中間発表：重み付きモードマッチング法による音場再現

Ryosuke Horiuchi

Tokyo, Japan

June 21, 2019

Contents

問題設定

以下の図のようにある音場を、$r_l (l \in \{1, \cdots, L\})$ に置かれた L 個の音源を用いて再現する.

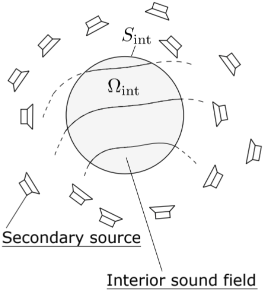


Figure: 想定する状況

問題設定

l 個目の音源の駆動信号を $d_l(\omega)$ とし、ある場所 r への周波数 ω の伝達関数を $G\left(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{r}_l,\omega\right)$ とすると、r における音圧は、

$$p_{\text{syn}}\left(\boldsymbol{r},\omega\right) = \sum_{l=1}^{L} G\left(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{r}_l,\omega\right) d_l(\omega) = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{r},\omega)^\top \boldsymbol{d}(\omega)$$

とかける. ただし、

$$\boldsymbol{d}(\omega) = \left[d_1(\omega), \cdots, d_L(\omega)\right]^\top$$

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r},\omega) = \left[G\left(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{r}_1,\omega\right), \cdots, G\left(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{r}_L,\omega\right)\right]^\top$$

とした.

注）以下は周波数を固定した議論であるので、ω は省略する.

問題設定

再現したい領域を $V_q(q \in \{1, \cdots, Q\})$ とすると、その領域での二乗誤差の和は、

$$\mathcal{J} = \sum_{q=1}^{Q} \int_{\boldsymbol{r} \in V_q} \left| p_{\,\textsf{syn}}\,(\boldsymbol{r}) - p_{\mathrm{des}}(\boldsymbol{r}) \right|^2 \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \sum_{q=1}^{Q} \int_{\boldsymbol{r} \in V_q} \left| \boldsymbol{g}(\boldsymbol{r})^\top \boldsymbol{d} - p_{\mathrm{des}}(\boldsymbol{r}) \right|^2 \mathrm{d}\boldsymbol{r}$$

と表され、この最小に基づき駆動信号 d を求める.

しかし、積分を解析的に解くことができない.

注）簡単のため、以下では、$V_q(q \in \{1, \cdots, Q\})$ は球であるとする.

球面調和関数を基底に用いる手法

球面の内部で定義される任意の入射音場 $p(\boldsymbol{r})$ **は、基底**
$\varphi_{\nu,\mu}(\boldsymbol{r}) = j_\nu(kr)Y_{\nu,\mu}(\hat{\boldsymbol{r}})$ **を用いて、**

$$p(\boldsymbol{r}) = \sum_{\nu,\mu} \alpha_{\nu,\mu}\varphi_{\nu,\mu}(\boldsymbol{r})$$

と展開できる. ただし、

- $k(=\omega/c)$ **：波数**
- $j_\nu(\cdot)$ **：**ν **次の第一種球面ベッセル関数**
- $Y_{\nu,\mu}(\cdot)$ **：球面調和関数**

例えば、点音源からの伝達関数は、以下のように球面調和関数展開できる.

$$G(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{r}_s) = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}k|r-r_s|}}{4\pi|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_s|}$$
$$= \mathrm{i}k\sum_{\nu=0}^{\infty} j_\nu(kr)h_\nu(kr_s)\sum_{\mu=-\nu}^{\nu} Y_{\nu,\mu}(\theta,\phi)Y_{\nu,\mu}(\theta_s,\phi_s)^*$$

球面調和関数を基底に用いる手法

これを用いると、球面領域 V_q **の中心を、展開の中心として、**

$$G\left(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{r}_l\right) = \sum_{\mu,\nu} c^{(q)}_{\mu,\nu,l}\varphi^{(q)}_{\mu,\nu}(\boldsymbol{r})$$
$$p_{\mathrm{des}}(\boldsymbol{r}) = \sum_{\mu,\nu} b^{(q)}_{\mu,\nu}\varphi^{(q)}_{\mu,\nu}(\boldsymbol{r})$$

と基底変換をすることができる.

球面調和関数を基底に用いる手法

ここで無限和を有限和で近似するために、$0 \leq \nu \leq M_\nu$ で打ち切ると、$|\mu| \leq \nu$ なので、全体は有限和となって、

$$
\begin{aligned}
G\left(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{r}_l\right) &= \textstyle\sum_{\mu,\nu} c_{\mu,\nu,l}^{(q)} \varphi_{\mu,\nu}^{(q)}(\boldsymbol{r}) \approx \boldsymbol{\varphi}^{(q)}(\boldsymbol{r})^\top \boldsymbol{C}_l^{(q)} \\
p_{\mathrm{des}}(\boldsymbol{r}) &= \textstyle\sum_{\mu,\nu} b_{\mu,\nu}^{(q)} \varphi_{\mu,\nu}^{(q)}(\boldsymbol{r}) \approx \boldsymbol{\varphi}^{(q)}(\boldsymbol{r})^\top \boldsymbol{b}^{(q)}
\end{aligned}
$$

さらに、

$$
\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r},\omega)^\top = \left[G\left(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{r}_1,\omega\right), \cdots, G\left(\boldsymbol{r}|\boldsymbol{r}_L,\omega\right)\right] \approx \boldsymbol{\varphi}^{(q)}(\boldsymbol{r})^\top \boldsymbol{C}^{(q)}
$$

