

# 最終発表：重み付きモードマッチング法による 音場再現

Ryosuke Horiuchi

Tokyo, Japan

July 5, 2019

- 1 問題設定
- 2 球面調和関数を基底に用いる手法
- 3 シミュレーション結果
- 4 中間発表からの進捗
- 5 今後の方針
- 6 参考文献

# 問題設定

以下の図のようにある音場を、 $r_l (l \in \{1, \dots, L\})$  に置かれた  $L$  個の音源を用いて再現する.

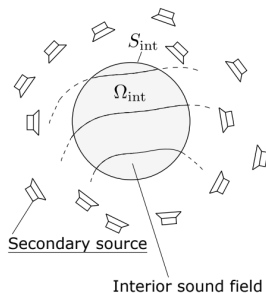


Figure: 想定する状況

# 問題設定

$l$  個目の音源の駆動信号を  $d_l(\omega)$  とし、ある場所  $\mathbf{r}$  への周波数  $\omega$  の伝達関数を  $G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_l, \omega)$  とすると、 $\mathbf{r}$  における音圧は、

$$p_{\text{syn}}(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{l=1}^L G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_l, \omega) d_l(\omega) = \mathbf{g}(\mathbf{r}, \omega)^\top \mathbf{d}(\omega)$$

とかける。ただし、

$$\mathbf{d}(\omega) = [d_1(\omega), \dots, d_L(\omega)]^\top$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}, \omega) = [G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_1, \omega), \dots, G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_L, \omega)]^\top$$

とした。

注) 以下は周波数を固定した議論であるので、 $\omega$  は省略する。

# 問題設定

再現したい領域を  $V_q (q \in \{1, \dots, Q\})$  とすると、その領域での二乗誤差の和は、

$$\mathcal{J} = \sum_{q=1}^Q \int_{\mathbf{r} \in V_q} |p_{\text{syn}}(\mathbf{r}) - p_{\text{des}}(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r} = \sum_{q=1}^Q \int_{\mathbf{r} \in V_q} \left| \mathbf{g}(\mathbf{r})^\top \mathbf{d} - p_{\text{des}}(\mathbf{r}) \right|^2 d\mathbf{r}$$

と表され、この最小に基づき駆動信号  $\mathbf{d}$  を求める。

しかし、積分を解析的に解くことができない。

注) 簡単のため、以下では、 $V_q (q \in \{1, \dots, Q\})$  は球であるとする。

# 球面調和関数を基底に用いる手法

球面の内部で定義される任意の入射音場  $p(\mathbf{r})$  は、基底

$\varphi_{\nu,\mu}(\mathbf{r}) = j_\nu(kr)Y_{\nu,\mu}(\hat{\mathbf{r}})$  を用いて、

$$p(\mathbf{r}) = \sum_{\nu,\mu} \alpha_{\nu,\mu} \varphi_{\nu,\mu}(\mathbf{r})$$

と展開できる。ただし、

- $k(= \omega/c)$  : 波数
- $j_\nu(\cdot)$  :  $\nu$  次の第一種球ベッセル関数
- $Y_{\nu,\mu}(\cdot)$  : 球面調和関数

例えば、点音源からの伝達関数は、以下のように球面調和関数展開できる。

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_s) &= \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_s|}}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|} \\ &= ik \sum_{\nu=0}^{\infty} j_\nu(kr) h_\nu(kr_s) \sum_{\mu=-\nu}^{\nu} Y_{\nu,\mu}(\theta, \phi) Y_{\nu,\mu}(\theta_s, \phi_s)^* \end{aligned}$$

# 球面調和関数を基底に用いる手法

これを用いると、球面領域  $V_q$  の中心を、展開の中心として、

$$G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_l) = \sum_{\mu,\nu} c_{\mu,\nu,l}^{(q)} \varphi_{\mu,\nu}^{(q)}(\mathbf{r})$$
$$p_{\text{des}}(\mathbf{r}) = \sum_{\mu,\nu} b_{\mu,\nu}^{(q)} \varphi_{\mu,\nu}^{(q)}(\mathbf{r})$$

と基底変換をすることができる.

