SZABÓ CSILLA
DR. WESZELY TIBOR
KOCZINGER ÉVA
PÁLHEGYI-FARKAS LÁSZLÓ
RÉMAN ILDIKÓ
SZÁSZ ENIKŐ
ORBÁN JULIANNA
TOMOS IZABELLA
DÉNES MARGIT
DR. BENCZE MIHÁLY
MÁTÉFI ISTVÁN
DÁVID GÉZA
ISTÓK ÉVA
KOLUMBÁN ILDIKÓ
KOVÁCS BÉLA
PĂCURAR MÁRIA
ZÁKÁNY MÓNIKA

ROMÁNIAI MAGYAR ÁLTALÁNOS ISKOLÁK II. ORSZÁGOS MATEMATIKAVERSENYE

Bolyai Farkas Elméleti Líceum
Marosvásárhely

Feladatok és megoldások

STUDIUM KIADÓ
MAROSVÁSÁRHELY, 2014

Műszaki szerkesztés:

Pálhegyi-Farkas László, Bartha Botond Csaba

A feladatokat összeállító versenybizottság tagjai:

dr. Weszely Tibor	Sapientia Tudományegyetem, Marosvásárhely
Szabó Csilla	Nemzeti Oktatási Minisztérium, Bukarest
dr. Bencze Mihály	Ady Endre Elméleti Líceum, Bukarest
Koczinger Éva	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti
Pálhegyi-Farkas László	Mihai Eminescu Főgimnázium, Nagyvárad
Kovács Béla	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti
Dávid Géza	Tamási Áron Elméleti Líceum, Székelyudvarhely
Réman Ildikó	Andrei Muresanu Főgimnázium, Beszterce
Szász Enikő	Brassai Sámuel Elméleti Líceum, Kolozsvár
Orbán Julianna	Téglás Gábor Elméleti Líceum, Déva
Tomos Izabella	8-as Általános Iskola, Brassó
Istók Éva	Petőfi Sándor Általános Iskola, Kézdivásárhely
Kolumbán Ildikó	Váradi József Általános Iskola, Sepsiszentgyörgy
Mátéfi István	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Păcurar Mária	Bartók Béla Elméleti Líceum, Temesvár
Dénes Margit	Liviu Rebreanu Általános Iskola, Csíkszereda
Zákány Mónika	Németh László Elméleti Líceum, Nagybánya

A versenybizottság tagjai

Elnök:	dr. Weszely Tibor
Ügyvezető elnök:	Szabó Csilla
Alelnök:	dr. Bencze Mihály

Tagok: Koczinger Éva, Pálhegyi-Farkas László, Kovács Béla, Dávid Géza, Réman Ildikó, Szász Enikő, Orbán Julianna, Tomos Izabella, Istók Éva, Kolumbán Ildikó, Mátéfi István, Păcurar Mária, Dénes Margit, Zákány Mónika.
Titkár: Bartha Botond Csaba

Előszó

„Aki matematikát tanul, az a tűzzel játszik. A matematika könnyen lenyűgözi, elcsábítja, rabul ejti az embert. Csodálatos titkokat rejt, melyek egyike-másika kis szerencsével és kemény munkával megfejthető. A megvilágosodás pillanatának katarzisa semmivel sem összehasonlítható, felemelő érzés."

Pach János

Eltelt egy év azóta, hogy az erdélyi matematika egén egy új csillag gyúlt ki, a *Romániai Általános Iskolák Magyar Matematika Versenye*. Igen, az egy éves születésnapját ünnepeljük most, itt Marosvásárhelyen, a Bolyaiak fellegvárában. Jó érzés visszagondolni a tavalyi versenyünk díjkiosztó ünnepségére, amikor a célba jutott tanulók örömkönnyek közt vették át a megérdemelt jutalmat. Hasonlóan a tanáraikra, akiknek a mindennapi többletmunkáját, a dobogós tanítványuk koronázta. Érdemes élni, érdemes tanítani, érdemes tanulni, érdemes ehhez a matematikusok csodálatos családjához tartozni.

A diákoknak – és nem csak -, a matematika egy olyan csodálatos világ, amit mindenki a saját sorsán keresztül tapasztal. A vele foglalkozót néha megigézi, néha elrettenti, de a kitartó munka rejtett titkok megértéséhez vezeti. Minél mélyebbre hatolsz a felfedezések kacskaringós útján, annál csodálatosabb világ tárul eléd, és szellemed annál gazdagabb lesz. Végül észre sem veszed, hogy a matematika szerelmese lettél. De éppen ez benne a szép. Szívből kívánom, hogy az itt résztvevő kisokosok közül kerüljenek ki a következő generációk Bolyai Jánosai, akik folytassák az elődeik által teremtett hagyományt, tovább öregbítve a magyar matematika nemzetközi hírét.

Köszönöm mindenkinek a testvéri hozzáállását, a kitartását, az önfeláldozó munkáját, és azt, hogy segítettek valóra váltani ezt a gyönyörű álmot. Köszönöm a Bolyai Farkas Elméleti Líceum vezetőségének, tanári karának, Mátéfi István tanár úrnak, hogy felvállalták a *II. Romániai Általános Iskolák Magyar Matematika Versenyét* és Marosvásárhelyhez méltóan meg is szervezték. A diákoknak egy eredményes versenyzést kívánok, a tanároknak élményekben gazdag ittlétet, hogy mindenki a Bolyaiak szellemét vihesse magával, akár hamuba sült pogácsaként.

Szabó Csilla
A Nemzeti Nevelési Minisztérium tanácsosa

Feladatsorok

V. osztály

1. Feladat

Adott az $A = \{x \in N \mid 44^2 < x \leq 45^2\}$ halmaz, melynek elemeit növekvő sorrendben írjuk le.

a) Melyik a halmaz középső eleme?

b) A halmaznak melyik az az eleme, amely előtt 7-szer annyi elem van, mint utána?

Durugy Erika, Torda

2. Feladat

Egy osztályban 35 diák van. Ha a fiúk száma 2-vel nagyobb, mint a lányok számának fele, mutasd ki, hogy legkevesebb 4 lány a hét ugyanazon napján, és legalább 2 fiú az évnek ugyanabban a hónapjában született!

Nagy Jenő, Székelyudvarhely

3. Feladat

Hófehérke felírja egy kör köré az $1, 2, 3, \dots, 2016$ számokat. A hét törpe közül elindul az első, és letörli minden nyolcadik számot, majd a második törpe a megmaradt számokból letörli minden hetedik számot, a harmadik törpe a megmaradt számokból letörli minden hatodik számot, és így tovább, amíg az utolsó törpe a megmaradt számokból letörli minden másodikat. A megmaradt számokat Hófehérke összeadta. Mennyivel egyenlő a kapott összeg?

Mátéfi István, Marosvásárhely

4. Feladat

Rendezd növekvő sorrendbe az a^{b^c} alakú számokat, ha a, b és c különböző számok a $\{2, 3, 4\}$ halmazból!

Kovács Béla, Szatmárnémeti

5. Feladat

5-től 2005-ig leírjuk egymás után az 5-tel osztható természetes számokat.

a) Hány számjegyet tartalmaz az így képzett szám?

b) Hány 5-ös számjegy van a kapott számban?

c) Határozd meg a képzett szám ezredik számjegyét!

Simon József,
Csíkszereda

6. Feladat

Egy országúti kerékpárversenyen a következőképpen indították a benevezett versenyzőket: reggel 6 órakor indult el a versenyzők fele, negyedóra múlva a megmaradt versenyzők fele, ismét negyedóra múlva a még visszamaradt versenyzők fele, és így tovább. Az utolsó indításkor egyetlen versenyző rajtolt. Az ő indulása után negyed órával, fél nyolckor ért célba az első résztvevő. Hányan neveztek be a versenyre?

Bartis Anna-Mária, Gyergyószárhegy

VI. osztály

1. feladat: Egy 2014 cm hosszúságú szakasz egyik végpontjából elindul egy szöcske és a szakaszon ugrál a másik végpontig. Minden ugrásának a hossza 2^n cm, ahol n természetes szám. Tudva, hogy a szöcske minden ugrása különböző hosszúságú, határozd meg a szöcske ugrásainak a számát!

Mátéfi István, Marosvásárhely

2. feladat: Adottak az $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$ tízes számrendszerbeli számjegyek, hogy $\left(\overline{a_1b_1c_1}\right)^2 + \left(\overline{a_2b_2c_2}\right)^2 = \left(\overline{a_3b_3c_3}\right)^2$. Igazold, hogy

$$\left(\overline{a_1b_1c_1a_1b_1c_1}\right)^2 + \left(\overline{a_2b_2c_2a_2b_2c_2}\right)^2 = \left(\overline{a_3b_3c_3a_3b_3c_3}\right)^2.$$

dr. Bencze Mihály, Bukarest

3. feladat: Adott a következő 3x3-as négyzetrács:

a) Töltsd ki prímszámokkal úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban a számok szorzata 2014 legyen és indokold!

b) Töltsd ki természetes számokkal úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban a számok szorzata 2014 legyen és a négyzetrácsban szereplő számok összege a lehető legkisebb legyen. Mekkora ez az összeg? Válaszodat indokold!

Durugy Erika, Torda

4. feladat: Legyen n darab egymásmelletti szög az O pont körül, amelyek mértékei $x^\circ, 2x^\circ, 3x^\circ, \ldots, nx^\circ$, ahol x és n természetes számok. Legtöbb hány szög van az O pont körül úgy, hogy mindegyik hegyesszög legyen?

Păcurar Mária, Temesvár

5. feladat: Az XOY hegyesszög belsejében adottak az $(OE$ és $(OF$ félegyenesek, amelyek a szöget három kongruens részre osztják és legyen M egy tetszőleges pont az XOY szög szögfelezőjén. Ha $MA \perp (OE$, $A \in (OE$, $MB \perp (OF$, $B \in (OF$, $MA \cap (OY = \{C\}$, $MA \cap (OX = \{H\}$, $MB \cap (OY = \{G\}$ és $MB \cap (OX = \{D\}$ igazold, hogy:

a) $\Delta BOM \equiv \Delta AOM$.

b) $[CG] \equiv [DH]$.

Kolumbán Anikó, Sepsiszentgyörgy, Păcurar Mária, Temesvár, Pálhegyi-Farkas László, Nagyvárad

6. feladat: Igazold, hogy bármely 2014 különböző természetes szám közül ki tudsz választani kettőt úgy, hogy különbségük osztható legyen 2013-mal!

Polcz Zita, Szatmárnémeti

VII. osztály

1. feladat: Két természetes szám szorzata 144. Ha az egyiket növeljük 9-cel, a másikat pedig csökkentjük 8-cal, akkor a szorzatuk ugyanannyi marad. Melyek ezek a számok?

Kovács Béla, Szatmárnémeti

2. feladat: Van 1232 aranykrajcárunk. Misivel előre megegyeztünk, hogy ha elvégez egy nagy munkát, akkor szétosztjuk a krajcárokat két csoportra és Misi választhat: vagy a nagyobbik csoport legfeljebb 30%-át, vagy a kisebbik csoport legfeljebb 70%-át veszi el. Hogyan osszuk szét a krajcárokat, ha azt akarjuk, hogy Misi a lehető legkevesebb krajcárt kapjon? Hány aranykrajcárt kap így Misi?

Róka Sándor, Nyíregyháza

3. feladat: Az *ABC* egyenlő oldalú háromszög *BC* oldalára megszerkesztjük a *BCDE* négyzetet, majd felvesszük az $F \in AB$ pontot úgy, hogy $[BE] \equiv [EF]$, és $FD \cap AC = \{G\}$ illetve $AD \cap EF = \{M\}$. Igazold, hogy:

a) $[AC] \equiv [CG]$

b) az M pont az *AFG* háromszög magasságpontja.

Császár Sándor, Csíkmadaras

4. feladat: Adott az ABC háromszög. Legyenek D, E, F a BC, AB, AC egyenesek azon pontjai, amelyekre $CD = AB$ és $C \in (BD)$, $CE \parallel AD$, $EF \parallel BC$. Bizonyítsd be, hogy az ABF és CDF háromszögek területe egyenlő!

Olosz Ferenc, Szatmárnémeti

5. feladat: Egy folyó két ellentétes partjáról egy öreg és egy fiatal kereskedő ugyanazon a pallón szeretné áruval megtöltött zsákjait áthordani a másik oldalra. Az öreg kereskedőnek 4 zsákja, a fiatalnak 11 zsákja van. Egyszerre indulnak egymással szembe, és mindegyik egyszerre egy zsákot cipel. Zsákkal megrakodva is, és zsák nélkül is, ugyanazzal az állandó sebességgel haladnak, ám a fiatal gyorsabb, mint az öreg kereskedő. Hányszor találkoznak összesen, amíg mindketten áthordják a zsákjaikat, és egyszerre végeznek?

