## Capítulo 18. SOLUÇÃO DE SÉRIES E RAÍZES DE EQUAÇÕES

### **OBJETIVOS DO CAPÍTULO**

- Calcular o resultado de séries infinitas
- Aplicar os métodos de iteração linear, bisseção e Newton para determinar raízes de equações
- Revisar o uso de arquivos de dados e de resultados, Notepad e Wgnuplot
- Alterar dinamicamente arquivo de comandos do programa de gráficos Wgnuplot e usar novos comandos

Para inicializar as atividades deste capítulo, deve-se acessar o programa Fortran, no Windows, através de: Start, Programs, Fortran PowerStation 4.0, Microsoft Developer Studio

### 18.1 programa18a.f90

- 1) Objetivos do programa:
  - (a) exemplificar o cálculo do resultado de séries infinitas;
  - (b) revisar o uso de arquivos de dados e de resultados, Notepad e Wgnuplot; e
  - (c) alterar dinamicamente arquivo de comandos do programa de gráficos Wgnuplot e usar novos comandos.
- 2) No Fortran, seguindo o procedimento-padrão, criar um projeto com o nome projeto\_18
- 3) Acessar o site ftp://ftp.demec.ufpr.br/Disciplinas/Tm784/projeto\_18
- 4) Clicar com o botão do lado direito do mouse sobre o arquivo programa18a.f90
- 5) **Escolher** a opção Copiar para pasta... (Save Target As)
- 6) Localizar a pasta do projeto
- 7) **Clicar** no botão OK
- 8) **Repetir** os itens 3 a 7, acima, para os arquivos dados18a.txt, comandos18a.gnu, Wgnuplot.exe
- 9) No Fortran, seguindo o procedimento-padrão, inserir no projeto o programa-fonte programa18a.f90, mostrado na Tabela 18.1.
- 10) **Estudar o programa-principal** considerando os comentários do item 11, abaixo.
- 11) Comentários sobre o programa:
  - (a) O programa18a.f90 é composto pelo programa-principal e seis sub-rotinas.
  - (b) A sub-rotina DADOS é usada para ler os dados do programa do arquivo dados 18a.txt.

(c) A sub-rotina SERIE\_1 é usada para calcular a soma dos *N* termos da seguinte série geométrica infinita:

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = \sum_{I=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^I}\right) = 1$$
 (18.1)

(d) A sub-rotina SERIE\_2 é usada para calcular o valor de  $\pi$  através da soma dos N termos da seguinte série infinita:

$$S = 4\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \ldots\right) = 4\sum_{I=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^I}{(2I+1)}\right] = \pi$$
 (18.2)

(e) A sub-rotina SERIE\_3 é usada para calcular o valor do número *e* através da soma dos *N* termos da seguinte série infinita, onde cada termo envolve a sub-rotina FATORIAL:

$$S = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots = \sum_{I=0}^{\infty} \left(\frac{1}{I!}\right) = e$$
 (18.3)

