文章编号: 0559-9350 (2004) 03-0065-06

基于改进层次分析法的模糊综合评价模型

金菊良1, 魏一鸣2, 丁晶

(1. 合肥工业大学 土木建筑工程学院,安徽 合肥 230009; 2. 中国科学院 科技政策与管理科学研究所,北京 100080; 3. 四川大学 水利水电工程学院,四川 成都 610065)

摘要:模糊综合评价在理论和应用中的关键问题是如何合理确定各评价指标的权重。为此,提出了直接根据单指标相对隶属度的模糊评价矩阵,构造层次分析法中的判断矩阵,用以确定各评价指标权重。给出了用加速遗传算法检验和修正判断矩阵的一致性和计算判断矩阵各要素的权重的模糊综合评价模型(AHP_FCE)。实例表明,AHP_FCE 方法简便和通用,计算结果较为客观和稳定,在系统工程理论和实践的各种综合评价中具有推广应用价值。

关键词:模糊综合评价; 层次分析法; 判断矩阵; 加速遗传算法

中图分类号: TV213 文献标识码: A

作为定性分析和定量分析综合集成的一种常用方法,模糊综合评价(Fuzzy Comprehensive Evaluation_FCE)已在工程技术、经济管理和社会生活中得到广泛应用 [1~3]。目前模糊综合评价的研究难点之一,就是如何科学、客观地将一个多指标问题综合成一个单指标的形式,以便在一维空间中实现综合评价,其实质就是如何合理地确定这些评价指标的权重 [4~6]。在近年来提出的确定权重的主要方法中,等权重法在各方案的综合评价值相差不大时常常给决策带来困难 [2];统计试验法、专家评分法和集值统计迭代法在评价指标较多时实现起来较为困难 [3];权重随各评价指标值的不同取值状态而变化的变权重法 [3.7],是将权重作为各评价指标值的函数,而构造该函数的形式需根据对研究问题具体情况的深刻理解和丰富的应用数学经验进行,有时需要通过大量的统计来描绘"权重矢量场",进而得出近似公式,因此变权重法实际应用起来很困难;层次分析法(Analytic Hierarchy Process_AHP),是从定性分析到定量分析综合集成的一种典型的系统工程方法,它将人们对复杂系统的思维过程数学化,将人的主观判断为主的定性分析进行定量化,将各种判断要素之间的差异数值化,帮助人们保持思维过程的一致性,适用于复杂的模糊综合评价系统,是目前一种被广泛应用的确定权重的方法 [1.4.6.8]。AHP 在实用中存在的主要问题是如何构造、检验和修正判断矩阵的一致性问题和计算判断矩阵各要素的权重。目前已提出的处理方法的主要问题是主观性强、修正标准对原判断矩阵而言不能保证是最优的或只对判断矩阵的个别元素进行修正,但至今尚没有一个统一的修正模式,实际应用 AHP 时多数是凭经验和技巧进行修正,缺乏相应的科学理论和方法指导 [9]

在上述研究的基础上,本文提出了根据模糊评价矩阵构造用于确定各评价指标权重的判断矩阵的新思路,进而研制了用加速遗传算法(Accelerating Genetic Algorithm_AGA) ^[10] 检验、修正判断矩阵的一致性和计算 AHP 中各要素的权重的模糊综合评价新模型(AHP_FCE),并用于水资源系统工程实例中。

1 基于改进层次分析法的模糊综合评价模型(AHP_FCE)

收稿日期: 2003-02-24

基金项目:教育部优秀青年教师资助计划(教人司[2002]350);安徽省优秀青年科技基金;四川大学高速水力学国家 重点实验室开放基金(0201);安徽省自然科学基金(01045102)