Császár Sándor, Csíkmadaras

6. feladat: Veronka egy téglalapot az oldalakkal párhuzamos egyenesek mentén vízszintesen 56, függőlegesen pedig 7 részre darabolt fel, és azt tapasztalta, hogy egybevágó négyzetek keletkeztek. Peti egy ugyanakkora téglalappal hasonlóan járt el, csak vízszintesen 80, függőlegesen 10 részre vágta fel, és ő is azt tapasztalta, hogy egybevágó négyzetek keletkeztek. Igazold, hogy ha Réka egy ugyanolyan téglalapot vízszintesen 104 egyenlő részre, függőlegesen pedig 13 egyenlő részre darabol fel, az oldalakkal párhuzamosan, akkor a keletkezett téglalapok szintén négyzetek lesznek!

Bencze Mihály, Bukarest

VIII. osztály

1. feladat: Számítsuk ki az $x + y + z$ összeg értékét, ha az x, y, z valós számokra teljesülnek a következő feltételek: $4x - 9y^2 = 1$, $6y - 36z^2 = 1$ és $12z - 4x^2 = 1$.

Kovács Béla, Szatmárnémeti

2. feladat: Az ABCD háromoldalú gúlában $AB = b$, $AC = c$ és $AD = d$, $m(B\hat{A}C) = m(C\hat{A}D) = m(D\hat{A}B) = 60^0$

a) Igazoljuk, hogy $BC = \sqrt{b^2 - bc + c^2}$.

b) Mutassuk ki, hogy $\sqrt{b^2 - bc + c^2} + \sqrt{b^2 - bd + d^2} > \sqrt{c^2 - cd + d^2}$.

Mátéfi István, Marosvásárhely

3. feladat: Bizonyítsátok be az alábbi egyenlőtlenséget:

$$\sqrt{2011} + \sqrt{2012} + \sqrt{2013} + \sqrt{2015} + \sqrt{2016} + \sqrt{2017} < 6\sqrt{2014}.$$

Polcz Zita, Szatmárnémeti

4. feladat: Az ABC háromszög oldalai az a és b szigorúan pozitív valós számok számtani, mértani és harmonikus középarányosai, $m\left(\hat{A}\right) = 90°$ *és* $m\left(\hat{B}\right) < m\left(\hat{C}\right)$.

Igazoljátok, hogy:

a) $\sin B = \cos^2 B$ és $\cos C = \sin^2 C$

b) $30° < \hat{B} < 45° < \hat{C} < 60°$.

dr.Bencze Mihály, Bukarest

5. feladat: Egy kupacban 2014 mogyoró van. Egyet kiveszünk belőle, és a többit két részre osztjuk. Ezután megint kiveszünk egy mogyorót egy olyan kupacból, amelyben egynél több mogyoró van, és egyik kupacot megint két részre osztjuk. Lehetséges-e, hogy néhány művelet után minden kupacban ugyanannyi mogyoró maradjon? Ha igen, legkevesebb hány lépés szükséges?

Istók Éva, Kézdivásárhely és Orbán Julianna, Déva

6. feladat: Van 2014 aranykrajcárunk. Misivel előre megegyeztünk, hogy ha elvégez egy nagy munkát, akkor szétosztjuk a krajcárokat két csoportra, és Misi választhat: vagy a nagyobbik csoport legfeljebb egy harmadát, vagy a kisebbik csoport legfeljebb két harmadát veszi el. Hogyan osszuk szét a krajcárokat, ha azt akarjuk, hogy Misi lehető legkevesebb krajcárt kapjon? Hány krajcárt kap így Misi?

Róka Sándor, Nyíregyháza

Megoldások

V. osztály

1. Feladat

Adott az A $=\{x \in N \mid 44^2 < x \leq 45^2\}$ halmaz, melynek elemeit növekvő sorrendben írjuk le.

a) Melyik a halmaz középső eleme?

b) A halmaznak melyik az az eleme, amely előtt 7-szer annyi elem van, mint utána?

Durugy Erika, Torda

Megoldás

a) $44^2 = 1936,\ 45^2 = 2025$.

A halmaznak 2025 - 1936, azaz 89 eleme van.. A középső a 45. elem, vagyis az 1937 + 44 = 1981.

b) *Első megoldás:* Legyen x a keresett szám után levő elemek száma, tehát az előtte levő elemek száma 7x.

Ekkor 7x + 1 + x = 89 .

Az egyenlet megoldása x = 11.

A keresett elem : 2025 – 11 = 2014.

Második megoldás:

A halmaznak 89 eleme van, a keresett elemen kívül van még 88 elem.

Mivel a keresett elem előtt 7- szer annyi elem van, mint azt követően, ezért: 88 : 8 = 11 elem van utána.

A keresett elem: 2025 – 11 = 2014.

2. Feladat

Egy osztályban 35 diák van. Ha a fiúk száma 2-vel nagyobb, mint a lányok számának fele, mutasd ki, hogy legkevesebb 4 lány a hét ugyanazon napján, és legalább 2 fiú az évnek ugyanabban a hónapjában született!

Nagy Jenő, Székelyudvarhely

Megoldás

A lányok száma legyen 2x, ekkor a fiúk száma x +2 .

2x +x + 2 = 35

Az egyenlet megoldása x = 11

A fiúk száma 11 + 2 = 13, a lányok száma 22 Ha a hét minden napján legtöbb 3 lány születne, akkor lenne 3 · 7 = 21 lány, ezért a skatulyaelv alapján van legkevesebb 4 lány, aki a hét ugyanazon a napján született.

Hasonlóan: ha minden fiú más hónapban született volna, lenne 12 · 1 = 12 fiú, tehát van legalább két fiú, aki az évnek ugyanabban a hónapjában született.

3. Feladat

Hófehérke felírja egy kör köré az $1, 2, 3, \ldots, 2016$ számokat. A hét törpe közül elindul az első, és letörli minden nyolcadik számot, majd a második törpe a megmaradt számokból letörli minden hetedik számot, a harmadik törpe a megmaradt számokból letörli minden hatodik számot, és így tovább, amíg az utolsó törpe a megmaradt számokból letörli minden másodikat. A megmaradt számokat Hófehérke összeadta. Mennyivel egyenlő a kapott összeg?

Mátéfi István, Marosvásárhely

Megoldás

A törpék által letörölt számokat a következő halmazok tartalmazzák:
1.törpe $= \{8; 16; 24; 32; \ldots, 2016\}$, 2.törpe $= \{7; 15; 23; 31; \ldots, 2015\}$,
3.törpe $= \{6; 14; 22; 30; \ldots, 2014\}$, 4.törpe $= \{5; 13; 21; 29; \ldots, 2013\}$,
5.törpe $= \{4; 12; 20; 28; \ldots, 2012\}$, 6.törpe $= \{3; 11; 19; 27; \ldots, 2011\}$,
7.törpe $= \{2; 10; 18; 26; \ldots, 2010\}$.
Hófehérkének az $1; 9; 17; 25; \ldots, 2009$ számok maradtak.
amelyek összege $S = 1 + (1 + 1\cdot 8) + (1 + 2\cdot 8) + (1 + 3\cdot 8) + \ldots (1 + 251\cdot 8)$.
$S = 252 + 8\cdot(1 + 2 + 3 + \ldots + 251)$, ahonnan $S = 252 + 252\cdot 1004$.
Tehát $S = 252\cdot 1005$.

4. Feladat

Rendezd növekvő sorrendbe az a^{b^c} alakú számokat, ha a, b és c különböző számok a $\{2, 3, 4\}$ halmazból!

Kovács Béla, Szatmárnémeti

Megoldás: A következő esetek vannak:

1. eset: a = 2 , b = 3 és c = 4 . Ekkor A = $a^{b^c} = 2^{3^4} = 2^{81}$.

2. eset: a = 2 , b = 4 és c = 3 . Ekkor B = $a^{b^c} = 2^{4^3} = 2^{64}$.

3. eset: a = 3 , b = 2 és c = 4 . Ekkor C = $a^{b^c} = 3^{2^4} = 3^{16}$.

4. eset: a = 3 , b = 4 és c = 2 . Ekkor D = $a^{b^c} = 3^{4^2} = 3^{16}$.

5. eset: a = 4 , b = 2 és c = 3 . Ekkor E = $a^{b^c} = 4^{2^3} = 4^8 = 2^{16}$.

6. eset: a = 4 , b = 3 és c = 2 . Ekkor F = $a^{b^c} = 4^{3^2} = 4^9 = 2^{18}$.

Azonnal látszik, hogy B<A, C = D , E < F .
Továbbá: $2^{64} = 2^{4\cdot 16} = \left(2^4\right)^{16} = 16^{16} > 3^{16}$. Tehát: C = D < B < A.
Végül még két hatványt kell összehasonlítanunk.
$3^6 = 27^2 = 729$ és $2^9 = 8^3 = 512$ alapján
F = $a^{b^c} = 4^{3^2} = 2^{18} = \left(2^9\right)^2 = 512^2 < 729^2 = \left(3^6\right)^2 = 3^{12} < 3^{16}$ = D
Kapjuk, hogy: E < F < D = C < B <A.
Tehát: $4^{2^3} < 4^{3^2} < 3^{4^2} = 3^{2^4} < 2^{4^3} < 2^{3^4}$

5. Feladat

5-től 2005-ig leírjuk egymás után az 5-tel osztható természetes számokat.

a) Hány számjegyet tartalmaz az így képzett szám?
b) Hány 5-ös számjegy van a kapott számban?
c) Határozd meg a képzett szám ezredik számjegyét!

Simon József, Csíkszereda

Megoldás:

a) A képzett szám: $510152025\ldots95100105\ldots99510001005\ldots20002005$.
A számot $2005:5=401$ számból raktuk össze, amelyek közül 1 db. egyjegyű, 18 db. kétjegyű, 180 db. háromjegyű, végül 202 db. négyjegyű szám.
A kapott szám $1\cdot1+2\cdot18+3\cdot180+4\cdot202=1+36+540+808=1385$ számjegyű.
b) Az egyjegyű számban 1 db. 5-ös, a 18 kétjegyű számban 10 db. 5-ös, a 180 háromjegyű szám 100, 105, … , 195, 200, 205, … , 295, … , 500, 505, … , 595, … , 900, 905, …, 995, így ezekben $11\cdot9+20=119$ db. 5-ös, összesen 5-től 1000-ig $1+10+119=130$ db. 5-ös fordul elő, az 1000 és 2000 között szintén 130 darab 5-ös van, a 2005 pedig 1 darab 5-öst tartalmaz $\Rightarrow$ a kapott számban $130+130+1=261$ darab 5-ös számjegy van.
c) Az a) alpontot követve azt kapjuk, hogy a legfennebb háromjegyű számokat $1+18\cdot2+180\cdot3=577$ számjeggyel írtuk le, tehát 1000 - 577= 423 számjegyet kell még venni.
423:4=105 és a maradék 3, tehát a 106. négyjegyű szám 3. számjegyét kell megkapni. Az első négyjegyű szám 1000, a második 1005, …, a 106. pedig 1525, ebben a 3. számjegy a 2-es. A keresett számjegy a 2.

6. Feladat

Egy országúti kerékpárversenyen a következőképpen indították a benevezett versenyzőket: reggel 6 órakor indult el a versenyzők fele, negyedóra múlva a megmaradt versenyzők fele, ismét negyedóra múlva a még visszamaradt versenyzők fele, és így tovább. Az utolsó indításkor egyetlen versenyző rajtolt. Az ő indulása után negyed órával, fél nyolckor ért célba az első résztvevő. Hányan neveztek be a versenyre?

Bartis Anna-Mária, Gyergyószárhegy

Megoldás:

Első megoldás: 6 órakor elindult a benevezett versenyzők fele, maradt a másik fele.
6:15-kor elindult a benevezett versenyzők negyede, és maradt ugyanannyi.
Megállapítható, hogy mindig ugyanannyian maradtak, mint ahányan indultak.
Ezért az utolsó indításkor (amikor egy versenyző indult), 1 versenyző még maradt.
Az utolsó indítás 7:15-kor történt. Az indulási időpontok 6:00, 6:15, 6:30, 6:45, 7:00 és 7:15 (6 indítás).
Összesen tehát 1+2+4+8+16+32=63 versenyző indult.
Mivel az utolsó indításkor maradt még 1 versenyző, összesen 64-en neveztek be a versenyre.
Második megoldás:
Legyen *x* a versenyzők száma, 6 órakor elindult $\frac{x}{2}$, maradt $\frac{x}{2}$, 6:15-kor $\frac{x}{4}$ versenyző indult, maradt $\frac{x}{4}$.
Folytatva a gondolatmenetet, az utolsó indításkor 1 versenyző indult, 1 maradt.

