$ ，首先通分，可以得到：

$$(96-69)*x/(96*69)=9$$

解得：

$$x=96*69*9/(96-69)=2208$$

我们首先仔细观察一下解方程过程中的运算，乘法是除法的逆运算，96 是小马虎的除数，因此这里的  $69*9/(96-69)$  表示小马虎的商，为什么会这样呢？这里的  $96-69$  表示两个除数之差， $69*9$  又是什么含义呢？

除法是等分数量的运算，可以想象一下我们有两份各  $x$  块石子分别进行等分，把第一份  $x$  块石子按每份 69 块一堆等分成若干堆，把另一份  $x$  块石子按 96 块一堆等分成若干堆的话，第二份石子比第一份少 9 堆。

在第一个等分石子堆中，把 9 份 69 块石子收集起来，而在第二个等分石子堆中，从每份中取出  $96-69$  块石子，则两个等分石子堆中，剩下的石子数量一样多，因此从两边收集起来的石子数量也是一样多，第一个等分石子堆中收集起来的石子数量是  $69*9$ ，第二个等分石子堆中收集起来的石子数量是  $(96-69)*\text{堆数}$ 。因此用  $69*9/(96-69)$  就可以得到第二个等分石子堆的堆数，也就是小马虎得到的商。

我们还可以编个更为生动有趣的故事：

老师为一群小朋友分糖果，每人 69 颗刚好分完，这时候，有 9 位慷慨的小朋友将他们分得的糖果贡献出来（或者是 9 个调皮捣蛋的小朋友的糖果被罚没充公），平均分给其他小朋友；于是其他小朋友每人一共分得了 96 颗糖果。算一算老师原来有多少颗糖果。

这个故事的问题与原题也是等价的，讲解这道题的思路和上面的“石子问题”类似：

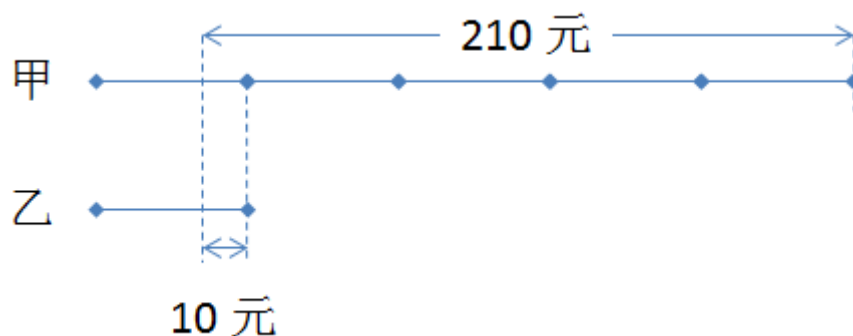
9 个慷慨的小朋友贡献出来的糖果数量是  $69*9$ ，这些糖果使得其他小朋友每人的糖果数量由 69 增加到 96，增加了 27 颗，可以求出其他小朋友的人数（计算的时候还要学会列出综合算式，并利用简单的因数分解、运算法则进行速算—— $69*9 \div 27 = 69*9 \div 3 \div 9 = 23$ ），最后再通过除法的逆运算——乘法——计算出老师原来的糖果数。

针对这个示例总结一下，编故事的前提是家长可以通过“高级”工具——方程——解决问题，通过对解方程的运算过程进行分析，可以发现其中一些算式的含义，然后我们就可以采用类比的方式，用具体的物品代替抽象的数字，使用小学生熟悉的情节代替枯燥的数学过程，从而编出一个“内容丰富、情节动人”的小故事，形象地引导小朋友去思考整个过程中发生的变化、变化涉及的数值，从而用纯算术的方法解答这道貌似需要学会方程才能解答的问题。

## 画个线图

有这样一道三年级奥数问题：甲、乙两人各有存款若干，甲的存款是乙的 5 倍，若甲取出 210 元，乙取出 10 元，则甲、乙两人存款数相等。甲、乙两人原来各有多少存款？