- (f) As sub-rotinas das três séries também calculam o erro para a solução exata e escrevem no arquivo saida18a.txt o número e valor de cada termo da série, a soma dos termos e o erro.
- (g) A sub-rotina GRAFICO: abre o arquivo comandos18a.gnu; pula as sete primeiras linhas deste arquivo; na oitava linha, escreve um comentário para representar o título do gráfico de acordo com a série escolhida para cálculo; na nona linha, escreve outro comentário, que é o comando replot do Wgnuplot; finalmente, esta sub-rotina executa o programa Wgnuplot para fazer o gráfico semilog do erro do cálculo da série escolhida, em função do número de termos *N* usado.
- (h) O programa-principal: chama a sub-rotina DADOS; cria o arquivo saida18a.txt; escreve nele um comentário na primeira linha para indicar o significado de cada coluna de resultados; o símbolo # é usado para informar ao Wgnuplot que a linha é apenas um comentário, e não dados para o gráfico; dependendo do tipo de série escolhida pelo usuário é chamada a sub-rotina adequada; o Notepad abre o arquivo de saída; e, é chamada a sub-rotina para fazer o gráfico do erro.
- 12) Executar **Build**, **Compile** para compilar o programa.
- 13) Gerar o programa-executável fazendo **Build**, **Build**.
- 14) Executar o programa através de **Build**, **Execute**. **Usar**, **os dados mostrados na Figura 18.1**.

```
program series
use portlib
implicit none
integer :: i, n, ver, tipo_serie
real*8 :: soma, exato, erro, termo
call dados
open(6,file="saida18a.txt")
write(6,10)
10 format("# i", t17,"termo", t47,"soma", t77,"erro")
select case ( tipo_serie )
 case ( 1 )
    call serie_1
 case ( 2 )
    call serie 2
 case ( 3 )
    call serie_3
end select
close(6)
ver = system ("Notepad saida18a.txt")
call grafico
!-----
contains
subroutine dados
 ver = system ("Notepad dados18a.txt")
 open(5,file="dados18a.txt")
 read(5,*) tipo_serie
```

```
read(5,*) n
 close(5)
end subroutine dados
!-----
subroutine serie_1
 ! calcula soma de uma série geométrica
 exato = 1
 soma = 0
 do i = 1, n
    termo = 1.0d0 / (2.0d0 ** i)
    soma = soma + termo
    erro = dabs(exato - soma)
    write(6,10) i, termo, soma, erro
    10 format( i8, 3(1pe30.15e3) )
 end do
end subroutine serie 1
!-----
subroutine serie 2
 ! calcula soma da série de pi
 exato = dacos(-1.0d0)
 soma = 0
 do i = 0, n
    termo = 4.0d0 * ((-1)**i) / (2.0d0 * i + 1)
    soma = soma + termo
    erro = dabs(exato - soma)
    write(6,10) i, termo, soma, erro
    10 format( i8, 3(1pe30.15e3) )
 end do
```

```
end subroutine serie_2
!-----
subroutine serie_3
 ! calcula soma da série de e
 real*8 fatorial_i
 exato = dexp(1.0d0)
 soma = 0
 do i = 0, n
    call fatorial ( i, fatorial_i)
    termo = 1 / fatorial_i
    soma = soma + termo
    erro = dabs(exato - soma)
    write(6,10) i, termo, soma, erro
    10 format( i8, 3(1pe30.15e3) )
 end do
end subroutine serie 3
!-----
subroutine fatorial(j,fat)
 ! calcula o fatorial de j
 integer j
 real*8 fat, k
 fat = 1
 do k = 2, j
    fat = fat * k
 end do
end subroutine fatorial
```

```
subroutine grafico
  integer k
  open(9,file="comandos18a.gnu")
  do k = 1, 7
    read(9,*)
  end do
  select case ( tipo_serie )
     case ( 1 )
        write(9,*) "set title 'série geométrica'"
    case ( 2 )
        write(9,*) "set title 'série de pi'"
     case (3)
        write(9,*) "set title 'série de e'"
  end select
  write(9,*) "replot"
  close(9)
  ver = system ("Wgnuplot comandos18a.gnu")
end subroutine grafico
end program series
```

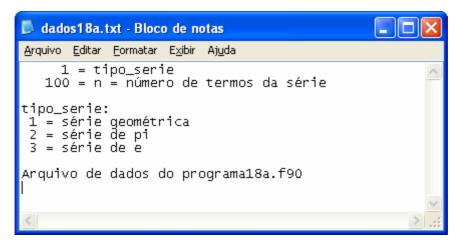


Figura 18.1 Arquivo de dados do programa18a.f90.

- 15) **Analisar os resultados** mostrados nas Figuras 18.2 e 18.3.
- 16) **Executar** novamente o programa usando **tipo\_serie = 2** e **analisar** os novos resultados.
- 17) **Executar** novamente o programa usando **tipo\_ serie = 3** e **analisar** os novos resultados.
- 18) **Executar** novamente o programa usando outros dados e **analisar** os novos resultados.

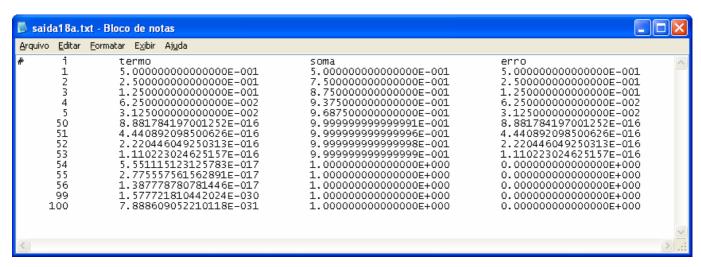


Figura 18.2 Parte do arquivo de resultados do programa 18a. f90 para os dados da Fig. 18.1.

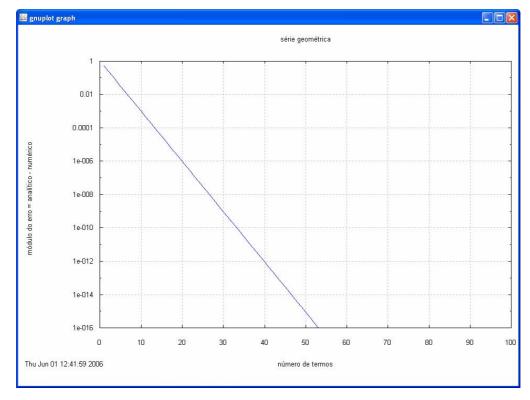


Figura 18.3. Gráfico com resultados do programa 18a. f90 para os dados da Fig. 18.1.