Az indulási idők (6:00, 6:15, 6:30, 6:45, 7:00 és 7:15) szerint felírható a következő egyenlet:

$\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{8}+\frac{x}{16}+\frac{x}{32}+1+1=x$.

$x(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32})+2=x \iff \frac{31}{32}.x+2=x \iff \frac{x}{32}$ =2, x=64 .

Felelet: 64 versenyző indult el.

VI. osztály

1. Feladat. Egy 2014 cm hosszúságú szakasz egyik végpontjából elindul egy szöcske és a szakaszon ugrál a másik végpontig. Minden ugrásának a hossza 2^n cm, ahol n természetes szám. Tudva, hogy a szöcske minden ugrása különböző hosszúságú, határozd meg a szöcske ugrásainak a számát!

Mátéfi István, Marosvásárhely

Megoldás:

$2^{11}>2014$, a lehetséges ugrások: $2^{10};2^9;\ 2^8;\ 2^7;2^6;2^5;\ 2^4;\ 2^3;2^2;2;\ 2^0$ ezek összege 2047tehát az összegből 33-at kell levonni, amely csak az $1+2^5$ összegből állítható elő. Tehát $2014=2^{10}+2^9+2^8+2^7+2^6+2^4+2^3+2^2+2$. A szöcske ugrásainak száma 9.

2. Feladat. Adottak az $a_1,a_2,a_3,b_1,b_2,b_3,c_1,c_2,c_3$ tízes számrendszerbeli számjegyek, hogy $\left(\overline{a_1b_1c_1}\right)^2+\left(\overline{a_2b_2c_2}\right)^2=\left(\overline{a_3b_3c_3}\right)^2$. Igazold, hogy

$\left(\overline{a_1b_1c_1a_1b_1c_1}\right)^2+\left(\overline{a_2b_2c_2a_2b_2c_2}\right)^2=\left(\overline{a_3b_3c_3a_3b_3c_3}\right)^2$.

dr. Bencze Mihály, Bukarest

Megoldás:

Legyen $A=\left(\overline{a_1b_1c_1}\right)$, $B=\left(\overline{a_2b_2c_2}\right)$, $C=\left(\overline{a_3b_3c_3}\right)$, így az adott egyenlőség a következőképpen írható: $A^2+B^2=C^2$. Észrevesszük, hogy

$\left(\overline{a_1b_1c_1a_1b_1c_1}\right)=\left(\overline{a_1b_1c_1}\right)\times 1000+\left(\overline{a_1b_1c_1}\right)=A\times 1001$, hasonlóan

$\left(\overline{a_2b_2c_2a_2b_2c_2}\right)=\left(\overline{a_2b_2c_2}\right)\times 1000+\left(\overline{a_2b_2c_2}\right)=B\times 1001$és

$\left(\overline{a_3b_3c_3a_3b_3c_3}\right)=\left(\overline{a_3b_3c_3}\right)\times 1000+\left(\overline{a_3b_3c_3}\right)=C\times 1001$.

Ezért a bizonyítandó összefüggés: $\left(\overline{a_1b_1c_1a_1b_1c_1}\right)^2+\left(\overline{a_2b_2c_2a_2b_2c_2}\right)^2=\left(\overline{a_3b_3c_3a_3b_3c_3}\right)^2$, egyenértékű a következővel:

$(A\times 1001)^2+(B\times 1001)^2=(C\times 1001)^2$. Ha ezt elosztjuk az 1001^2számmal, az $A^2+B^2=C^2$kifejezést kapjuk, ami igaz.

3. Feladat. Adott a következő 3x3-as négyzetrács:

c) Töltsd ki prímszámokkal úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban a számok szorzata 2014 legyen és indokold!

d) Töltsd ki természetes számokkal úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban a számok szorzata 2014 legyen és a négyzetrácsban szereplő számok összege a lehető legkisebb legyen. Mekkora ez az összeg? Válaszodat indokold!

Durugy Erika, Torda

Megoldás:

a) 2014=2·19·53

Tehát a táblázatot a 2,19 és 53 prímszámokkal töltjük ki úgy, hogy minden sorban illetve minden oszlopban szerepeljenek a 2, 19 és 53 számok.

b) A 2014 osztói: $\{1;2;19;38;53;106;1007;2014\}$.

Az a) pont alapján egy ilyen összeg $3\cdot(2+19+53)=222$. Észrevehető, hogy 2014 és 1007 nem jöhetnek számításba, mert eleve nagyobbak, mint az előbbi összeg. Tehát marad még két eset:

$106\cdot 19\cdot 1=2014 \Rightarrow 3\cdot(106+19+1)=378>222$, amely nem megfelelő és

$53\cdot 38\cdot 1=2014 \Rightarrow 3\cdot(53+38+1)=276>222$, amely szintén nem megfelelő.

Tehát a legkisebb összeg 222.

4. Feladat. Legyen n darab egymásmelletti szög az O pont körül, amelyek mértékei $x^{\circ}, 2x^{\circ}, 3x^{\circ}, \ldots, nx^{\circ}$, ahol x és n természetes számok. Legtöbb hány szög van az O pont körül úgy, hogy mindegyik hegyesszög legyen?

Păcurar Mária, Temesvár

Megoldás:

$x+2x^{\circ}+3x^{\circ}+\ldots+nx^{\circ}=360^{\circ} \Rightarrow x^{\circ}\cdot n\cdot(n+1)=720^{\circ}$

Mivel nx a legnagyobb szög mértéke, tehát $nx<90^{\circ}$, ezért $n+1>8 \Rightarrow n>7$.

De $n\cdot(n+1)\,|\,720$, $720=2^4\cdot 3^2\cdot 5$

Tehát a lehetséges esetek: $n\cdot(n+1)\in\{2\cdot 3;3\cdot 4;4\cdot 5;5\cdot 6;8\cdot 9;9\cdot 10;15\cdot 16\}$,

mivel $n>7 \Rightarrow n\in\{8;9;15\}$.

Tehát legtöbb 15 szög van.

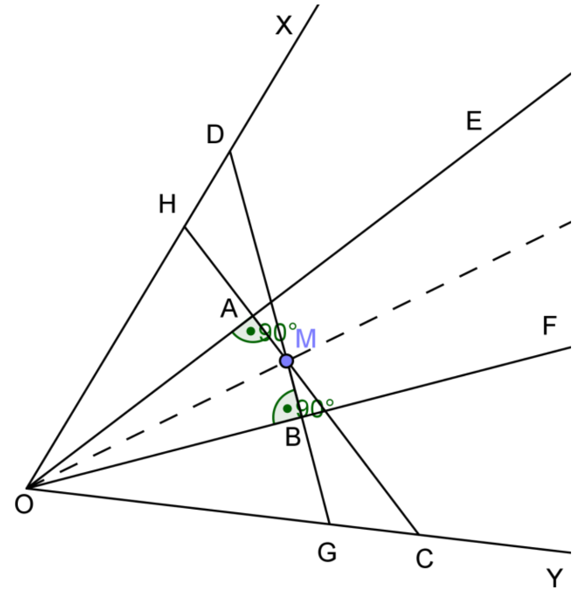
5. Feladat Az XOY hegyesszög belsejében adottak az $(OE$ és $(OF$ félegyenesek, amelyek a szöget három kongruens részre osztják és legyen M egy tetszőleges pont az XOY szög szögfelezőjén. Ha $MA\perp(OE$, $A\in(OE$, $MB\perp(OF$, $B\in(OF$, $MA\cap(OY=\{C\}$, $MA\cap(OX=\{H\}$, $MB\cap(OY=\{G\}$ és $MB\cap(OX=\{D\}$ igazold, hogy: a). $\Delta BOM\equiv\Delta AOM$

b). $[CG]\equiv[DH]$

Kolumbán Anikó, Sepsiszentgyörgy, Păcurar Mária, Temesvár, Pálhegyi-Farkas László, Nagyvárad

Megoldás:

Tekintsük a következő ábrát:



a). $\left.\begin{array}{l} m(\sphericalangle AOM) = m(\sphericalangle MOH) - m(\sphericalangle AOH) \\ m(\sphericalangle BOM) = m(\sphericalangle MOG) - m(\sphericalangle BOG) \\ m(\sphericalangle BOG) = m(\sphericalangle AOH)(harmadolás) \\ m(\sphericalangle MOH) = m(\sphericalangle MOG)(szögfelező) \end{array}\right\} \Rightarrow \sphericalangle BOM \equiv \sphericalangle AOM$, tehát

$\left.\begin{array}{l} \sphericalangle BOM \equiv \sphericalangle AOM \\ [OM] \equiv [OM](közös) \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta BOM \equiv \Delta AOM$ (B.Hsz).

b). $\Delta AOM \equiv \Delta BOM \Rightarrow \left.\begin{array}{l} [OA] \equiv [OB] \\ \sphericalangle HOA \equiv \sphericalangle BOG \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta HAO \equiv \Delta GBO$ (B.Hsz)

$\left.\begin{array}{l} a) \Rightarrow [MB] \equiv [MA] \\ b) \Rightarrow \begin{cases} [HA] \equiv [GB] \\ \sphericalangle OHA \equiv \sphericalangle OGB \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{cases} [MH] \equiv [MG] \\ \sphericalangle DHM \equiv \sphericalangle CGM \\ \sphericalangle DMH \equiv \sphericalangle GMC(cs.sz) \end{cases}\right\} \Rightarrow \Delta HMD \equiv \Delta GMC \Rightarrow [HD] \equiv [GC]$

.

6. Feladat. Igazold, hogy bármely 2014 különböző természetes szám közül ki tudsz választani kettőt úgy, hogy különbségük osztható legyen 2013-mal!

Polcz Zita, Szatmárnémeti

Megoldás:

Egy természetes szám 2013-mal való osztási maradéka lehet: $0,1,2,\ldots,2012$. Ennek megfelelően képzeljünk el 2013 darab skatulyát. A 2014 különböző természetes számot a 2013 számmal való osztási maradéka alapján, helyezzük a megfelelő skatulyába.

Mivel 2014 különböző természetes szám van, ezért biztosan létezik egy skatulya, amelyikben legalább két szám van. Jelöljük ezeket a,b-vel. A 2013-mal való osztási maradékuk egyenlő, ezért felírhatjuk azt, hogy $a = 2013m + r$ és $b = 2013s + r$, ahol $m,s \in \mathbb{N}$. Akkor $a - b = 2013(m - s)$. Ebből következik, hogy $a - b$ osztható 2013-mal.

VII. osztály

1. feladat: Két természetes szám szorzata 144. Ha az egyiket növeljük 9-cel, a másikat pedig csökkentjük 8-cal, akkor a szorzatuk ugyanannyi marad. Melyek ezek a számok?

Kovács Béla, Szatmárnémeti

Megoldás: <u>I. módszer</u>:Legyen a két természetes szám *a* és *b*. Tudjuk, hogy *ab*= 144, és $(a+9)(a-8)=144$ vagyis *ab – 8a + 9b – 72 = ab,* ahonnan *9b – 8a = 72*, vagy *9(b – 8) = 8a*. Itt az *a* értéke csak 9 lehet, a *b* értéke pedig 16. Tehát a keresett természetes számok: 9 és 16.

<u>II. módszer:</u> Legyen *a* és *b* a két keresett szám, ahol $a \leq b$. Az alábbi táblázat az *a* és *b* lehetséges értékei alapján mutatja, hogy a keresett számok a 9 és a 16.

a	b	a+9	b-8	$(a+9)(a-8)$
1	144	10	136	1360
2	72	11	64	704
3	48	12	40	480
4	36	13	28	364
6	24	15	16	240
8	18	17	10	170
9	16	18	8	144

2. feladat: Van 1232 aranykrajcárunk. Misivel előre megegyeztünk, hogy ha elvégez egy nagy munkát, akkor szétosztjuk a krajcárokat két csoportra és Misi választhat: vagy a nagyobbik csoport legfeljebb 30%-át, vagy a kisebbik csoport legfeljebb 70%-át veszi el. Hogyan osszuk szét a krajcárokat, ha azt akarjuk, hogy Misi a lehető legkevesebb krajcárt kapjon? Hány aranykrajcárt kap így Misi?