作者简介: 金菊良(1966-), 男, 江苏吴江人, 教授, 博士, 从事水资源系统工程研究。

SHUILI XUEBAO

不失一般性,下面以工程方案优选为例,说明 AHP FCE 的建模过程,它包括如下 4 个步骤。

(1)根据所研究评价系统的实际情况,从代表性、系统性和适用性等的角度,建立模糊综合评价的评价指标体系,由各评价指标的样本数据建立单评价指标的相对隶属度的模糊评价矩阵。模糊综合评价的最终目的就是在论域 m 个方案之间作相对优劣的比较,从中选择相对最优的方案,这种优选与论域以外的方案无关,根据这一优化的相对性可以确定各评价指标值的相对隶属度和论域中相对优等方案与相对次等方案 [2]。不失一般性,设有 n 个评价指标组成对全体 m 个方案的评价指标样本集数据 $\{x(i,j) \mid i=1\sim n,j=1\sim m\}$,各指标值 x(i,j) 均为非负值。为确定单个评价指标的相对隶属度的模糊评价矩阵,消除各评价指标的量纲效应,使建模具有通用性,需对样本数据集 $\{x(i,j)\}$ 进行标准化处理 [1,2,6]。为了尽可能保持各评价指标值的变化信息 [2],对越大越优型指标的标准化处理公式可取为

$$r(i, j) = x(i, j) / [x_{max}(i) + x_{min}(i)]$$
 (1)

对越小越优型指标的标准化处理公式可取为

$$r(i, j) = [x_{max}(i) + x_{min}(i) - x(i, j)] / [x_{max}(i) + x_{min}(i)]$$
(2)

对越中越优型指标的标准化处理公式可取为

$$r(i,j) = \begin{cases} x(i,j)/[x_{mid}(i) + x_{\min}(i)], x_{\min}(i) \le x(i,j) < x_{mid}(i) \\ [x_{\max}(i) + x_{mid}(i) - x(i,j)]/[x_{\max}(i) + x_{mid}(i)], x_{mid}(i) \le x(i,j) < x_{\max}(i) \end{cases}$$
(3)

式中: $x_{min}(i)$ 、 $x_{max}(i)$ 、 $x_{mid}(i)$ 分别为方案集中第 i 个指标的最小值、最大值和中间最适值;r(i,j)为标准化后的评价指标值,也就是第 j 个方案第 i 个评价指标从属于优的相对隶属度值, $i=1\sim n$, $j=1\sim m$ 。

以这些 r(i, j) 值为元素可组成单评价指标的模糊评价矩阵 $R=(r(i, j))_{n \times m}$ 。

(2) 根据模糊评价矩阵 $R=(r(i,j))_{n\times m}$ 构造用于确定各评价指标权重的判断矩阵 $B=(b_{i,j})_{n\times m}$ 。模糊综合评价的实质是一种优选过程,从综合评价的角度看,若评价指标 i1 的样本系列 $\{r(i1,j)\mid j=1\sim m\}$ 的变化程度比评价指标 i2 的样本系列 $\{r(i2,j)\mid j=1\sim m\}$ 的变化程度大,则评价指标 i1 传递的综合评价信息比评价

指标
$$i2$$
 传递的综合评价信息多 [11]。基于此,可用各评价指标的样本标准差 $s(i) = \left[\sum_{j=1}^{m} (r(i,j) - \bar{r}_2)/m\right]^{0.5}$

反映各评价指标对综合评价的影响程度,并用于构造判断矩阵 B。其中 $\bar{r}_i = \sum_{i=1}^m r(i,j)/m$ 为各评价指标下

样本系列的均值, i=1~n。于是, 按照式(4)可得到1~9级判断尺度的判断矩阵[8]

$$b_{ij} = \begin{cases} \frac{s(i) - s(j)}{s_{\text{max}} - s_{\text{min}}} (b_m - 1) + 1, s(i) \ge s(j) \\ 1 / \left[\frac{s(j) - s(i)}{s_{\text{max}} - s_{\text{min}}} (b_m - 1) + 1 \right], s(i) < s(j) \end{cases}$$
(4)

式中: s_{min} 、 s_{max} 分别为 $\{s(i) | i=1 \sim n\}$ 的最小值和最大值; 相对重要性程度参数值 $b_m=min\{9, int [s_{max}/s_{min} + 0.5]\}$, min 和 int 分别为取小函数和取整函数。