这样的问题用方程解是家长的拿手好戏，然而要描述清楚其中复杂的数量关系和变化过程，则不那么容易，不过我们可以用画线段图的方式来表示：



根据图中显示的甲、乙存款的倍数关系及取钱之后的情况，可以清楚地看出，甲原来的存款数是乙的 5 倍，即两人原来存款数的差是乙的存款数的  $5 - 1 = 4$  倍。从线段图中还可以看出，甲原来存款数比乙多  $210 - 10 = 200$  元。

两人原来存款的倍数差和数量差都找到了，我们可以得到乙原来的存款数为

$$(210 - 10) \div (5 - 1) = 50 \text{ 元}$$

甲原来的存款数为  $50 \times 5 = 250$  元。

画线段图时，要尽量准确地体现数量之间的关系和变化过程，并且进行必要的标注，这样才能通过线段图使得用语言较难描述的关系和过程一目了然。

如果家长本身对数量关系和变化过程也没有把握，别忘了，我们手上还有“高级”工具，不妨先通过方程或其他方法把答案找出来，然后再来画图。

## 做个上帝

小学生奥数题目难倒高学历家长的情况也时有发生，比如这样一道诺贝尔奖获得者李政道教授 1979 年到中国科技大学讲学时，给少年班的同学出的题目：

有 5 只猴子在海边发现一堆桃子，决定第二天来平分。

第二天清晨，第一只猴子最早来到，它左分右分分不开，就朝海里扔了一只，恰好可以分成 5 份，它拿上自己的一份走了。第 2、3、4、5 只猴子也遇到同样的问题，采用了同样的方法，都是扔掉一只后，恰好可以分成 5 份。

问这堆桃子至少有多少只。

这道题目如果用常规解法，需要求解不定方程的整数解，而李政道教授给出的方法则极其巧妙：

多给这些猴子 4 只桃子，第一只猴子多了 4 只桃子正好分成五份，拿走自己的一份（一堆多 1 只，多给的 4 只桃子留给第二只猴子），第二只猴子多了 4 只桃子正好分成五份，拿走

自己的一份（一堆多1只，多给的4只桃子留给第三只猴子），……，第5只猴子多了4只桃子正好分成五份，拿走自己的一份。

也就是说，有了这多给的4只桃子，每只猴子都可以将剩下的桃子平均分成5份，可见，最初的桃子加上这4只桃子后的总数必须是5的5次方的倍数，至少为3125，所以原来至少有3121只桃子。

“做个上帝”的意思是，作为解题人，我们对于题目中的人物拥有“生杀予夺”的权力，巧妙利用这样的权力，我们可以简化题目中数量变化的过程，从而简化运算，尽快找到答案。

## 练习

（画个线图）一个带余数的除法算式中，除数是27，余数是9，被除数、除数、商和余数之和是381，请写出这个算式。

（做个上帝）动物园里猩猩比狒狒多，猴子比猩猩多。一天，饲养员拿了十箱香蕉分给它们。每只猩猩比每只狒狒多分一根，每只猴子比每只猩猩多分一根。分完后，只剩下2根香蕉。如果每箱香蕉数量相同，都是40多根，而且猴子比狒狒多6只，猩猩有16只。那么动物园里有多少只猴子？

## 结语

作为家长，鼓励孩子学习奥数的目的不能仅着眼于奥数成绩，更主要的是培养孩子的兴趣、爱好和激情，个人认为，这种激情来自于解题时各种“精巧”方法的应用，家长可以通过一些技巧来辅导孩子学习、掌握这些“精巧”的方法，这里给出了“编个故事”、“画个线图”和“做个上帝”三个小技巧，这些技巧可以通过练习来逐步掌握。

家长在编故事、画图或者扮演上帝“生杀予夺”的时候，也可以培养孩子自己来掌握这样的技巧，这样孩子也可以从极具创造性的过程中培养出更为深厚的兴趣、更为持续不断的激情。

GitChat