Róka Sándor, Nyíregyháza

Megoldás: Könnyen belátható, hogy azt kell elérnünk, hogy bármilyen csoportot is választ Misi, *majdnem* egyenlő mennyiségű krajcárt kapjon. Legyen x a nagyobbik csoportban lévő krajcárok mennyisége. Tehát felírható a következő egyenlet: $0{,}3x = 0{,}7(1232 - x)$. Innen $x = 0{,}7 \cdot 1232 = 862{,}4$, tehát $x \in \{862, 863\}$, mivel x egész szám.

Legyen $x = 862$. Ha Misi a nagyobbik csoportot választja, akkor $0{,}3 \cdot x = 258{,}6$, így Misi 258 krajcárt kapna. Ha Misi a kisebbik csoportot választja, akkor $0{,}7 \cdot (1232 - x) = 0{,}7 \cdot 370 = 259$, így Misi 259 krajcárt kapna.

Legyen most $x = 863$. Ha Misi a nagyobbik csoportot választja, akkor $0{,}3 \cdot x = 258{,}9$, így Misi 258 krajcárt kapna. Ha Misi a kisebbik csoportot választaná, akkor $0{,}7 \cdot (1232 - x) = 0{,}7 \cdot 369 = 258{,}3$, így Misi megint csak 258 krajcárt kapna.

Ha tehát 863 és 369 csoportokra osztjuk a krajcárokat, akkor bárhogy választ is Misi, 258 krajcárt kap.

3. feladat: Az ABC egyenlő oldalú háromszög BC oldalára megszerkesztjük a BCDE négyzetet, majd felvesszük az $F \in AB$ pontot úgy, hogy $[BE] \equiv [EF]$, és $FD \cap AC = \{G\}$ illetve $AD \cap EF = \{M\}$. Igazold, hogy:

a) $[AC] \equiv [CG]$

b) az M pont az *AFG* háromszög magasságpontja.

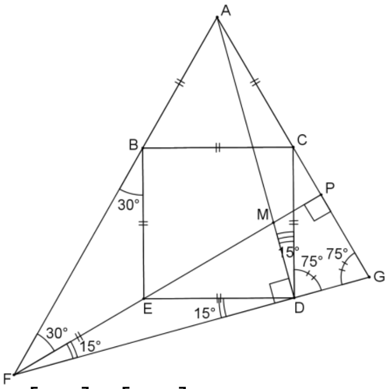
Császár Sándor,Csíkmadaras

Megoldás:

I. eset: A és D pontok a BC egyenes különböző oldalán helyezkednek el.

a) Az ábra helyes elkészítése.

$$\left.\begin{array}{r} m(FBE)=180^\circ-\left(90^\circ+60^\circ\right)=30^\circ \\ BEF\Delta\, e.sz. \Rightarrow FBE \equiv BFE \end{array}\right\} \Rightarrow m(FEB)=120^\circ$$



$$\left.\begin{array}{r} m(FED)=360^\circ-\left(90^\circ+120^\circ\right)=150^\circ \\ DEF\Delta\ e.sz. \end{array}\right\} \Rightarrow m(EFD)=\frac{180^\circ-150^\circ}{2}=15^\circ$$

$$FM \cap AG=\{P\}$$

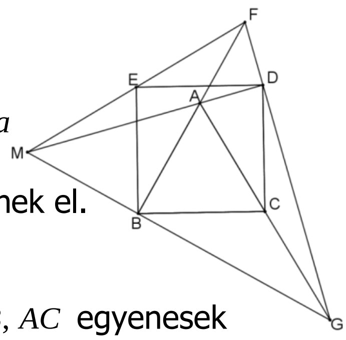
$$AFP\Delta-ben \quad m(P)=180^\circ-\left(30^\circ+60^\circ\right)=90^\circ \quad (1)$$

$$GFP\Delta-ben$$

$$\left.\begin{array}{r} m(G)=90^\circ-15^\circ=75^\circ \\ m(CDG)=180^\circ-\left(90^\circ+15^\circ\right)=75^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow CDG\Delta\, e.sz. \Rightarrow \left.\begin{array}{l} [CD]\equiv[CG] \\ [CD]\equiv[CA] \end{array}\right\} \Rightarrow [CA]\equiv[CG]$$

$$m(EDA)=90^\circ-15^\circ=75^\circ$$

$$\left.\begin{array}{r} m(FDA)=75^\circ+15^\circ=90^\circ \Rightarrow AD\perp FG \\ m(FPA)=90^\circ\ (1) \Rightarrow \mathrm{AP}\perp\mathrm{AG} \end{array}\right\} \Rightarrow M\ az\ AFG\Delta\ magasságpontja$$

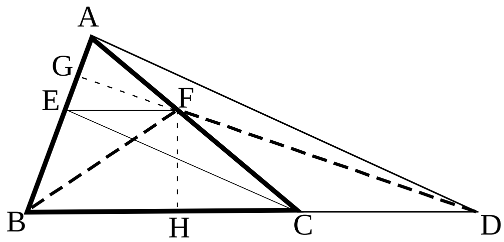


II. eset: A és D pontok a BC egyenes ugyanazon oldalán helyezkednek el.
Az I esethez hasonló módon bizonyítjuk.

4. feladat: Adott az ABC háromszög. Legyenek $D,\ E,\ F$ a $BC,\ AB,\ AC$ egyenesek azon pontjai, amelyekre $CD=AB$ és $C\in(BD)$, $CE\parallel AD$, $EF\parallel BC$. Bizonyítsd be, hogy az ABF és CDF háromszögek területe egyenlő!

Olosz Ferenc,Szatmárnémeti

Megoldás:



Az ábra helyes elkészítése

I. módszer:

Az $FCD\Delta$ és $ABF\Delta$-ben CD-t, illetve AB-t tekintve alapnak $(CD=AB)$ elégséges azt igazolni, hogy a hozzájuk tartozó FH és FG magasságok is egyenlők.

Az $ABC\Delta$-ben $EF\parallel BC \overset{Th.t}{\Rightarrow} \frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$ (1)

$$Az\ \ ABD\Delta-ben\ EC\parallel AD \overset{Th.t}{\Rightarrow} \frac{AE}{AB}=\frac{CD}{BD} \quad (2)$$

$$(1)\text{ és }(2) \Rightarrow \frac{AF}{AC}=\frac{CD}{BD} \Rightarrow \frac{AF}{AC-AF}=\frac{CD}{BD-CD} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{c} \dfrac{AF}{FC}=\dfrac{CD}{BC} \\ CD=AB \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{AF}{AC}=\frac{AB}{BC} \overset{szögf.t.f.}{\Rightarrow} \quad ABF\equiv FBC$$

Tehát BF az ABC szög szögfelezője $\Rightarrow GF = FH \Rightarrow T_{ABF\Delta} = T_{CDF\Delta}$

II. módszer:

Legyen $BC = a$, $AB = CD = c$, $BE = x$, így $AE = c - x$.

$CE \parallel AD$, így az ABD háromszögben a Thalész tétel értelmében $\frac{BE}{EA} = \frac{BC}{CD}$, vagyis

$\frac{x}{c-x} = \frac{a}{c}$, amelyből származtatjuk $\frac{x}{c} = \frac{a}{a+c}$, ahonnan $BE = x = \frac{ac}{a+c}$ és

$AE = c - x = c - \frac{ac}{a+c} = \frac{c^2}{a+c}$.

Az ABC háromszögben $EF \parallel BC$, így a hasonlóság alaptétele értelmében

$AEF_\Delta \sim ABC_\Delta$, tehát

$\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$, ahonnan $EF = \frac{AE \cdot BC}{AB} = \frac{ac}{a+c}$, így bebizonyítottuk, hogy $BE = EF$.

Az EFB egyenlő szárú háromszögben az alapon fekvő szögek kongruensek, így $\angle EBF \equiv \angle EFB$, de $\angle EFB \equiv \angle FBC$ (belső váltószögek, mivel $EF \parallel BC$), következik $\angle EBF \equiv \angle FBC$, tehát BF az $\angle ABC$ szögfelezője. Ha G, H az F pontból az AB, BC -re húzott merőleges talppontja, akkor $FG = FH$ (a szögfelező bármely pontja egyenlő távolságra van a szög száraitól).

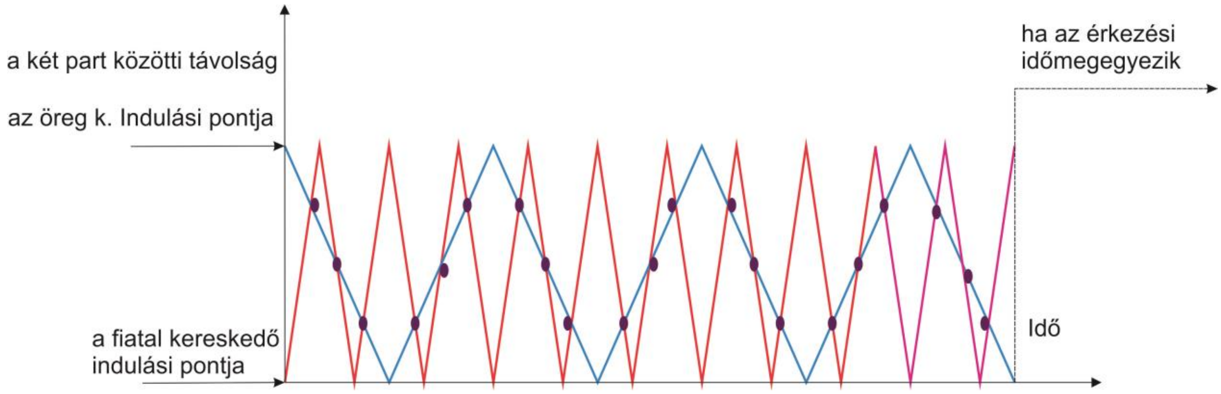
$T_{ABF_\Delta} = \frac{AB \cdot FG}{2} = \frac{CD \cdot FH}{2} = T_{CDF_\Delta}$. Tehát ABF és CDF egyenlő területű háromszögek.

5. feladat: Egy folyó két ellentétes partjáról egy öreg és egy fiatal kereskedő ugyanazon a pallón szeretné áruval megtöltött zsákjait áthordani a másik oldalra. Az öreg kereskedőnek 4 zsákja, a fiatalnak 11 zsákja van. Egyszerre indulnak egymással szembe, és mindegyik egyszerre egy zsákot cipel. Zsákkal megrakodva is, és zsák nélkül is, ugyanazzal az állandó sebességgel haladnak, ám a fiatal gyorsabb, mint az öreg kereskedő. Hányszor találkoznak összesen, amíg mindketten áthordják a zsákjaikat, és egyszerre végeznek?

Császár Sándor,Csíkmadaras

Megoldás: Az öreg kereskedő a fiatallal egyszerre végez, összesen 7-szer kell átmennie a pallón, a fiatal ezalatt 21-szer. Ez azt jelentette, hogy amíg az öreg kereskedő egyszer áthaladt a hídon, a fiatallal 3-szor találkozott, és mivel ellentétes partról indultak, mikor az öreg kereskedő átért, a fiatal éppen az ellentétes oldalon tartózkodott, tehát összesen 21-szer találkoztak.

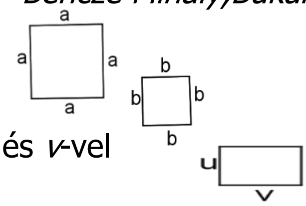
Grafikus szemléltetés:



6. feladat: Veronka egy téglalapot az oldalakkal párhuzamos egyenesek mentén vízszintesen 56, függőlegesen pedig 7 részre darabolt fel, és azt tapasztalta, hogy egybevágó négyzetek keletkeztek. Peti egy ugyanakkora téglalappal hasonlóan járt el, csak vízszintesen 80, függőlegesen 10 részre vágta fel, és ő is azt tapasztalta, hogy egybevágó négyzetek keletkeztek. Igazold, hogy ha Réka egy ugyanolyan téglalapot vízszintesen 104 egyenlő részre, függőlegesen pedig 13 egyenlő részre darabol fel, az oldalakkal párhuzamosan, akkor a keletkezett téglalapok szintén négyzetek lesznek!