(3) 判断矩阵 B 的一致性检验、修正及其权重 w_i ($i=1\sim n$) 的计算,要求满足: $w_i>0$ 和= $\sum_{i=1}^n w_i=1$ 。根据判断矩阵 B 的定义,理论上有 [8]

$$b_{ij} = w_i / w_i \quad (i, j = 1 \sim n)$$
 (5)

这时矩阵 B 具有如下性质 [8, 12]: ① $b_{ii}=w_i/w_i=1$;② $b_{ji}=w_j/w_i=1/b_{ij}$;③ $b_{ij}b_{jk}=(w_i/w_j)(w_j/w_k)=w_i/w_k=b_{ik}$ 。其中:称性质①为判断矩阵的单位性;称性质②为判断矩阵的倒数性(互反性);称性质③为判断矩阵的一致性条件,它表示相互关系可以定量传递。性质③也是性质①和性质②的充分条件。

现在的问题就是由已知判断矩阵 $B=\{b_{ij}\}_{n\times n}$,来推求各评价指标的权重值 $\{w_i \mid i=1 \sim n\}$ 。若判断矩阵 B 满足式(5),决策者能精确度量 w_i/w_j ,即 $b_{ij}=w_i/w_j$,判断矩阵 B 具有完全的一致性,则有

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left| b_{ij} w_j - w_i \right| = 0 \tag{6}$$

式中: ||为取绝对值。由于实际评价系统的复杂性、人们认识上的多样性以及主观上的片面性和不稳定性,判断矩阵 B 的一致性条件不完全满足在实际应用中是客观存在、无法完全消除的,AHP 法只要求判断矩阵 B 具有满意的一致性,以适应各种复杂系统。若 B 不具有满意的一致性,则需要修正。设 B 的修正判断矩阵为 $Y=\{y_{ij}\}_{n\times n}$,Y 各要素的权重值仍记为 $\{w_i \mid i=1 \sim n\}$,则称使式 (7) 最小的 Y 矩阵为 B 的最优一致性判断矩阵

$$\min CIC(n) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} |y_{ij} - b_{ij}| / n^{2} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} |y_{ij} w_{ij} - w_{i}| / n^{2}$$
s. t. $y_{ii}=1$ $(i=1 \sim n, j=i+1 \sim n)$

$$1/y_{ji} = y_{ij} \in [b_{ij} - db_{ij}, b_{ij} + db_{ij}] \qquad (i=1 \sim n, j=1+1 \sim n)$$

$$w_{i} > 0 \qquad (i=1 \sim n)$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_{i} = 1$$
(7)

式中:称目标函数 CIC(n)为一致性指标系数(Consistency Index Coefficient); d 为非负参数,根据笔者的经验可从 [0,0 5]内选取;其余符号同前。式(7)是一个常规方法较难处理的非线性优化问题,其中权重值 w_i ($i=1\sim n$)和修正判断矩阵 $Y=\{y_{i,j}\}_{n\times n}$ 的上三角矩阵元素为优化变量,对 n 阶判断矩阵 n 共有 n n 个独立的优化变量。显然,式(7)左端的 CIC(n)值越小则判断矩阵 n 的一致性程度就越高,当取全局最小值 CIC(n)=0 时则 n 时则 n 日式(6)和式(5)成立,此时判断矩阵 n 具有完全的一致性,又根据约束条件

 $\sum_{i=1}^{n} w_{i} = 1$ 知,该全局最小值是唯一的。模拟生物优胜劣汰规则与群体内部染色体信息交换机制的加速遗传

算法(AGA),是一种通用的全局优化方法,用它来求解式(7)所示的问题较为简便而有效。AGA 算法可参见文献 [6,10]。

对于不同阶数 n 的判断矩阵, 其一致性指标系数 CIC(n) 值也不同。为了度量判断矩阵是否具有满意的

一致性,这里引入判断矩阵的平均随机一致性指标系数 R I C(n) 值。用随机模拟方法分别对 $3\sim n$ 阶各构造 500 个随机判断矩阵,它们满足判断矩阵的单位性和倒数性,但不保证判断矩阵满足一致性条件,计算这 些随机矩阵的一致性指标系数值,然后平均即得 RIC(n) 值,参见表 1。可见,RIC(n) 值在 $0.277\sim 0.578$ 之间。经大量的实例计算,笔者初步认为,当判断矩阵的一致性指标系数 CIC(n) <0.10 时,可认为该判断矩阵具有满意的一致性,据此计算的各评价指标的权重值 $<0.277\sim 0.578$ 法可以接受的;否则需提高参数 d,直到具有满意的一致性为止。

