

Homework 3 — March 19

Lecturer: Feng Xiaobing

Completed by: 2022K8009929010 Zhang Jiawei

3.1

词素序列如下:

```

1  <int> <id, find> <( <int> <id, x> <)> <{>
2    <return> <id, x> <comparison, ==> <op, ?> <id, x> <op, :> <id, Fa> <[> <id, x>
3    <]> <op, => <id, find> <( <id, Fa> <[> <id, x> <]> <)> <;>
   <}>

```

3.2

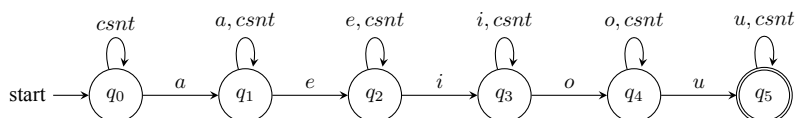
- (1) 字母表为 $\{a, b\}$, 第一个和最后一个字符为 a , 中间字符任意的字符串。
- (2) 字母表为 $\{a, b\}$ 的所有字符串。
- (3) 字母表为 $\{a, b\}$, 最后三个字符为 aaa 、 aab 、 aba 、 abb 的所有字符串。

3.3

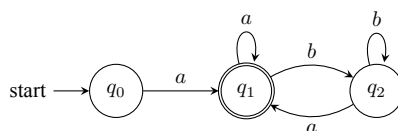
- (1) 记串 $csnt = (b|c|d|f|g|h|j|k|l|m|n|p|q|r|s|t|v|w|x|y|z)$,
则正则表达式为: $csnt^*a^*(a|csnt)^*e^*(e|csnt)^*i^*(i|csnt)^*o^*(o|csnt)^*u^*(u|csnt)^*$
- (2) $b^*(ab|a)^*$
- (3) $b^*a^*(b|\varepsilon)^*a^*$

3.4

- (1) 设计 DFA 如下:



- (2) 设计 DFA 如下:



3.5

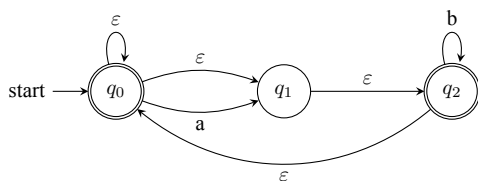
- 起始状态为 0, 读入 a, 状态仍为 0;
- 读入 a, 状态变为 1;
- 读入 b, 状态变为 2;
- 读入 b, 状态变为 3, 接受。

或

- 起始状态为 0, 读入 a, 状态变为 1;
- 读入 a, 状态仍为 1;
- 读入 b, 状态变为 2;
- 读入 b, 状态变为 3, 接受。

3.6

(1) 初步画出的 NFA 如下:



然后使用子集构造法将其转换为 DFA:

首先计算各个状态的 ϵ -闭包:

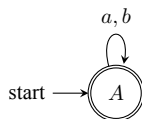
- ϵ -闭包 $(q_0) = \{q_0, q_1, q_2\}$
- ϵ -闭包 $(q_1) = \{q_1, q_2\}$
- ϵ -闭包 $(q_2) = \{q_0, q_1, q_2\}$

构造 DFA 的状态转移表:

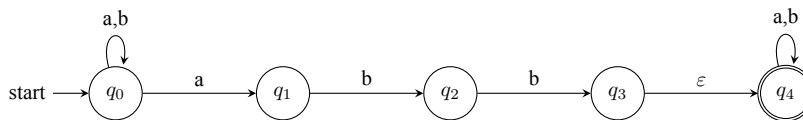
DFA 状态	a	b
$A = \{q_0, q_1, q_2\}$	$A = \{q_0, q_1, q_2\}$	$A = \{q_0, q_1, q_2\}$

从转移表可以看出, 对于输入 a 和 b, DFA 都保持在同一个状态 A。

得到的 DFA 如下:



(2) 初步画出的 NFA 如下：



使用子集构造法将此 NFA 转换为 DFA：

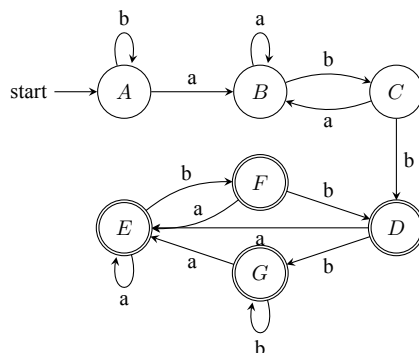
首先计算 ε -闭包：

- ε -闭包 $(q_0) = \{q_0\}$
- ε -闭包 $(q_1) = \{q_1\}$
- ε -闭包 $(q_2) = \{q_2\}$
- ε -闭包 $(q_3) = \{q_3, q_4\}$
- ε -闭包 $(q_4) = \{q_4\}$

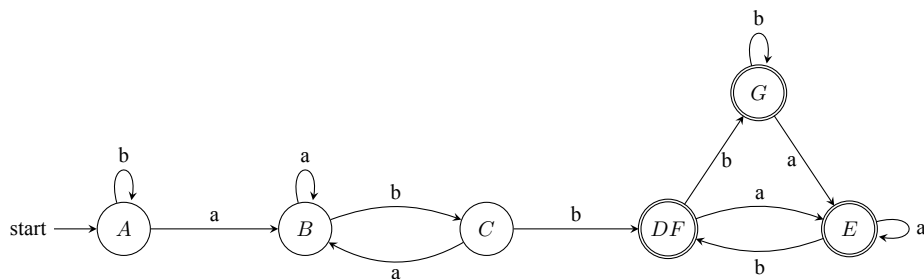
构造 DFA 的状态转移表：

DFA 状态	a	b
$A = \{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
$B = \{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_2\}$
$C = \{q_0, q_2\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_3, q_4\}$
$D = \{q_0, q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_4\}$	$\{q_0, q_4\}$
$E = \{q_0, q_1, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_4\}$	$\{q_0, q_2, q_4\}$
$F = \{q_0, q_2, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_4\}$	$\{q_0, q_3, q_4\}$
$G = \{q_0, q_4\}$	$\{q_0, q_1, q_4\}$	$\{q_0, q_4\}$

得到的 DFA 如下：



最小化后的 DFA 为：



3.7

所有能被 3 整除的正整数的二进制串能被正则表达式表示。

证明

我们可以基于数论知识构造一个识别能被 3 整除的二进制数的 DFA。对于任意二进制数, 如果它被 3 整除, 则它的值模 3 余 0。

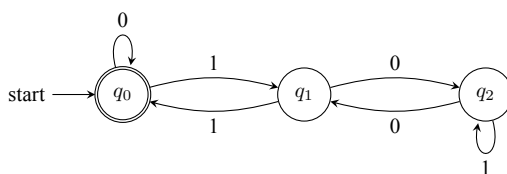
考虑如何构造二进制数:

- 如果当前值为 n , 读入 0 后, 新值为 $2n$
- 如果当前值为 n , 读入 1 后, 新值为 $2n + 1$

基于上述规则, 我们可以跟踪读取过程中数值模 3 的余数变化:

当前余数	读入 0 后的余数	读入 1 后的余数
0	$(2 \times 0) \bmod 3 = 0$	$(2 \times 0 + 1) \bmod 3 = 1$
1	$(2 \times 1) \bmod 3 = 2$	$(2 \times 1 + 1) \bmod 3 = 0$
2	$(2 \times 2) \bmod 3 = 1$	$(2 \times 2 + 1) \bmod 3 = 2$

据此, 我们可以构造一个 3 状态的 DFA:



其中:

- q_0 : 表示当前数值模 3 余 0
- q_1 : 表示当前数值模 3 余 1
- q_2 : 表示当前数值模 3 余 2

由于这个语言可以用 DFA 表示, 由于 DFA 与正则语言等价, 那么它一定可以用正则表达式表示。 □