Bencze Mihály,Bukarest

Megoldás:



Jelölje *a* a Veronka által kapott négyzetek oldalainak hosszát
Jelölje *b* a Peti által kapott négyzetek oldalainak hosszát
Réka által kapott téglalapok oldalainak hosszát jelöljük *u*-val és *v*-vel
Felírhatjuk, hogy:

$$392a^2 = 800b^2 \Rightarrow 7^2 a^2 = 10^2 b^2 \Rightarrow 7a = 10b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{7}$$

$7a = 10b = 13v \Rightarrow v = \frac{7a}{13}$ és $56a = 80b = 104u \Rightarrow u = \frac{80b}{104}$

$\frac{v}{u} = \frac{\frac{7a}{13}}{\frac{80b}{104}} \Rightarrow \frac{v}{u} = 1 \Rightarrow u = v \Rightarrow$ A Réka által kapott téglalapok négyzetek.

VIII. osztály

1. Számítsd ki az $x + y + z$ összeg értékét, ha az x, y, z valós számokra teljesülnek a következő feltételek: $4x - 9y^2 = 1$, $6y - 36z^2 = 1$ és $12z - 4x^2 = 1$.

Kovács Béla, Szatmárnémeti

Megoldás:

Összeadjuk a három egyenletet, és rendezzük a változók szerint:

$4x^2 - 4x + 1 + 9y^2 - 6y + 1 + 36z^2 - 12z + 1 = 0$

Teljes négyzetek alakulnak ki: $(2x - 1)^2 + (3y - 1)^2 + (6z - 1)^2 = 0$

Következik: $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{3}$, $z = \frac{1}{6}$.

Ellenőrizni kell, hogy ezek az értékek valóban kielégítik-e a kért feltételeket.

Az első egyenlet esetében: $4 \cdot \frac{1}{2} - 9 \cdot \frac{1}{9} = 1$ igaz.

A második egyenlet esetében. $6 \cdot \frac{1}{3} - 36 \cdot \frac{1}{36} = 1$ igaz.

A harmadik egyenlet esetében: $12 \cdot \frac{1}{6} - 4 \cdot \frac{1}{4} = 1$ igaz.

A kapott értékek mindegyik feltételt teljesítik, kiszámíthatjuk a kért összeget:

$x + y + z = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1.$

Tehát: $x + y + z = 1$.

2. Az ABCD háromoldalú gúlában AB = b, AC = c és AD = d ,
$m(\hat{BAC}) = m(\hat{CAD}) = m(\hat{DAB}) = 60^0$

a) Igazold, hogy $BC = \sqrt{b^2 - bc + c^2}$.

b) Mutasd ki, hogy $\sqrt{b^2 - bc + c^2} + \sqrt{b^2 - bd + d^2} > \sqrt{c^2 - cd + d^2}$.

Mátéfi István, Marosvásárhely

Megoldás:

a) A gúla ABC oldallapján legyen $BE \perp AC$, $E \in AC$. Az ABE háromszögben $m(\hat{ABE}) = 30^0$, tehát $AE = \frac{1}{2}b$. Alkalmazva Pitagorasz tételét az ABE háromszögben kapjuk, hogy $BE = \frac{\sqrt{3}b}{2}$.

A BEC háromszögben $m(\hat{BEC}) = 90^0$, $BE = \frac{\sqrt{3}b}{2}$, $EC = c - \frac{b}{2}$ (ha $c > \frac{b}{2}$) és $EC = \frac{b}{2} - c$ (ha $c < \frac{b}{2}$), alkalmazva Pitagorasz tételét kapjuk, hogy $BC = \sqrt{b^2 - bc + c^2}$.

b) Hasonlóan igazolható, hogy $CD = \sqrt{c^2 - cd + d^2}$ és $BD = \sqrt{b^2 - bd + d^2}$.
A BCDháromszögben felírhatjuk, hogy $BC + BD > CD$, ahonnan
$\sqrt{b^2 - bc + c^2} + \sqrt{b^2 - bd + d^2} > \sqrt{c^2 - cd + d^2}$.

3. Bizonyítsd az alábbi egyenlőtlenséget:
$\sqrt{2011} + \sqrt{2012} + \sqrt{2013} + \sqrt{2015} + \sqrt{2016} + \sqrt{2017} < 6\sqrt{2014}$.

Polcz Zita, Szatmárnémeti

Megoldás:
Megfelelő csoportosítás után, alkalmazzuk a számtani és négyzetes középarányosok közötti egyenlőtlenséget. Az $\frac{a+b}{2} \le \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$ képlet alapján, (egyenlőség csak a = besetén)

$\frac{\sqrt{2011} + \sqrt{2017}}{2} < \sqrt{\frac{2011 + 2017}{2}} = \sqrt{2014}$, $\frac{\sqrt{2012} + \sqrt{2016}}{2} < \sqrt{\frac{2012 + 2016}{2}} = \sqrt{2014}$,
$\frac{\sqrt{2013} + \sqrt{2015}}{2} < \sqrt{\frac{2013 + 2015}{2}} = \sqrt{2014}$. Összeadva a fenti egyenlőtlenségek megfelelő oldalait, és szorozva kettővel, megkapjuk a kért egyenlőtlenséget.

2. Megoldás:
A $\sqrt{a-k} + \sqrt{a+k} < 2\sqrt{a}$ egyenlőtlenség a > k > 0 esetén négyzetre emeléssel bizonyítható.
Az *a* = 2014 *és k* = 1, 2, 3 esetekre felírva az előbbi egyenlőtlenséget és összeadva ezeket, megkapjuk a kért egyenlőtlenséget.
Megjegyzés: A feladat általánosítható $\sum_{i=1}^{k}\left(\sqrt{a-i} + \sqrt{a+i}\right) < 2k\sqrt{a}$, $0 < k < a$ természetes számok esetén

4. Az ABC háromszög oldalai az a és b szigorúan pozitív valós számok számtani, mértani és harmonikus középarányosai, valamint $m(\hat{A}) = 90°$ *és* $m(\hat{B}) < m(\hat{C})$.

Igazold, hogy:

a) $\sin B = \cos^2 B$ és $\cos C = \sin^2 C$

b) $30° < m(\hat{B}) < 45° < m(\hat{C}) < 60°$.

Dr. Bencze Mihály, Bukarest

Megoldás:

a) a = b nem lehetséges, mert a háromszög derékszögű.

Mivel $\frac{2ab}{a+b} < \sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$ és $m(\hat{B}) < m(\hat{C})$, ezért

$AC < AB < BC,\ AC = \frac{2ab}{a+b},\ AB = \sqrt{ab},\ BC = \frac{a+b}{2}$.

Az ABC háromszögben felírjuk a sin és cos értelmezéseit:

$$\sin B = \frac{\frac{2ab}{a+b}}{\frac{a+b}{2}} = \frac{4ab}{(a+b)^2},\ \cos^2 B = \left(\frac{\sqrt{ab}}{\frac{a+b}{2}}\right)^2 = \frac{4ab}{(a+b)^2} \Rightarrow \sin B = \cos^2 B$$

$$\cos C = \frac{\frac{2ab}{a+b}}{\frac{a+b}{2}} = \frac{4ab}{(a+b)^2},\ \sin^2 C = \left(\frac{\sqrt{ab}}{\frac{a+b}{2}}\right)^2 = \frac{4ab}{(a+b)^2} \Rightarrow \cos C = \sin^2 C$$

b) Felírjuk az ABC háromszögben a Pitagorasz tételt:

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{ab}\right)^2 + \left(\frac{2ab}{a+b}\right)^2 \Leftrightarrow 18a^2b^2 = a^4 + b^4$$

Megfelelő átrendezés után $(a^2 - b^2)^2 - 16a^2b^2 = 0 \Leftrightarrow (a^2 - b^2 - 4ab)(a^2 - b^2 + 4ab) = 0$

Innen következik, hogy: egyrészt $a^2 - b^2 - 4ab = 0$, ahonnan $\frac{a}{b} = 2 + \sqrt{5}$.

Másrészt $a^2 - b^2 + 4ab = 0$, ahonnan $\frac{a}{b} = -2 + \sqrt{5} = \frac{1}{2+\sqrt{5}}$.

Mindkét esetben $\sin B = \frac{4ab}{(a+b)^2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

$2 < \sqrt{5} < 1 + \sqrt{2}$ egyenlőtlenségből kiindulva kapjuk

$\frac{1}{2} < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin 30° < \sin B < \sin 45°$. Felhasználva, hogy nagyobb szöghöz nagyobb sin érték tartozik, és fordítva, következik, hogy $30° < m(\hat{B}) < 45°$. Továbbá, $m(\hat{C}) = 90° - m(\hat{B})$ alapján $45° < m(\hat{C}) < 60°$. Tehát $30° < m(\hat{B}) < 45° < m(\hat{C}) < 60°$.

5. Egy kupacban 2014 mogyoró van. Egyet kiveszünk belőle, és a többit két részre osztjuk. Ezután megint kiveszünk egy mogyorót egy olyan kupacból, amelyben egynél több mogyoró van, és egyik kupacot megint két részre osztjuk. Lehetséges-e, hogy

néhány művelet után minden kupacban ugyanannyi mogyoró maradjon? Ha igen, legkevesebb hány lépés szükséges?

Istók Éva, Kézdivásárhely és Orbán Julianna, Déva

Megoldás:

Legyen n a műveletek száma. Mivel minden kupacban ugyanannyi mogyoró kell maradjon, jelöljük x-el ezt a mennyiséget; n és x zérótól különböző természetes számok.

Mivel minden művelet után eggyel kevesebb mogyorónk lesz, ezért n művelet után 2014 – n mogyorónk marad, a kupacok száma pedig n + 1 lesz.

Ha minden kupacban ugyanannyi mogyoró marad, felírhatjuk a következő egyenletet:

$$x \cdot (n+1) = 2014 - n \Leftrightarrow x = \frac{2014-n}{n+1}, \quad n, x \in \mathbf{N}^*$$

Ha $x = \frac{-n-1+2015}{n+1} = -1 + \frac{2015}{n+1} \in$ **N***, akkor

$$n+1 \in D_{2015} = \{1, 5, 13, 31, 65, 155, 403, 2015\}$$

Tehát, lehetséges, hogy néhány lépés után ugyanannyi mogyoró maradjon minden kupacban.

A szükséges legkevesebb lépésszámot megkapjuk az $n+1=5 \Leftrightarrow n=4$ esetén.

Az $x \cdot (n+1) = 2014 - n$ összefüggés felírható még $(x+1)(n+1) = 2015$ alakban is.

Mivel $(x+1)(n+1) = 5 \cdot 13 \cdot 31$, a legkevesebb lépésszámot $n+1=5$ esetén kapjuk meg, azaz $n=4$.

6. Van 2014 aranykrajcárunk. Misivel előre megegyeztünk, hogy ha elvégez egy nagy munkát, akkor szétosztjuk a krajcárokat két csoportra, és Misi választhat: vagy a nagyobbik csoport legfeljebb egy harmadát, vagy a kisebbik csoport legfeljebb két harmadát veszi el. Hogyan osszuk szét a krajcárokat, ha azt akarjuk, hogy Misi lehető legkevesebb krajcárt kapjon? Hány krajcárt kap így Misi?

Róka Sándor, Nyíregyháza

Megoldás.

Látható, hogy azt kell elérnünk, hogy bármilyen csoportot is választ Misi, majdnem egyenlő mennyiségű krajcárt kapjon. Legyen x a nagyobbik csoportban lévő krajcárok mennyisége. Tehát felírható a következő egyenlet: $\frac{1}{3}x = \frac{2}{3}(2014 - x)$. Innen $x = \frac{2}{3} \cdot 2014 = 1342{,}6\ldots$, tehát $x \in \{1342, 1343\}$, mivel x egész szám.

Legyen $x = 1342$. Ha Misi a nagyobbik csoportot választja, akkor $\frac{1}{3} \cdot 1342 = 447{,}3\ldots$, így Misi 447 krajcárt kapna. Ha Misi a kisebbik csoportot választja, akkor viszont $\frac{2}{3} \cdot 672 = 448$, így Misi 448 krajcárt kapna.

Legyen most $x = 1343$. Ha Misi a nagyobbik csoportot választja, akkor $\frac{1}{3} \cdot 1343 = 447{,}6\ldots$, így Misi 447 krajcárt kapna. Ha Misi a kisebbik csoportot választja, akkor $\frac{2}{3} \cdot 671 = 447{,}3\ldots$, így Misi megint csak 447 krajcárt kapna.

Ha tehát 1343 és 671 csoportokra osztjuk a krajcárokat, akkor bárhogy választ is Misi, 447 krajcárt kap.