表 1 判断矩阵平均随机一致性指标系数 RIC(n)值

阶数 n	3	4	5	6	7	8	9
RIC(n)	0. 578	0. 487	0. 451	0. 377	0.321	0.308	0. 277

(4) 把各评价指标的权重值 w_i 与各方案相应评价指标的相对隶属度值 r(i,j) 相乘并累加,可得模糊评价的综合指标值 z(i)

$$z(j) = \sum_{i=1}^{n} w_i r(i, j)$$
 (j=1~m) (8)

综合指标值 z(j)越大说明第 j 个方案越优,据此可进行科学决策。

现对上述 AHP_FCE 法再作初步的理论分析。AHP 法的主要内容,就是将待评价的复杂系统各要素按其关联隶属关系建立递阶层次结构模型,构造两两比较的判断矩阵,并据此求解各要素权重和检验、修正判断矩阵的一致性。AHP_FCE 法,直接从原判断矩阵 B 的一致性程度出发构造式(7)的修正判断矩阵的准则函数,根据式(7),原判断矩阵 B 具有完全一致性的充要条件是式(7)取全局最小值 CIC(n)=0,该修正准则较为直观和简便;AHP_FCE 法通过原判断矩阵 B 各要素的调整来修正,因此该法的修正具有全局性;笔者的AHP_FCE 的灵敏度分析的结果表明了 AHP_FCE 的计算结果是稳定的;研究表明,AHP_FCE 法的修正幅度与目前提出的其它修正方法相比很小,而 AHP_FCE 法的权重的计算结果则与大多数修正方法相一致 [9],说明 AHP FCE 法尽可能利用原判断矩阵的信息。

在目前常用的计算判断矩阵权重的方法中[12]:行和正规化法、列和求逆法、和积法因只考虑判断矩阵 一行或一列的影响,所以计算精度不高,常作为其它迭代方法的初值:特征值法是目前最常用的方法,它 计算判断矩阵的最大特征根所对应的特征向量并归一化后作为权重,该法的不足是,在权重计算时没有考 虑判断矩阵的一致性条件,权重计算与判断矩阵的一致性检验是分开进行的,判断矩阵一旦确定,权重和 一致性指标就随之确定、无法改善,因此是一种"被动"方法,另外,当判断矩阵一致性程度很差时,求 解特征值很困难;对数回归法、最小平方法、最小偏差法、文献[12]的方法和本文的 AHP FCE 法,都是 利用判断矩阵所有元素的信息、并根据尽可能满足式(5)的一致性条件而构造相应的优化问题来推求权 重,在理论上是相互等价的,因此 AHP FCE 法具有 AHP 法中合理的排序方法应具有的置换不变性、相容性、 对称性和完全协调性等优良性质[13],这些方法对处理不完全一致性判断矩阵、残缺判断矩阵和群体专家判 断矩阵适应性强,它们把权重计算与判断矩阵的一致性检验结合起来,在一致性指标最小化下推求权重, 在判断矩阵已定的情况下,通过调整各要素的权重来改进一致性指标值,因此是一类"主动"方法,但在 实际求解时,AHP FCE 法与其它方法有所不同。对数回归法、最小平方法、最小偏差法在求解相应的优化 问题中都存在 w_i/w_i, 即所求解的权重 w_i出现在分母中, 当所求的某个权重很小时容易产生较大的计算误 差,使得计算结果稳定性差。而 AHP FCE 法和文献 [12] 的方法的灵敏度分析的结果说明,用它们计算权 重的结果较为稳健。当原判断矩阵 B 的一致性程度较差时,文献[12]的方法不具有修正一致性的功能, 而 AHP FCE 法则具有修正判断矩阵的一致性、并同时计算各要素的权重的功能,因此可认为 AHP FCE 法是 SHUILI XUEBAO

