
Lista de Exercícios XII - CK0101

João Fernando
1 de julho de 2022

HIERARQUIA ARITMÉTICA

Da Questão 1 à Questão 11, demonstre em que classe está cada conjunto abaixo de acordo com a Hierarquia Aritmética:

[1] $A_n = \{x \in \mathbb{N} \mid n \in W_x\}$

[2] $A = \{x \in \mathbb{N} \mid \Phi(0, x) > 11\}$

[3] $\text{MONOT} = \{x \in \mathbb{N} \mid \Phi_x(y) \text{ é total e } (\forall y)[\Phi_x(y) \leq \Phi_x(y+1)]\}$

[4] $B_1 = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq |W_x|\}$

[5] $B_2 = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \geq |W_x|\}$

[6] $B_3 = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq |W_x|\}$

[7] $B_4 = \{x \in \mathbb{N} \mid x = |W_x|\}$

[8] $B_5 = \{x \in \mathbb{N} \mid (\exists y \in W_x)[W_y \text{ é finito}]\}$

[9] $\text{COF} = \{x \in \mathbb{N} \mid \overline{W_x} \text{ é finito}\}$

10 $\text{REC} = \{x \in \mathbb{N} \mid W_x \text{ é recursivo}\}$

11 $B_6 = \{x \in \mathbb{N} \mid W_x \subseteq K\}$, em que $K = \{y \in \mathbb{N} \mid \Phi(y, y) \downarrow\}$

12 Seja $A \subseteq \mathbb{N}$ um conjunto tal que A está em Σ_i . Prove que para todo $j > i$, nós temos que A também está em Π_j .

13 Seja $A \subseteq \mathbb{N}$ um conjunto tal que A está em Σ_i . Prove que para todo $j > i$, nós temos que A também está em Σ_j .

14 Prove que para todo $i \in \mathbb{N}$, nós temos que $\Sigma_i \subseteq \Delta_{i+1}$ e $\Pi_i \subseteq \Delta_{i+1}$

15 Prove que A é recursivamente enumerável se e somente se $A \in \Sigma_1$.

16 Prove que $\Delta_0 = \Delta_1 = \Sigma_0 = \Pi_0$.