A versenyen résztvevő diákok névsora

V. osztály

Ábrahám Xavér	Szent László Római Katolikus Líceum, Nagyvárad
Antal Dávid	József Attila Általános Iskola, Csíkszereda
Árva Norbert Ákos	Ady Endre Elméleti Líceum, Nagyvárad
Baranyai Dóra Eszter	10-es sz. Általános Iskola, Szatmárnémeti
Bende Timea Ivette	Kőrösi Csoma Sándor Elméleti Líceum, Kovászna
Biró Mátyás	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár
Bisericaru Andreas	Báthory István Általános Iskola, Medgyes
Borsi Evetke	Szacsvay Imre Általános Iskola, Nagyvárad
Brotea János	Váradi József Általános Iskola, Sepsiszentgyörgy
Bucescu Andreea Blanka	Áprily Lajos Nemzeti Kollégium, Brassó
Dancea Daniel	Baczkamadarasi Kis Gergely Református Gimnázium, Székelyudvarhely
Deé-Lukács Gergely	Művészeti Líceum, Marosvásárhely
Divin Judit	Ady Endre Elméleti Líceum, Nagyvárad
Farkas Krisztina-Diana	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy
Ferencz Eszter	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy
Fogarasi András	Nicolae Titulescu Általános Iskola, Kolozsvár
Fuci Anita	Nicolae Iorga Általános Iskola, Nagybánya
Grancsa Robert	Ady Endre Elméleti Líceum, Bukarest
Gulyasy Alexandru	Bartók Béla Elméleti Líceum, Temesvár
Hiriczkó Dávid	Simion Bărnuţiu Általános Iskola, Zilah
Kása Baumli Dávid	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti
Kelemen Katalin Borostyán	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Kerekes Norbert	Andrei Mureșanu Főgimnázium, Beszterce
Kéry Alexandra Regina	F. Schiller Elméleti Líceum, Nagyvárad
Kiss Ábel	10-es sz. Általános Iskola, Szatmárnémeti
Kocsis Brigitta Edina	1-es sz. Általános Iskola, Marosludas
Kotró Kosztándi Anna	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy
Kováts Álmos Botond	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti
Lackó Csongor	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy
Lackó Petra	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy
Liskai Krisztián	Bălcescu- Petőfi Általános Iskola, Szatmárnémeti
Ludescher Júlia	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Mátyás András	József Attila Általános Iskola, Csíkszereda
Mátyus Bence	Orbán Balázs Általános Iskola, Székelyudvarhely
Mészár Anna Orsolya	Csíky Gergely Nemzeti Kollégium, Arad
Molnár Dávid	Szent László Római Katolikus Líceum, Nagyvárad
Moroşanu Norbert	Báthory István Általános Iskola, Medgyes
Muszka Csaba	Josephus Calasantius Római Katolikus Líceum, Nagykároly
Nagy Kitti	Iuliu Maniu Általános Iskola, Zilah
Nagy Lenard	Szállítási Szakkollégium, Felsőbánya

Nagy Mátyás	Nagy Imre Általános Iskola, Csíkszereda
Orbán Emese	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár
Orbán Tímea	2-es sz. Általános Iskola, Brassó
Ördög Kinga	József Attila Általános Iskola, Csíkszereda
Orosz Katalin	Bartók Béla Elméleti Líceum, Temesvár
Osváth Tamás	Téglás Gábor Elméleti Líceum, Déva
Pap Richard - Zoltán	Szacsvay Imre Általános Iskola, Nagyvárad
Péter Ákos	Kiss Ferenc Általános Iskola, Csíkmadaras
Popa Andrei	Andrei Mureșanu Főgimnázium, Beszterce
Prunache Anna Eveline	Ady Endre Elméleti Líceum, Bukarest
Rokaly Barna	Fogarasy Mihály Általános Iskola, Gyergyószentmiklós
Sikó Debóra	Művészeti Líceum, Marosvásárhely
Simon Zsók Anett	Mikes Kelemen Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy
Szabó Lóránd	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár
Tóth Tibor-Richárd	Csíky Gergely Nemzeti Kollégium, Arad
Veres Vivien Alexandra	Szent László Római Katolikus Líceum, Nagyvárad
Vernes Dávid László	Bethlen Gábor Nemzeti Kollégium, Nagyenyed
Vitus Szabolcs	Váradi József Általános Iskola, Sepsiszentgyörgy

VI. osztály

Ambarus Egyed Ágnes	János Zsigmond Elméleti Líceum, Kolozsvár
Anderlik Patrik	Téglás Gábor Elméleti Líceum, Déva
Bereczki-Orbán András	Baczkamadarasi Kis Gergely Református Gimnázium, Székelyudvarhely
Boros Csaba	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti
Borsai Erwin	Téglás Gábor Elméleti Líceum, Déva
Bronţ Zsanett	Arany János Elméleti Líceum, Nagyszalonta
Csabai Anita	2-es sz. Általános Iskola, Brassó
Csibi Alexandra	Nagy Imre Általános Iskola, Csíkszereda
Csutak Dávid	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy
Damokos Beatrix	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy
Dobos Ervin	Református Líceum, Szatmárnémeti
Farkas Bence	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Fekete Agnes	Nicolae Iorga Általános Iskola, Nagybánya
Fodor Orsolya Szilvia	Téglás Gábor Elméleti Líceum, Déva
Galaczi Jácinta	Dani Gergely Általános Iskola, Gyimesbükk
Gittinger András	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti
Győrfi Orsolya	Kölcsey Ferenc Nemzeti Kollégium, Szatmárnémeti
Havas Panna	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti
Jakab Etele	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Józsa Kriszta	Áprily Lajos Nemzeti Kollégium, Brassó
Kantor Éva-Andrea	Művészeti Líceum, Marosvásárhely
Kéry Imola Vivien	F. Schiller Elméleti Líceum, Nagyvárad
Kiss Andrea-Tímea	Konsza Samu Általános Iskola, Nagybacon
Kocsis Boglarka	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Kovacs Edgar Vilmos	Apáczai Csere János Elméleti Líceum, Kolozsvár

Kovács Sándor	Ady Endre Elméleti Líceum, Nagyvárad
Kristó Roland	Liviu Rebreanu Általános Iskola, Csíkszereda
Krivosik Alpár	Váradi József Általános Iskola, Sepsiszentgyörgy
Kundi Ilona	Tálentum Református Általános Iskola, Kolozsvár
Lepedus Erzsébet	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti
Lőrincz Bálint-Imre	16-os sz. Általános Iskola, Nagyvárad
Lőrincz Róbert	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti
Mészáros Letitia-Izabela	Csíky Gergely Nemzeti Kollégium, Arad
Miklós Csenge	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy
Miklós Dóra	Székely Mózes Általános Iskola, Lövéte
Militaru Júlia	Bartók Béla Elméleti Líceum, Temesvár
Mózsa Attila	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Ördög Hunor	Florea Bogdan Általános Iskola, Szászrégen
Pallai Hunor	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti
Pap Gyopár	Kőrösi Csoma Sándor Elméleti Líceum, Kovászna
Pop Kriszta	Nicolae Iorga Általános Iskola, Nagybánya
Posta Csanád	Palló Imre Művészeti Líceum, Székelyudvarhely
Roth Apor	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy
Scram-Deák Péter	Bethlen Gábor Általános Iskola, Székelyudvarhely
Seres Brigitta	Simion Bărnuţiu Általános Iskola, Zilah
Simó Szabolcs	Tamási Áron Elméleti Líceum, Székelyudvarhely
Simon Katalin	Ady Endre Elméleti Líceum, Bukarest
Spier Rebeka Petra	Csíky Gergely Nemzeti Kollégium, Arad
Szabó Dóra-Renáta	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Szabó Thalmeiner Bence	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti
Szász Zsolt	Gaál Mózes Általános Iskola, Barót
Szegedi Dóra	Ady Endre Elméleti Líceum, Bukarest
Tamás Noémi	Bethlen Gábor Nemzeti Kollégium, Nagyenyed
Tök-Dietrich Norbert	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy
Török Andrea	Bethlen Gábor Általános Iskola, Székelyudvarhely
Trombitas Erzsebet Dorottya	Általános Iskola, Árpástó
Vass Annamária	Tamási Áron Elméleti Líceum, Székelyudvarhely
Vicsi Márk	Simion Bărnuţiu Általános Iskola, Zilah
Zöldi Tamás-Botond	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely

VII. osztály

Bács Tamás	Mikes Kelemen Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy
Balázs-Bécsi Anna	Nagy István Művészeti Líceum, Csíkszereda
Busch Szabó Anna	Orbán Balázs Elméleti Líceum, Székelykeresztúr
Csegezi Balázs Csongor	Bethlen Gábor Nemzeti Kollégium, Nagyenyed
Csomay Eszter	Lorántffy Zsuzsanna Református Líceum, Nagyvárad
Csutak Zsolt	2-es sz. Általános Iskola, Brassó
Daczó Dávid	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy
Darlaczi Zoltan Attila	Általános Iskola, Szentmáté

Decsei Barbara	Brassai Sámuel Elméleti Líceum, Kolozsvár
Erdei Csongor	Miskolczy Károly Általános Iskola, Micske
Fazakas Borbála	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár
Füstös Ferenc	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár
Garfield Adrienne	János Zsigmond Elméleti Líceum, Kolozsvár
Harkay Gabriella	Bartók Béla Elméleti Líceum, Temesvár
Horgos Patrick	Horváth János Elméleti Líceum, Marghita
Katona Hunor	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár
Kelemen Hunor	Miskolczy Károly Általános Iskola, Micske
Kerekes Krisztina	Orbán Balázs Általános Iskola, Székelyudvarhely
Keresztes Beáta	Simion Bărnuţiu Általános Iskola, Zilah
Knobloch Esztergár Péter	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár
Kozman Botond	Petőfi Sándor Általános Iskola, Kézdivásárhely
Kurunczi Viktória	Csíky Gergely Nemzeti Kollégium, Arad
Kutnik Andrea Virág	Csíky Gergely Nemzeti Kollégium, Arad
Lukács Márton Örs	Nagy István Művészeti Líceum, Csíkszereda
Marica Edina	Áprily Lajos Nemzeti Kollégium, Brassó
Márton Vazul	Petőfi Sándor Általános Iskola, Csíkszereda
Nagy Örs	Tamási Áron Elméleti Líceum, Székelyudvarhely
Oláh Tibor Dávid	Bartók Béla Elméleti Líceum, Temesvár
Péter Anna Fanni	S. Illyés Lajos Általános Iskola, Szováta
Péter István	Petőfi Sándor Általános Iskola, Csíkszereda
Pop Brigitta	Szacsvay Imre Általános Iskola, Nagyvárad
Popa-Müller Viktor Dávid	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Rancz Máté	Nagy Imre Általános Iskola, Csíkszereda
Salánki Miklós	Ady Endre Elméleti Líceum, Nagyvárad
Sallai Tamás Levente	Simion Bărnuţiu Általános Iskola, Zilah
Soós Márton	Zajzoni Rab István Elméleti Líceum, Négyfalu
Szép Bence	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti
Szolomaier Noémi	10-es sz. Általános Iskola, Szatmárnémeti
Tamás Benedek	Nagy Imre Általános Iskola, Csíkszereda
Tamás Nándor-Károly	Kelemen Didák Általános Iskola, Kézdialmás
Tempfli Levente	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti
Tóth Dóra	S. Illyés Lajos Általános Iskola, Szováta
Vigh Viktória Enikó	Lorántffy Zsuzsanna Református Líceum, Nagyvárad
Virág Thekla-Mária	Dani Gergely Általános Iskola, Gyimesbükk

VIII. osztály

Agócs Henrietta	Horváth János Horváth János, Margitta
Bakó Bence	Váradi József Általános Iskola, Sepsiszentgyörgy
Bálint Hunor	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy
Baranyai István Dávid	10-es sz. Általános Iskola, Szatmárnémeti
Bartis Zsolt	Márton Áron Elméleti Líceum, Csíkszereda
Bauer Artur	Nicolae Iorga Általános Iskola, Nagybánya
Beke Viktória Kincső	Horváth János Horváth János, Margitta