对文献[12]的方法的一种改进。

AHP_FCE 法直接根据判断矩阵的定义导出描述判断矩阵一致性程度的一致性指标系数,而目前 AHP 法常把判断矩阵的最大特征根与判断矩阵的阶数的差异来度量判断矩阵的一致性指标。可见,前者的一致性指标比后者的指标更为直观和合理。

2 应用实例

现以某水电站装机容量方案优选为例^[2],进一步说明应用 AHP_FCE 模型的过程。该例评价指标体系及4 个方案的评价指标样本数据值见表 2。

			 方案 2						
评价指标	评价指	相对隶	评价指	相对隶	评价指	相对隶	评价指	相对隶	评价指
	标值	属度值	标值	属度值	标值	属度值	标值	属度值	标权重
1 动态投资收益率(%)	23	0.605	20. 5	0. 539	18	0. 474	15	0. 395	0.040
2 可调峰系数	0.5	0.357	0. 58	0.414	0.72	0. 514	0.9	0.643	0.047
3 水能利用率	0.61	0.407	0.74	0.493	0.84	0.560	0.89	0. 593	0.039
4系统年替代费用/万元	1196.6	0.437	1094. 2	0.485	999.65	0.530	928. 1	0.563	0.030
5淹占土地/hm²	23.3	0.745	34.7	0.620	46	0.496	68	0. 255	0.095
6工程总投资/万元	2050	0.667	2680	0.564	3354	0. 456	4100	0.333	0.055
7工期/年	2.5	0.643	3	0. 571	4	0. 429	4.5	0.357	0.049
8 移民人口/人	0	1.000	0	1.000	35	0. 917	420	0.000	0. 292
9年综合利用效益/万元	0	0.000	0	0.000	20	0.667	30	1.000	0.352
AHP_FCE 综合评价值	0. 501		0. 485		0. 676		0. 498		

表 2 各方案评价指标样本数据及其 AHP_FCE 模型评价结果

该样本集中指标 4 至指标 8 为越小越优型指标,按式(2)计算相对隶属度值,其余指标为越大越优型指标,按式(1)计算相对隶属度值,结果列于表 2 中。由这些相对隶属度值得到评价指标 1 至指标 9 的 s (i) 值分别为 0.078, 0.109, 0.071, 0.048, 0.181, 0.124, 0.113, 0.422 和 0.433, 相对重要性程度值 bm=9.0, 再由式(4)即得用于确定各评价指标权重的判断矩阵 B 为

	1.000	0.613	1.139	1.634	0.319	0.511	0.580	0.123	0.120
	1.632	1.000	1.771	2.266	0.400	0.755	0.916	0.133	0.129
	0.878	0.565	1.000	1.495	0.306	0.477	0.537	0.121	0.118
	0.612	0.441	0.669	1.000	0.266	0.386	0.424	0.114	0.111
B =	3.131	2.499	3.271	3.765	1.000	2.175	2.407	0.166	0.160
	1.957	1.325	2.096	2.590	0.460	1.000	1.233	0.139	0.135
	1.724	1.092	1.863	2.358	0.415	0.811	1.000	0.135	0.131
	8.145	7.513	8.284	8.779	6.014	7.188	7.421	1.000	0.819
	8.366	7.734	8.505	9.000	6.235	7.410	7.642	1.221	1.000

用 AHP_FCE 法计算上述判断矩阵的权重,各权重的初始变化区间均取 [0,1],参数 d 取 0.2,用 AGA 算法加速 20 次,得到评价指标 1 至指标 9 的权重计算值分别为 0.040,0.047,0.039,0.030,0.095,0.055,0.049,0.292 和 0.352,相应的一致性指标系数值为 0.038,说明该判断矩阵具有满意的一致性,指标 9 (年