### 18.2 programa18b.f90

- 1) <u>Objetivo do programa</u>: para uma equação quadrática específica, aplicar os métodos de iteração linear, bisseção e Newton para determinar suas raízes.
- 2) Nesta seção será usado o mesmo projeto da seção anterior. Portanto, deve-se executar o seguinte no Fortran:
  - a) **Clicar** sobre o nome do programa-fonte.
  - b) Edit, Cut para retirar o programa-fonte do projeto.
  - c) Clicar dentro do campo de edição de programa-fonte.
  - d) File, Close.
- 3) Acessar o site ftp://ftp.demec.ufpr.br/Disciplinas/Tm784/projeto\_18
- 4) Clicar com o botão do lado direito do mouse sobre o arquivo programa 18b. f90
- 5) **Escolher** a opção Copiar para pasta... (Save Target As)
- 6) Localizar a pasta do projeto
- 7) Clicar no botão OK
- 8) **Repetir** os itens 3 a 7, acima, para os arquivos dados18b.txt e comandos18b.gnu
- 9) No Fortran, seguindo o procedimento-padrão, inserir no projeto o programa-fonte **programa18b.f90**, mostrado na **Tabela 18.2.**
- 10) Estudar o programa-principal considerando os comentários do item 11, abaixo.
- 11) Comentários sobre o programa:
  - (a) O programa18b.f90 é composto pelo programa-principal e cinco sub-rotinas.
  - (b) Para as sub-rotinas DADOS e GRAFICO e o programa-principal valem os mesmos comentários da seção anterior, exceto que os arquivos envolvidos são agora dados18b.txt, comandos18b.gnu e saida18b.txt.
  - (c) As sub-rotinas LINEAR, BISSECAO e NEWTON resolvem a equação

$$x^2 - 5x + 6 = 0 ag{18.4}$$

através dos métodos de iteração linear, bisseção e Newton para determinar suas raízes. Detalhes sobre estes métodos podem ser encontrados na maioria dos livros de cálculo numérico.

- 12) Executar **Build**, **Compile** para compilar o programa.
- 13) Gerar o programa-executável fazendo **Build**, **Build**.
- 14) Executar o programa através de Build, Execute. Usar, os dados mostrados na Figura 18.4.
- 15) **Analisar os resultados** mostrados nas Figuras 18.5 e 18.6.

- 16) Executar novamente o programa usando tipo metodo = 2 e analisar os novos resultados.
- 17) Executar novamente o programa usando tipo\_metodo = 3 e analisar os novos resultados.
- 18) Executar novamente o programa usando tipo\_metodo = 3, n = 20, exato = 3 e xo = 100 e analisar os novos resultados.
- 19) Executar novamente o programa usando outros dados e analisar os novos resultados.
- 20) No Fortran, para fechar o projeto atual, executar File, Close Workspace.

Tabela 18.2 Programa18b.f90

```
program raizes
use portlib
implicit none
integer :: i, n, ver, tipo_metodo
real*8 :: exato, erro, xo, x, r
call dados
x = xo
open(6,file="saida18b.txt")
write(6,10)
10 format("# i", t17,"x", t47,"erro")
erro = dabs(exato - x)
write(6,11) 0, x, erro
11 format( i8, 2(1pe30.15e3) )
select case ( tipo_metodo )
  case ( 1 )
    call linear
  case ( 2 )
    call bissecao
  case (3)
     call newton
end select
close(6)
ver = system ("Notepad saida18b.txt")
```

```
call grafico
!-----
contains
subroutine dados
 ver = system ("Notepad dados18b.txt")
 open(5,file="dados18b.txt")
 read(5,*) tipo_metodo
 read(5,*) n
 read(5,*) exato
 read(5,*) xo
 read(5,*) r
 close(5)
end subroutine dados
!-----
subroutine linear
 ! calcula raiz de uma equação quadrática com o método da iteração linear
 do i = 1, n
   x = ((x ** 2) + 6) / 5
   erro = dabs(exato - x)
   write(6,10) i, x, erro
   10 format( i8, 2(1pe30.15e3) )
 end do
end subroutine linear
I -----
subroutine bissecao
 ! calcula raiz de uma equação quadrática com o método da bisseção
```

```
real*8 a, b, fa, fx
 a = xo - r
 b = xo + r
 do i = 1, n
    fx = x**2 - 5*x + 6
    fa = a**2 - 5*a + 6
    if (fx*fa < 0) then
       b = x
    else
       a = x
    end if
    x = (a + b) / 2
    erro = dabs(exato - x)
    write(6,10) i, x, erro
    10 format( i8, 2(1pe30.15e3) )
 end do
end subroutine bissecao
subroutine newton
 ! calcula raiz de uma equação quadrática com o método de Newton
 real*8 f, fl
 do i = 1, n
    f = x**2 - 5*x + 6
    f1 = 2*x - 5
    x = x - f / f1
    erro = dabs(exato - x)
    write(6,10) i, x, erro
    10 format( i8, 2(1pe30.15e3) )
 end do
end subroutine newton
!-----
subroutine grafico
```

```
integer k
  open(9,file="comandos18b.gnu")
  do k = 1, 7
     read(9,*)
  end do
  select case ( tipo_metodo )
     case ( 1 )
        write(9,*) "set title 'método da iteração linear'"
        write(9,*) "set title 'método da bisseção'"
     case ( 3 )
        write(9,*) "set title 'método de Newton'"
  end select
  write(9,*) "replot"
  close(9)
  ver = system ("Wgnuplot comandos18b.gnu")
end subroutine grafico
end program raizes
```