Béres-Duha Csongor	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Borcsa Hunor	Váradi József Általános Iskola, Sepsiszentgyörgy
Dáni Eszter	Nagy Mózes Elméleti Líceum, Kézdivásárhely
Demeter Ábel	Váradi József Általános Iskola, Sepsiszentgyörgy
Fekete Dániel	Bethlen Gábor Általános Iskola, Székelyudvarhely
Finta Klara-Enikő	János Zsigmond Elméleti Líceum, Kolozsvár
Harkó Csanád	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy
Hegyi Boglárka	Csíky Gergely Nemzeti Kollégium, Arad
Iuhas Erik - Ovidiu	Ady Endre Elméleti Líceum, Nagyvárad
Jakab Júlia	Jósika Miklós Elméleti Líceum, Torda
Kacsó Péter-Gábor	Ady Endre Elméleti Líceum, Bukarest
Katona-Bugner Attila Krisztián	Apáczai Csere János Elméleti Líceum, Kolozsvár
Mag Róbert	Tamási Áron Elméleti Líceum, Székelyudvarhely
Mátyás Gergely-Péter	József Attila Általános Iskola, Csíkszereda
Ördög Ákos	József Attila Általános Iskola, Csíkszereda
Ördög Zoltán	Florea Bogdan Általános Iskola, Szászrégen
Osváth Tamás	Avram Iancu Sportiskola, Zilah
Petres Sára	Kiss Ferenc Általános Iskola, Csíkmadaras
Portik Kriszta	Florea Bogdan Általános Iskola, Szászrégen
Skapinyák Szilárd	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti
Sneff Gertrude	10-es sz. Általános Iskola, Szatmárnémeti
Soós Roland	Simion Bărnuţiu Általános Iskola, Zilah
Stelczner Norbert	Matei Corvin Technikai Kollégium, Vajdahunyad
Szabó Liza	Bartók Béla Elméleti Líceum, Temesvár
Szasz Helga	Nicolae Iorga Általános Iskola, Nagybánya
Széles Roland Edvin	Simion Bărnuţiu Általános Iskola, Zilah
Szőcs Orsolya	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár
Szonda Blanka	2-es sz. Általános Iskola, Brassó
Udvari Roberrt	Téglás Gábor Elméleti Líceum, Déva
Vinczi Richard	Báthory István Általános Iskola, Medgyes
Vita Henrietta	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Zsámbok Emese Mária	Általános Iskola, Zimándújfalu

EREDMÉNYEK

V. osztály eredmények

Sorszám	Név	Iskola	Pontszám	Minisztériumi díj	EMMV díj
1	Muszka Csaba	Josephus Calasantius Római Katolikus Líceum, Nagykároly	**49**	**I. díj**	**I. díj**
2	Ferencz Eszter	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy	**47**	**II. díj**	**I. díj**
3	Mátyás András	József Attila Általános Iskola, Csíkszereda	**45**	**III. díj**	**I. díj**
4	Árva Norbert Ákos	Ady Endre Elméleti Líceum, Nagyvárad	**44**	**Dicséret**	**II. díj**
5	Lackó Csongor	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy	**44**	**Dicséret**	**II. díj**
6	Fogarasi András	Nicolae Titulescu Általános Iskola, Kolozsvár	**43**	**Dicséret**	**III. díj**
7	Péter Ákos	Kiss Ferenc Általános Iskola, Csíkmadaras	42	**Dicséret**	**III. díj**
8	Kotró Kosztándi Anna	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy	41	**Dicséret**	**III. díj**
9	Biró Mátyás	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár	40		**Dicséret**
10	Divin Judit	Ady Endre Elméleti Líceum, Nagyvárad	40		**Dicséret**
11	Ördög Kinga	József Attila Általános Iskola, Csíkszereda	40		**Dicséret**
12	Bucescu Andreea Blanka	Áprily Lajos Nemzeti Kollégium, Brassó	39		**Dicséret**
13	Mészár Anna Orsolya	Csíky Gergely Nemzeti Kollégium, Arad	39		**Dicséret**
14	Bende Timea Ivette	Kőrösi Csoma Sándor Elméleti Líceum, Kovászna	37		
15	Orosz Katalin	Bartók Béla Elméleti Líceum, Temesvár	36		
16	Popa M. Andrei	Andrei Mureșanu Főgimnázium, Beszterce	36		
17	Nagy Mátyás	Nagy Imre Általános Iskola, Csíkszereda	35,5		
18	Sikó Debóra	Művészeti Líceum, Marosvásárhely	34		
19	Bisericaru Andreas	Báthory István Általános Iskola, Medgyes	33		
20	Ludescher Júlia	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely	33		
21	Orbán Emese	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár	33		
22	Borsi Evetke	Szacsvay Imre Általános Iskola, Nagyvárad	32		

23	Kiss Ábel	10-es sz. Általános Iskola, Szatmárnémeti	32		
24	Kocsis B.Brigitta Edina	1-es sz. Általános Iskola, Marosludas	31		
25	Lackó Petra	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy	31		
26	Liskai Krisztián	Bălcescu- Petőfi Általános Iskola, Szatmárnémeti	31		
27	Nagy Kitti	Iuliu Maniu Általános Iskola, Zilah	31		
28	Szabó Lóránd	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár	31		
29	Simon Zsók Anett	Mikes Kelemen Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy	29		
30	Deé-Lukács Gergely	Művészeti Líceum, Marosvásárhely	28		
31	Dancea Daniel	Baczkamadarasi Kis Gergely Református Gimnázium, Székelyudvarhely	27		
32	Farkas Krisztina-Diana	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy	27		
33	Kelemen Katalin Borostyán	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely	26		
34	Kováts Álmos Botond	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti	26		
35	Nagy Lenard	Szállítási Szakkollégium, Felsőbánya	26		
36	Rokaly Barna	Fogarasy Mihály Általános Iskola, Gyergyószentmiklós	26		
37	Veres Vivien Alexandra	Szent László Római Katolikus Líceum, Nagyvárad	26		
38	Gulyasy Alexandru	Bartók Béla Elméleti Líceum, Temesvár	25		
39	Kása Baumli Dávid	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti	25		
40	Moroşanu Norbert	Báthory István Általános Iskola, Medgyes	25		
41	Brotea János	Váradi József Általános Iskola, Sepsiszentgyörgy	24		
42	Tóth Tibor-Richárd	Csíky Gergely Nemzeti Kollégium, Arad	23		
43	Mátyus Bence	Orbán Balázs Általános Iskola, Székelyudvarhely	22		
44	Antal Dávid	József Attila Általános Iskola, Csíkszereda	21		
45	Prunache Anna Eveline	Ady Endre Elméleti Líceum, Bukarest	21		
46	Vitus Szabolcs	Váradi József Általános Iskola, Sepsiszentgyörgy	21		
47	Hiriczkó Dávid	Simion Bărnuţiu Általános Iskola, Zilah	20		

48	Pap Richard - Zoltán	Szacsvay Imre Általános Iskola, Nagyvárad	20		
49	Vernes Dávid László	Bethlen Gábor Nemzeti Kollégium, Nagyenyed	20		
50	Kerekes Cs. Norbert	Andrei Mureșanu Főgimnázium, Beszterce	19		
51	Osváth Tamás	Téglás Gábor Elméleti Líceum, Déva	19		
52	Molnár Dávid	Szent László Római Katolikus Líceum, Nagyvárad	18		
53	Baranyai Dóra Eszter	10-es sz. Általános Iskola, Szatmárnémeti	14		
54	Orbán Tímea	2-es sz. Általános Iskola, Brassó	14		
55	Grancsa Robert	Ady Endre Elméleti Líceum, Bukarest	12		
56	Ábrahám Xavér	Szent László Római Katolikus Líceum, Nagyvárad	8		
57	Kéry Alexandra Regina	F. Schiller Elméleti Líceum, Nagyvárad	8		

VI. osztály eredmények

Sorszám	Név	Iskola	Pontszám	Minisztériumi díj	EMMV díj
1	Roth Apor	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy	**59**	**I. díj**	**I. díj**
2	Miklós Csenge	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy	**58**	**II. díj**	**I. díj**
3	Kristó Roland	Liviu Rebreanu Általános Iskola, Csíkszereda	**48**	**III. díj**	**II. díj**
4	Ambarus Egyed Ágnes	János Zsigmond Elméleti Líceum, Kolozsvár	**42**	**Dicséret**	**III. díj**
5	Mózsa Attila	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely	**42**	**Dicséret**	**III. díj**
6	Józsa Kriszta	Áprily Lajos Nemzeti Kollégium, Brassó	**41**	**Dicséret**	**Dicséret**
7	Miklós Dóra	Székely Mózes Általános Iskola, Lövéte	**41**	**Dicséret**	**Dicséret**
8	Csibi Alexandra	Nagy Imre Általános Iskola, Csíkszereda	39		**Dicséret**
9	Szabó Dóra-Renáta	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely	39		**Dicséret**
10	Kiss Andrea-Tímea	Konsza Samu Általános Iskola, Nagybacon	37,5		**Dicséret**
11	Boros Csaba	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti	35,5		**Dicséret**
12	Jakab Etele	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely	34		**Dicséret**
13	Kantor Éva-Andrea	Művészeti Líceum, Marosvásárhely	32,5		
14	Vass Annamária	Tamási Áron Elméleti Líceum, Székelyudvarhely	32,5		
15	Fodor Orsolya Szilvia	Téglás Gábor Elméleti Líceum, Déva	31,5		
16	Kocsis Boglarka	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely	31,5		
17	Kovacs Edgar Vilmos	Apáczai Csere János Elméleti Líceum, Kolozsvár	31		
18	Vicsi Márk	Simion Bărnuţiu Általános Iskola, Zilah	30		
19	Militaru Júlia	Bartók Béla Elméleti Líceum, Temesvár	28,5		
20	Tök-Dietrich Norbert	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy	28,5		
21	Lepedus Erzsébet	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti	26,5		
22	Csutak Dávid	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy	25		
23	Kovács Sándor	Ady Endre Elméleti Líceum, Nagyvárad	25		

24	Pap Gyopár	Kőrösi Csoma Sándor Elméleti Líceum, Kovászna	25		
25	Scram-Deák Péter	Bethlen Gábor Általános Iskola, Székelyudvarhely	25		
26	Simon Katalin	Ady Endre Elméleti Líceum, Bukarest	25		
27	Lőrincz Bálint-Imre	16-os sz. Általános Iskola, Nagyvárad	24,5		
28	Bereczki-Orbán András	Baczkamadarasi Kis Gergely Református Gimnázium, Székelyudvarhely	24		
29	Dobos Ervin	Református Líceum, Szatmárnémeti	24		
30	Spir Rebaka Petra	Csíky Gergely Nemzeti Kollégium, Arad	24		
31	Győrfi Orsolya	Kölcsey Ferenc Nemzeti Kollégium, Szatmárnémeti	23,5		
32	Farkas Bence	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely	22,5		
33	Kundi Ilona	Tálentum Református Általános Iskola, Kolozsvár	22,5		
34	Pop Kriszta	Nicolae Iorga Általános Iskola, Nagybánya	22		
35	Lőrincz Róbert	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti	21,5		
36	Pallai Hunor	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti	21		
37	Zöldi Tamás-Botond	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely	21		
38	Simó Szabolcs	Tamási Áron Elméleti Líceum, Székelyudvarhely	20,5		
39	Szegedi Dóra	Ady Endre Elméleti Líceum, Bukarest	20		
40	Fekete Agnes	Nicolae Iorga Általános Iskola, Nagybánya	19		
41	Damokos Beatrix	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy	18,5		
42	Szász Zsolt	Gaál Mózes Általános Iskola, Barót	18		
43	Seres Brigitta	Simion Bărnuţiu Általános Iskola, Zilah	17		
44	Török Andrea	Bethlen Gábor Általános Iskola, Székelyudvarhely	17		
45	Krivosik Alpár	Váradi József Általános Iskola, Sepsiszentgyörgy	16,5		
46	Posta Csanád	Palló Imre Művészeti Líceum, Székelyudvarhely	16,5		
47	Szabó Thalmeiner Bence	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti	16		

48	Gittinger András	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti	15,5		
49	Bronţ Zsanett	Arany János Elméleti Líceum, Nagyszalonta	15		
50	Mészáros Letitia-Izabela	Csíky Gergely Nemzeti Kollégium, Arad	15		
51	Havas Panna	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti	12		
52	Anderlik Patrik	Téglás Gábor Elméleti Líceum, Déva	11		
53	Trombitas Erzsebet Dorottya	Általános Iskola, Árpástó	11		
54	Borsai Erwin	Téglás Gábor Elméleti Líceum, Déva	10,5		
55	Csabai Anita	2-es sz. Általános Iskola, Brassó	10		
56	Kéry Imola Vivien	F. Schiller Elméleti Líceum, Nagyvárad	9		
57	Tamás Noémi	Bethlen Gábor Nemzeti Kollégium, Nagyenyed	7,5		
58	Galanczi Jácinta	Dani Gergely Általános Iskola, Gyimesbükk	7		
59	Ördög Hunor	Florea Bogdan Általános Iskola, Szászrégen	6,5		