# 球面調和関数を基底に用いる手法

ここで無限和を有限和で近似するために、 $0 \leq \nu \leq M_\nu$  で打ち切ると、 $|\mu| \leq \nu$  なので、全体は有限和となって、

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_l) &= \sum_{\mu,\nu} c_{\mu,\nu,l}^{(q)} \varphi_{\mu,\nu}^{(q)}(\mathbf{r}) \approx \varphi^{(q)}(\mathbf{r})^\top \mathbf{C}_l^{(q)} \\ p_{\text{des}}(\mathbf{r}) &= \sum_{\mu,\nu} b_{\mu,\nu}^{(q)} \varphi_{\mu,\nu}^{(q)}(\mathbf{r}) \approx \varphi^{(q)}(\mathbf{r})^\top \mathbf{b}^{(q)} \end{aligned}$$

さらに、

$$\mathbf{g}(\mathbf{r}, \omega)^\top = [G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_1, \omega), \dots, G(\mathbf{r}|\mathbf{r}_L, \omega)] \approx \varphi^{(q)}(\mathbf{r})^\top \mathbf{C}^{(q)}$$

とかける。ただし、

$$\varphi^{(q)}(\mathbf{r}) \in \mathbb{C}^{(M_\nu+1)^2}, \mathbf{C}^{(q)} \in \mathbb{C}^{(M_\nu+1)^2 \times L}, \mathbf{b}^{(q)}(\mathbf{r}) \in \mathbb{C}^{(M_\nu+1)^2}$$

$$\mathbf{C}^{(q)} = [\mathbf{C}_1^{(q)}, \dots, \mathbf{C}_L^{(q)}]$$



# 球面調和関数を基底に用いる手法

これより、

$$\mathcal{J} \approx \sum_{q=1}^Q \int_{\mathbf{r} \in V_q} \left| \varphi^{(q)}(\mathbf{r})^\top \left( \mathbf{C}^{(q)} \mathbf{d} - \mathbf{b}^{(q)} \right) \right|^2 d\mathbf{r} \quad (1)$$

$$= \sum_{q=1}^Q \left\{ \left( \mathbf{C}^{(q)} \mathbf{d} - \mathbf{b}^{(q)} \right)^H \int_{\mathbf{r} \in V_q} \varphi^{(q)}(\mathbf{r})^* \varphi^{(q)}(\mathbf{r})^\top d\mathbf{r} \left( \mathbf{C}^{(q)} \mathbf{d} - \mathbf{b}^{(q)} \right) \right\} \quad (2)$$

$$= \sum_{q=1}^Q \left( \mathbf{C}^{(q)} \mathbf{d} - \mathbf{b}^{(q)} \right)^H \mathbf{W}^{(q)} \left( \mathbf{C}^{(q)} \mathbf{d} - \mathbf{b}^{(q)} \right) \quad (3)$$

ただし、 $\mathbf{W}^{(q)} \in \mathbb{C}^{(2M_\nu+1)^2 \times (2M_\nu+1)^2}$  であり、 $V_q$  の半径を  $R_{\text{int}}$  として、

$$w_{\nu_1, \mu_1}^{\nu_2, \mu_2} = \delta_{\nu_1, \nu_2} \delta_{\mu_1, \mu_2} w_{\text{uni}, \nu_1}$$

$$w_{\text{uni}, \nu} = 2\pi R_{\text{int}}^3 \left( j_\nu(kR_{\text{int}})^2 - j_{\nu-1}(kR_{\text{int}}) j_{\nu+1}(kR_{\text{int}}) \right)$$

つまり、 $\mathbf{W}^{(q)}$  は対角行列となる。

# 球面調和関数を基底に用いる手法

これより、 よって、 $\mathcal{J}$  を  $d$  で偏微分することで、

$$\hat{d} = \left( \sum_{q=1}^Q C^{(q)H} W^{(q)} C^{(q)} + \lambda I \right)^{-1} \sum_{q=1}^Q C^{(q)H} W^{(q)} b^{(q)}$$

が得られる.

ただし、

$$\mathcal{J} = \sum_{q=1}^Q \int_{\mathbf{r} \in V_q} |p_{\text{syn}}(\mathbf{r}) - p_{\text{des}}(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r} + \lambda d^H d$$

と、ランク落ちを防ぐために  $\lambda d^H d$  を付け加えた.

$\lambda$  は周波数  $\omega$  に依存する.

