Fourier Serier Labbmoment

I denna laboration ska vi undersöka Fourier serier för ett antal grundläggande periodiska signalen.

Signalerna:

Helvågslikriktad sinus Kap. 3-5.2, där a_k koefficienter är givna i ekv. 3.34 (s.97)

Puls Appendix C-2.1, där a_k koefficienter är givna i ekv. C.14 (s.535)

Triangel Appendix C-2.2, där a_k koefficienter är givna i ekv. C.20 (s.539)

Halvvågslikriktad sinus Appendix C-2.3, där a_k koefficienter är givna i ekv. C.26 (s.542)

1. Fourier Serier Syntesen

I teorin kan alla periodiska signal syntetiseras genom att summera oändligt antal sinusoidala komponenter enligt ekv. 3.26 (s.94 i kursboken). Detta kommer generera i teorin en ”perfekt” representation av signalen. Tyvärr är vi i verkligheten begränsade till ett ändligt antal komponenter vid syntesen (se avsnitt kap.3-5.3.2 oh Appendix C-2.1.2). I detta moment ska vi undersöka hur denna begränsning påverkar utseendet av det syntetiserad signal i jämförelse med den ”perfekta” signalen.

I MATLAB skriptet SquareSynthesis.m visas hur en fyrkantsvåg kan syntetiseras. Formeln för a_k komponenter är tagen från Exempel C-1 s.535 i boken. Eftersom vi jobbar med periodiska signaler som har reella värden kan formeln skrivas om enligt exercise C.3.

Din uppgift blir att först undersöka den givna exempel och sedan utifrån denna modifiera koden så att exemplet anpassas till en triangelformad signal samt minst en till valfri form utifrån listan längs upp. (Fyrkantsvågen är ett specialfall av pulsvågen.)

Hur många komponenter krävs det för att den syntetiserad signal ska likna den ”perfekta” signalen? Ange det antal komponenter som du anser ger en bra representation för fyrkants, triangel och den egna valt signalen. Finns det någon skillnad mellan hur många komponenter det krävs för de olika fallen? Om ja kan du motivera varför?

2. Koefficient plottning

I skriptet Squarecoeff.m visas hur de beräknade koefficienterna a_k för en fyrkantsvåg kan plottas i MATLAB med hjälp av stem() funktionen. I slutet av skriptet hittas även sättet hur man kan ta fram komponenterna automatiskt med hjälp av FFT som är algoritmen för den Diskreta Fourier Transformen. Denna metod är implementerad i skriptet fcoeff.m som en funktion med ett antal in-parametrar och a_k koefficienterna som ut-parametrar. Denna funktion behöver dessutom en beskrivning av den signal som ska analyseras. I exemplet används ”puls” som i sig är en funktion implementerad i skriptet puls.m. Väljs Periodtiden till T0=4 kommer denna representera en fyrkantsvåg.

Din uppgift blir att först undersöka den givna exempel och sedan utifrån denna modifiera koden så att exemplet anpassas till en triangelformad signal samt minst en till valfri form utifrån listan längs upp. Antar att här bör du välja samma val du gjort i föregående moment. Observera att triangelvågen är implementerad i skriptet triangel.m med periodtiden T0=4. För den egna val kommer du behöva skriva en egen funktion med ett lämpligt namn som du sedan använder i fcoeff().

Här får du även göra observation på hur Magnituden för de olika signalerna ser ut. Är det stor skilnnad mellan dessa?

3. Diskreta Fourier Serier

I de fall då vi har tillgång till det matematiska uttrycket för funktionen x(t) som är en periodisk signal används integralen i ekv. 3.27 (s.95 i kursboken) för att beräkna a_k koefficienterna. I verkligheten är tyvärr detta inte ofta fallet. Många gånger har man tillgång till endast en samplad signal x(n). Om denna innehåller en periodisk signal kan a_k koefficienterna skattas med hjälp av den Diskreta Fourier Serier Analysen som i detta fall kommer vara en ändlig summa enligt

$$a_k = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}\, , k = 0, 1, \dots, N-1$$

I skriptet CoeffConvergence.m demonstreras hur skattningen för den valda koefficienten påverkas av talet N för koefficienterna i en fyrkantsvåg. Man kan se att då N ökar, konvergerar estimatet till den teoretiskt beräknad värdet.

Din uppgift blir att först undersöka den givna exempel och sedan utifrån denna modifiera koden så att exemplet anpassas till koefficienterna för triangelformad signal samt minst en till valfri form utifrån listan längs upp. Antar att här bör du välja samma val du gjort i föregående moment. Observera att exempel estimerar bara koefficient a_1. Det är lämpligt att testa olika värden på k.

När anser du att estimatet har konvergerat? Är det samma antal N för alla koefficienter och de olika formerna?

4. Redovisning

Labbmomentet redovisas genom att du tillhandhåller alla modifierade skriptfilerna. Observera att dessa ska vara full körbara utan några fel. Dessutom skal frågorna besvaras och sammanställas i en mindre labbrapport.

Del 1 och 2 ska vara fullständigt redovisade. Del 3 ska ni göra ett ärligt försök på men ingen krav på fullständig lösning eftersom vi inte har gått genom Diskreta Fourier Serier på lektionerna. Dock ger detta moment en bra inblick i hur begränsningen av ändlig antal sampel påverkar estimatet av en verklig signal.