VII. osztály eredmények

Sorszám	Név	Iskola	Pontszám	Minisztériumi díj	EMMV díj
1	Fazakas Borbála	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár	**52**	**I. díj**	**I. díj**
2	Tamás Nándor-Károly	Kelemen Didák Általános Iskola, Kézdialmás	**46**	**II. díj**	**II. díj**
3	Garfield Adrienne	János Zsigmond Elméleti Líceum, Kolozsvár	**45**	**III. díj**	**II. díj**
4	Rancz Máté	Nagy Imre Általános Iskola, Csíkszereda	**44**	**Dicséret**	**II. díj**
5	Erdei Csongor	Miskolczy Károly Általános Iskola, Micske	**42**	**Dicséret**	**II. díj**
6	Lukács Márton Örs	Nagy István Művészeti Líceum, Csíkszereda	**40**	**Dicséret**	**III. díj**
7	Péter István	József Attila Általános Iskola, Csíkszereda	**40**	**Dicséret**	**III. díj**
8	Kurunczi Viktória	Csíky Gergely Nemzeti Kollégium, Arad	37		**Dicséret**
9	Marica Edina	Áprily Lajos Nemzeti Kollégium, Brassó	34		**Dicséret**
10	Nagy Örs	Tamási Áron Elméleti Líceum, Székelyudvarhely	34		**Dicséret**
11	Popa-Müller Viktor Dávid	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely	34		**Dicséret**
12	Salánki Miklós	Ady Endre Elméleti Líceum, Nagyvárad	34		**Dicséret**
13	Tempfli Levente	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti	33		**Dicséret**
14	Márton Vazul	József Attila Általános Iskola, Csíkszereda	32		
15	Balázs-Bécsi Anna	Nagy István Művészeti Líceum, Csíkszereda	31		
16	Kozman Botond	Petőfi Sándor Általános Iskola, Kézdivásárhely	31		
17	Tóth Dóra	S. Illyés Lajos Általános Iskola, Szováta	28		
18	Füstös Ferenc	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár	27		
19	Horgos Patrick	Horváth János Elméleti Líceum, Marghita	27		
20	Katona Hunor	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár	26		
21	Sallai Tamás Levente	Simion Bărnuţiu Általános Iskola, Zilah	26		
22	Tamás Benedek	Nagy Imre Általános Iskola, Csíkszereda	26		

23	Csutak Zsolt	2-es sz. Általános Iskola, Brassó	25		
24	Daczó Dávid	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy	25		
25	Péter Anna Fanni	S. Illyés Lajos Általános Iskola, Szováta	25		
26	Bács Tamás	Mikes Kelemen Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy	24		
27	Harkay Gabriella	Bartók Béla Elméleti Líceum, Temesvár	24		
28	Keresztes Beáta	Simion Bărnuţiu Általános Iskola, Zilah	24		
29	Csomay Eszter	Lorántffy Zsuzsanna Református Líceum, Nagyvárad	21		
30	Knobloch Esztergár Péter	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár	20		
31	Szép Bence	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti	19		
32	Decsei Barbara	Brassai Sámuel Elméleti Líceum, Kolozsvár	18		
33	Oláh Tibor Dávid	Bartók Béla Elméleti Líceum, Temesvár	18		
34	Pop Brigitta	Szacsvay Imre Általános Iskola, Nagyvárad	18		
35	Kutnik Andrea Virág	Csíky Gergely Nemzeti Kollégium, Arad	17		
36	Darlaczi Zoltan Attila	Általános Iskola, Szentmáté	15		
37	Kelemen Hunor	Miskolczy Károly Általános Iskola, Micske	15		
38	Kerekes Krisztina	Orbán Balázs Általános Iskola, Székelyudvarhely	15		
39	Szolomaier Noémi	10-es sz. Általános Iskola, Szatmárnémeti	12		
40	Vigh Viktória Enikó	Lorántffy Zsuzsanna Református Líceum, Nagyvárad	11		
41	Csegezi Balázs Csongor	Bethlen Gábor Nemzeti Kollégium, Nagyenyed	10		
42	Virág Thekla-Mária	Dani Gergely Általános Iskola, Gyimesbükk	7		

VIII. osztály eredmények

Sorszám	Név	Iskola	Pontszám	Minisztériumi díj	EMMV díj
1	Baranyai István Dávid	10-es sz. Általános Iskola, Szatmárnémeti	**48**	**I. díj**	**I. díj**
2	Szabó Liza	Bartók Béla Elméleti Líceum, Temesvár	**47**	**II. díj**	**I. díj**
3	Dáni Eszter	Nagy Mózes Elméleti Líceum, Kézdivásárhely	**44**	**III. díj**	**II. díj**
4	Vita Henrietta	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely	**35**	**Dicséret**	**III. díj**
5	Szőcs Orsolya	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár	**34**	**Dicséret**	**Dicséret**
6	Osváth Tamás	Avram Iancu Sportiskola, Zilah	**33**		**Dicséret**
7	Bartis Zsolt	Tamási Áron Elméleti Líceum, Székelyudvarhely	29,5		**Dicséret**
8	Bálint Hunor	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy	29		**Dicséret**
9	Katona-Bugner Attila Krisztián	Apáczai Csere János Elméleti Líceum, Kolozsvár	27		**Dicséret**
10	Bakó Bence	Váradi József Általános Iskola, Sepsiszentgyörgy	26,5		**Dicséret**
11	Finta Klara-Enikő	János Zsigmond Elméleti Líceum, Kolozsvár	25		**Dicséret**
12	Petres Sára	Kiss Ferenc Általános Iskola, Csíkmadaras	25		**Dicséret**
13	Agócs Henrietta	Horváth János Elméleti Líceum, Marghita	24,5		
14	Fekete Dániel	Bethlen Gábor Általános Iskola, Székelyudvarhely	24		
15	Ördög Ákos	József Attila Általános Iskola, Csíkszereda	23		
16	Iuhas Erik - Ovidiu	Ady Endre Elméleti Líceum, Nagyvárad	21,5		
17	Jakab Júlia	Jósika Miklós Elméleti Líceum, Torda	21		
18	Kacsó Péter-Gábor	Ady Endre Elméleti Líceum, Bukarest	19		
19	Széles Roland Edvin	Simion Bărnuţiu Általános Iskola, Zilah	19		
20	Harkó Csanád	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy	17,5		
21	Demeter Ábel	Váradi József Általános Iskola, Sepsiszentgyörgy	17		
22	Mátyás Gergely-Péter	József Attila Általános Iskola, Csíkszereda	17		
23	Portik Kriszta	Florea Bogdan Általános Iskola, Szászrégen	17		

24	Sneff Gertrude	10-es sz. Általános Iskola, Szatmárnémeti	16,5		
25	Borcsa Hunor	Váradi József Általános Iskola, Sepsiszentgyörgy	16		
26	Szasz Helga	Nicolae Iorga Általános Iskola, Nagybánya	15,5		
27	Hegyi Boglárka	Csíky Gergely Nemzeti Kollégium, Arad	14		
28	Mag Róbert	Tamási Áron Elméleti Líceum, Székelyudvarhely	13,5		
29	Stelczner Norbert	Matei Corvin Technikai Kollégium, Vajdahunyad	13,5		
30	Udvari Robert	Téglás Gábor Elméleti Líceum, Déva	13,5		
31	Vinczi Richard	Báthory István Általános Iskola, Medgyes	13,5		
32	Beke Viktória Kincső	Horváth János Elméleti Líceum, Marghita	12,5		
33	Béres-Duha Csongor	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely	12,5		
34	Ördög Zoltán	Florea Bogdan Általános Iskola, Szászrégen	12,5		
35	Soós Roland	Simion Bărnuţiu Általános Iskola, Zilah	11		
36	Skapinyák Szilárd	Hám János Római Katolikus Teológiai Líceum, Szatmárnémeti	10,5		
37	Bauer Artur	Nicolae Iorga Általános Iskola, Nagybánya	10		
38	Soós Márton	Zajzoni Rab István Elméleti Líceum, Négyfalu	9,5		
39	Szonda Blanka	2-es sz. Általános Iskola, Brassó	9,5		
40	Zsámbok Emese Mária	Általános Iskola, Zimándújfalu	8		

A versenyen résztvevő tanárok névsora

Nagy Enikő	Szent László Római Katolikus Teológiai Líceum, Nagyvárad
Tamási Csaba	Márton Áron Elméleti Líceum, Csíkszereda
Ujlaki Zita	Nicolae Iorga Általános Iskola , Nagybánya
Székely Éva	Báthory István Általános Iskola, Medgyes
Kóbori Annamária	Bethlen Gabor Főgimnázium, Nagyenyed
Gödri Judith	Székely Mikó Elméleti Líceum, Sepsiszentgyörgy
Dáni Zsuzsa	Nagy Mózes Elméleti Líceum, Kézdivásárhely
Hodgyai Edit	Miskolczy Károly Általános Iskola, Micske
Nagy Örs	Báthory István Elméleti Líceum, Kolozsvár
Tankó Mihály	Dani Gergely Általános Iskola , Gyimesbükk
Forgács István	Kölcsey Ferenc Főgimnázium, Szatmárnémeti
Spier Tunde	Csiky Gergely Főgimnázium, Arad
Polcz Zita	Hám János Római Katolikus Líceum, Szatmárnémeti
Erdei Sándor	Miskolczy Károly Általános Iskola, Micske
Fodor Erika	Andrei Muresanu Főgimnázium, Beszterce
Ugron Szabolcs	Konsza Samu Általános Iskola, Nagybacon
Téglás Anna Ilona	1-es sz. Általános Iskola, Marosludas
Tempfli Gabriella	Bălcescu- Petőfi Általános Iskola, Szatmárnémeti
András Ibolya	Tamási Áron Elméleti Líceum, Szekelyudvarhely
Molnár Klára	Petőfi Sándor Általános Iskola , Csíkszereda
Csikai Ildikó	József Attila Általános Iskola , Csíkszereda
Ördög Zoltán József	Florea Bogdan Általános Iskola , Szászrégen
Madaras Beáta – Enikő	S. Illyés Lajos Általános Iskola, Szováta
Kiss Mihály András	M. Corvin Szakkollégium, Vajdahunyad
Durugy Erika	Téglás Gábor Elméleti Líceum, Torda
Szebeni Klára	Ady Endre Elméleti Líceum, Bukarest
Székely Tivadar	Báthory István Általános Iskola, Medgyes
Faluvégi Melánia	Silvania Főgimnázium, Zilah
Fülöp Edit	Áprily Lajos Főgimnázium, Brassó
Albert Etelka	Bartók Béla Elméleti Líceum, Temesvár

A VERSENY SZERVEZÉSÉBEN RÉSZT VÁLLALTAK

dr.Bálint István - igazgató	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Horváth Gabriella - igazgatóhelyettes	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
György Gabriella	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Horváth Éva	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Mátéfi István	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Simon János	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Szilágyi Emőke	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Stan Ágota	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Barabás Miklós	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Dávid Anikó	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Szitai Tünde	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
László József	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Hajdu Zoltán	Bolyai Farkas Elméleti Líceum, Marosvásárhely
Oniga Erika	történész

Bolyai Farkas Elméleti Líceum
- néptánccsoportja
- IV. osztályos diákjai
- Kájoni János Furulyakör
- szervezésben részt vállaló diákjai

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem
Bolyai Farkas Elméleti Líceum munkaközössége

Támogatóink:

A Román Tanügyminisztérium

A Marosvásárhelyi Polgármesteri Hivatal

A Maros Megyei Tanfelügyelőség

Balassi Intézet, Budapest

Bolyai Farkas Elméleti Líceum

Tartalom

Műszaki szerkesztés: 4
A feladatokat összeállító versenybizottság tagjai: 4
A versenybizottság tagjai 4
Előszó 5
Feladatsorok 6
V. osztály 6
VI. osztály 7
VII. osztály 8
VIII. osztály 9
Megoldások 10
V. osztály 10
VI. osztály 13
VII. osztály 15
VIII. osztály 19
A versenyen résztvevő diákok névsora 24
V. osztály 24
VI. osztály 25
VII. osztály 26
VIII. osztály 27
EREDMÉNYEK 29
A versenyen résztvevő tanárok névsora 39
A VERSENY SZERVEZÉSÉBEN RÉSZT VÁLLALTAK 40
Támogatóink: 41