# Métodos Numéricos II

## Estimativa de Erro para polinômio de 2º grau, abordagem aberta.

Seja $\int_a^b f(x)\,dx$ uma integral genérica, definimos $\bar{x} = \frac{a+b}{2}$ sendo $\xi h$ a distância de $x$ a $\bar{x}$ temos:

- $f(x) = f(\bar{x} + \xi h)$, que se aplicarmos a série de Taylor fica:

$$f(x) = f(\bar{x}) + f'(\bar{x}) \cdot (\xi h) + \frac{1}{2!} f''(\bar{x})(\xi h)^2 \ldots$$

onde $h = \frac{b-a}{4}$

Sendo Erro $= I_e - I_f$

- $I_e = \int_a^b f(x)\,dx = h \cdot \int_{-2}^{2} f(\bar{x} + \xi h)\,d\xi = h\left(4f(\bar{x}) + \frac{16}{3!} f''(\bar{x}) h^2 + \frac{64}{5!} f^{IV}(\bar{x}) \cdot h^4\right.$

- $I_f = \frac{4h}{3}\left(2f(\underbrace{a+h}_{\bar{x}-h}) - f(\underbrace{a+2h}_{\bar{x}}) + 2f(\bar{x}+h)\right)$

$$\hookrightarrow 2f(\bar{x}-h) = 2f(\bar{x}) - 2f'(\bar{x})h + 2 \cdot \frac{1}{2!} f''(\bar{x}) h^2 - 2 \cdot \frac{1}{3!} f'''(\bar{x}) h^3 + {} + 2 \cdot \frac{1}{4!} f^{IV}(\bar{x}) h^4$$

$$\hookrightarrow 2f(\bar{x}+h) = 2f(\bar{x}) + 2f'(\bar{x})h + 2 \cdot \frac{1}{2!} f''(\bar{x}) h^2 + 2 \cdot \frac{1}{3!} f'''(\bar{x}) h^3 + {} + 2 \cdot \frac{1}{4!} f^{IV}(\bar{x}) h^4$$

$$\therefore I_f = \frac{4h}{3}\left(3f(\bar{x}) + 2 \cdot \frac{2}{2!} f''(\bar{x}) h^2 + 2 \cdot \frac{2}{4!} f^{IV}(\bar{x}) h^4\right)$$

$$\therefore \text{Erro} = \frac{16 \cdot f^{IV}(\bar{x}) \cdot h^5}{4!} \cdot \frac{7}{15} \rightarrow \frac{14h^5 \cdot f^{IV}(\bar{x})}{45}$$