综合利用效益)、指标 8 (移民人口) 和指标 5 (淹占土地) 的权重相对较大,其余指标的权重相对较小。把这些权重值与各方案的相对隶属度值代入式 (8),可得方案 1 至方案 4 的模糊评价的综合指标值 z(j) 分别为 0. 501,0. 485,0. 676 和 0. 498,说明方案 3 为相对最佳方案。根据等权重法 [2] 得到的方案 1 至方案 4 的模糊评价的综合指标值 z(j) 分别为 0. 54,0. 52,0. 56 和 0. 46,说明方案 3 为相对最佳方案。可见,等权重法所得的最大与次大综合评价指标值很接近,不易决策,而 AHP_FCE 法的最大与次大综合评价指标值差异明显,有利于决策。

3 结 论

目前实际应用中模糊综合评价的主要难点之一就是如何合理地确定各评价指标的权重。为此,本文直接根据单指标模糊评价矩阵构造了用于确定各评价指标权重的判断矩阵,并提出用加速遗传算法检验和修正判断矩阵的一致性和计算层次分析法中各要素的权重的新方法(AHP_FCE)。研究结果表明,AHP_FCE 方法的计算结果较为客观和稳定,方法具有通用性,在水资源系统工程综合评价中具有应用价值。

参考文献:

- [1] 比哓丽, 洪伟. 生态环境综合评价方法的研究进展[J]. 农业系统科学与综合研究, 2001, 17 (2): 122-124, 12
- [2] 陈守煜. 复杂水资源系统优化模糊识别理论与应用[M]. 吉林: 吉林大学出版社, 2002
- [3] 李洪兴,汪培庄,模糊数学[M],北京:国防工业出版社,1994
- [4] 许国志, 顾基发, 车宏安. 系统科学 [M]. 上海: 上海科技教育出版社, 2000
- [5] 任若恩,王惠文.多元统计数据分析——理论、方法、实例[M].北京:国防工业出版社,1998
- [6] 金菊良,丁晶.水资源系统工程[M].成都:四川科学技术出版社,2002
- [7] 彭补拙. 用动态的观点进行环境综合质量评价[J]. 中国环境科学, 1996, 16(1): 25-30.
- [8] 汪应洛. 系统工程(第2版) [M]. 北京: 机械工业出版社, 2001
- [9] 刘万里, 雷治军. 关于 AHP 中判断矩阵校正方法的研究 [J]. 系统工程理论与实践, 1997, 17(6): 30-34, 39
- [10] 金菊良,杨晓华,丁晶.标准遗传算法的改进方案——加速遗传算法[J].系统工程理论与实践,2001,21(4):8-13
- [11] 翟立林,张庆洪.应用决策分析[M].上海:同济大学出版杜,1994.
- [12] 金菊良,魏一鸣,付强,等. 计算层次分析法中排序权值的加速遗传算法[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(11) 39-43
- [13] 徐泽水. 层次分析中判断矩阵排序的新方法——广义最小平方法[J]. 系统工程理论与实践, 1998, (9): 38-43

Fuzzy comprehensive evaluation model based on improved analytic hierarchy process

JIN Ju liang¹, WEI Yi ming², DING Jing³

(1. Hefei University of Technology, Hefei 230009, China; 2. Institute of Policy & Management, CAS, Beijing 100080, China;

SHUILI XUEBAO

3. Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: The key problem of fuzzy comprehensive evaluation both in theory and practice is how to reasonably quantify the weights of different evaluation indexes in the fuzzy system. In this paper a new approach is proposed to directly construct the judgment matrix in analytic hierarchy process according to the fuzzy relative membership degree matrix of single evaluation index. On this basis, a new method namely analytic hierarchy process_fuzzy comprehensive evaluation (FCE_AHP), which can be used to check and correct the in consistency of judgment matrix by means of accelerated genetic algorithm and to calculate the weight of the elements in the judgment matrix, is established. The application shows that this method is universal, stable and the calculation result is objective.

Key words: fuzzy comprehensive evaluation; analytic hierarchy process; judgment matrix; accelerated genetic algorithm