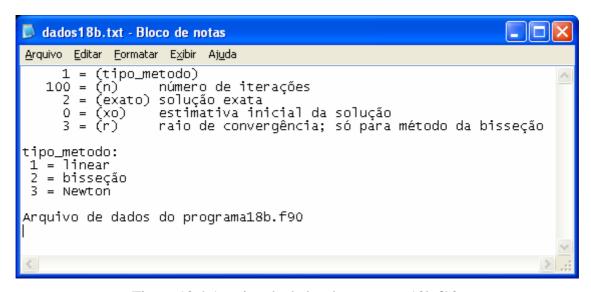


Figura 18.4 Arquivo de dados do programa18b.f90.

# 18.3 EXERCÍCIOS

### Exercício 18.1

Adaptar o programa 18a. f90 para incluir as seguintes opções de séries:

$$S = \frac{1}{1x^2} + \frac{1}{2x^3} + \frac{1}{3x^4} + \dots = \sum_{I=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{I(I+1)} \right] = 1$$
 (18.5)

$$S = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots = \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{x^l}{I!}\right) = e^x$$
 (18.6)

$$S = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots = \sum_{I=0}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^I x^{2I+1}}{(2I+1)!} \right] = sen(x)$$
 (18.7)

$$S = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots = \sum_{I=0}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^I x^{2I}}{(2I)!} \right] = \cos(x)$$
 (18.8)

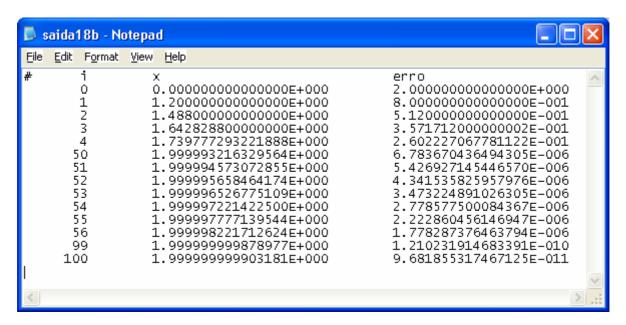


Figura 18.5 Parte do arquivo de resultados do programa18b.f90 para os dados da Fig. 18.4.

#### Exercício 18.2

Adaptar o programa18a.f90 para usar precisão simples em todos os cálculos com números reais. Comparar os resultados com a versão original do programa18a.f90 na qual usa-se precisão dupla.

## Exercício 18.3

Adaptar o programa18b.f90 para usar precisão simples em todos os cálculos com números reais. Comparar os resultados com a versão original do programa18b.f90 na qual usa-se precisão dupla.

### Exercício 18.4

Adaptar o programa 18b. f90 para resolver a seguinte equação:

$$x^2 - x - 6 = 0 ag{18.9}$$

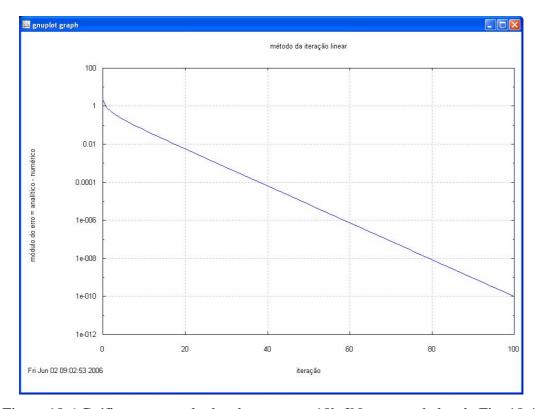


Figura 18.6 Gráfico com resultados do programa 18b. f90 para os dados da Fig. 18.4.