# シミュレーション結果 (シングルゾーン)

スピーカを 12 個配置したと想定上で、周波数が 150Hz の時.  
再現領域：青い球内 ( $Q = 1$ ), 仮想点音源：青点

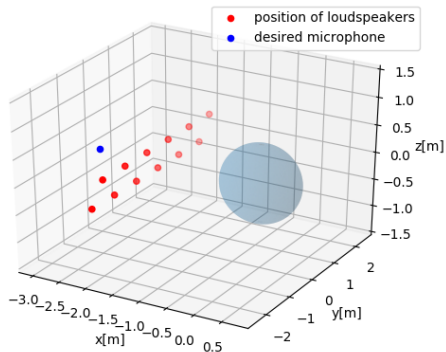


Figure: シミュレーションの条件

# シミュレーション結果 (シングルゾーン)

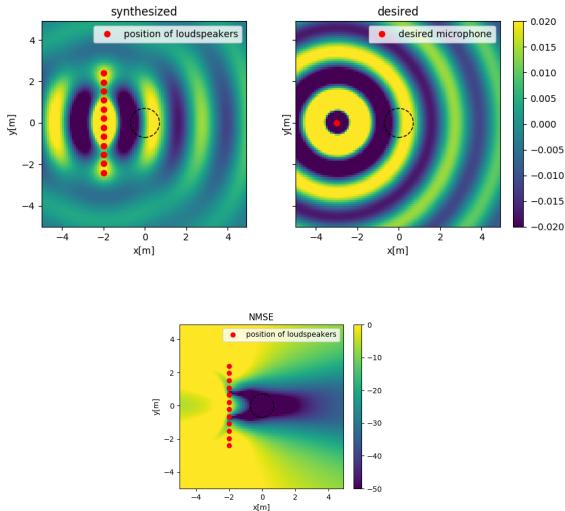


Figure: 左上：合成波、右上：目標波、下： $z = 0$ での正規化二乗誤差 (単位: dB)

# シミュレーション結果 (マルチゾーン)

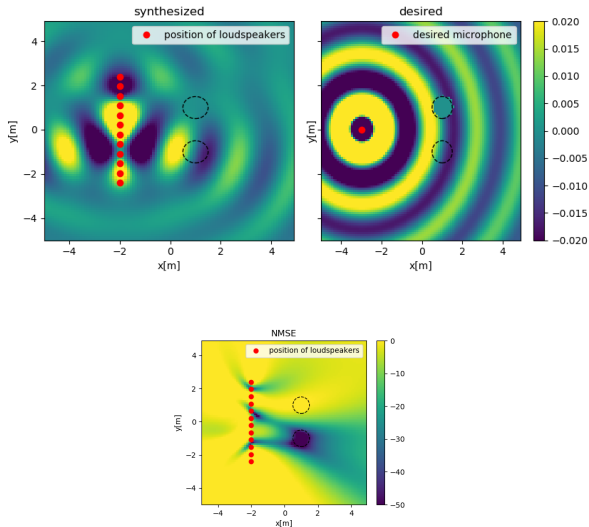


Figure: 左上：合成波、右上：目標波、下： $z = 0$ での正規化二乗誤差 (単位:dB)

# シミュレーション結果

最大角周波数を 4000 とし、幅 7.81(つまり、512 分割) の周波数でそれぞれ伝達関数を求め、逆フーリエ変換によって、時間領域でのフィルターを求めると以下のようなになった.

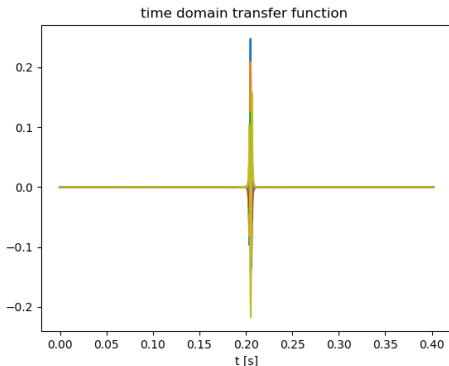


Figure: 時間領域でのフィルタ

# 中間発表からの進捗

- マルチゾーンの実装.
- 実際に試すための環境構築.



現段階でマルチゾーンがうまく再現されていない.

# 中間発表からの進捗



Figure: 別角度からの実験環境



# 今後の方針

- どこに不具合があるのかを見つける.
- 様々な設定 (マルチゾーン、異なる入力音源サンプルなど) に対してその様子を観察する.
- 可能であれば、GUI などを用意し、リアルタイムで理想音源などの位置を動かしてみる.

- N. Ueno, S. Koyama, and H. Saruwatari, "Listening-area-informed sound field reproduction based on circular harmonic expansion"
- N. Ueno, S. Koyama, and H. Saruwatari, "Three-Dimensional Sound Field Reproduction Based on Weighted Mode-Matching Method"
- M. A. Poletti, "Three-Dimensional Surround Sound Systems Based on Spherical Harmonics"

- 1 問題設定
- 2 球面調和関数を基底に用いる手法
- 3 シミュレーション結果
- 4 中間発表からの進捗
- 5 今後の方針
- 6 参考文献