とかける．ただし、

$\boldsymbol{\varphi}^{(q)}(\boldsymbol{r}) \in \mathbb{C}^{(M_\nu+1)^2}, \boldsymbol{C}^{(q)} \in \mathbb{C}^{(M_\nu+1)^2 \times L}, \boldsymbol{b}^{(q)}(\boldsymbol{r}) \in \mathbb{C}^{(M_\nu+1)^2}$

$$
\boldsymbol{C}^{(q)} = \left[\boldsymbol{C}_1^{(q)}, \cdots, \boldsymbol{C}_L^{(q)}\right]
$$

球面調和関数を基底に用いる手法

これより、

$$
\begin{aligned}
\mathcal{J} &\approx \sum_{q=1}^{Q} \int_{r \in V_q} \left| \varphi^{(q)}(\boldsymbol{r})^\top \left(\boldsymbol{C}^{(q)} \boldsymbol{d} - \boldsymbol{b}^{(q)} \right) \right|^2 \mathrm{d}\boldsymbol{r} && (1) \\
&= \sum_{q=1}^{Q} \left\{ \left(\boldsymbol{C}^{(q)} \boldsymbol{d} - \boldsymbol{b}^{(q)} \right)^{\mathrm{H}} \int_{\boldsymbol{r} \in V_q} \varphi^{(q)}(\boldsymbol{r})^* \varphi^{(q)}(\boldsymbol{r})^\top \mathrm{d}\boldsymbol{r} \left(\boldsymbol{C}^{(q)} \boldsymbol{d} - \boldsymbol{b}^{(q)} \right) \right\} && (2) \\
&= \sum_{q=1}^{Q} \left(\boldsymbol{C}^{(q)} \boldsymbol{d} - \boldsymbol{b}^{(q)} \right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{W}^{(q)} \left(\boldsymbol{C}^{(q)} \boldsymbol{d} - \boldsymbol{b}^{(q)} \right) && (3)
\end{aligned}
$$

ただし、$\boldsymbol{W}^{(q)} \in \mathbb{C}^{(2M_\nu+1)^2 \times (2M_\nu+1)^2}$ であり、V_q の半径を R_{int} として、

$$
w_{\nu_1,\mu_1}^{\nu_2,\mu_2} = \delta_{\nu_1,\nu_2} \delta_{\mu_1,\mu_2} w_{\mathrm{uni},\nu_1}
$$

$$
w_{\mathrm{uni},\nu} = 2\pi R_{\mathrm{int}}^3 \left(j_\nu \left(kR_{\mathrm{int}} \right)^2 - j_{\nu-1} \left(kR_{\mathrm{int}} \right) j_{\nu+1} \left(kR_{\mathrm{int}} \right) \right)
$$

つまり、$\boldsymbol{W}^{(q)}$ は対角行列となる.

球面調和関数を基底に用いる手法

これより、　よって、$\mathcal{J}$ を d で偏微分することで、

$$\hat{\boldsymbol{d}} = \left(\sum_{q=1}^{Q} \boldsymbol{C}^{(q)^{\mathrm{H}}} \boldsymbol{W}^{(q)} \boldsymbol{C}^{(q)} + \lambda \boldsymbol{I} \right)^{-1} \sum_{q=1}^{Q} \boldsymbol{C}^{(q)^{\mathrm{H}}} \boldsymbol{W}^{(q)} \boldsymbol{b}^{(q)}$$

が得られる.
ただし、

$$\mathcal{J} = \sum_{q=1}^{Q} \int_{\boldsymbol{r} \in V_q} \left| p_{\mathrm{syn}}(\boldsymbol{r}) - p_{\mathrm{des}}(\boldsymbol{r}) \right|^2 \mathrm{d}\boldsymbol{r} + \lambda \boldsymbol{d}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{d}$$

と、ランク落ちを防ぐために $\lambda d^{\mathrm{H}} d$ を付け加えた.

シミュレーション結果

スピーカを 12 **個配置したと想定上で、周波数が** $150\mathrm{Hz}$ **の時**.
再現領域：青い球内 $(Q = 1)$, **仮想点音源：青点**

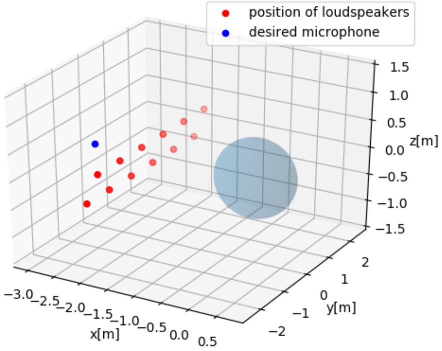


Figure: **シミュレーションの条件**

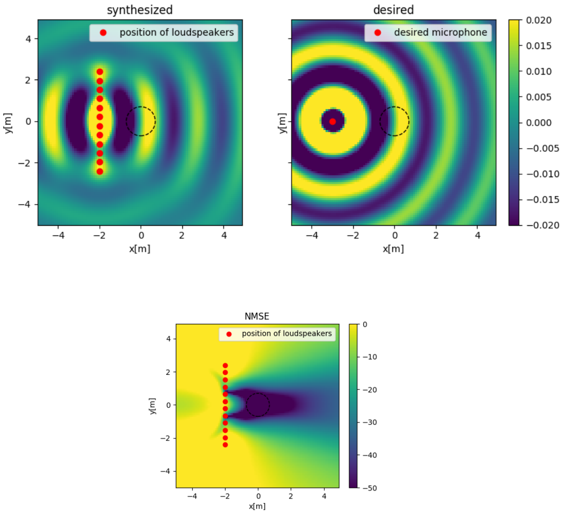
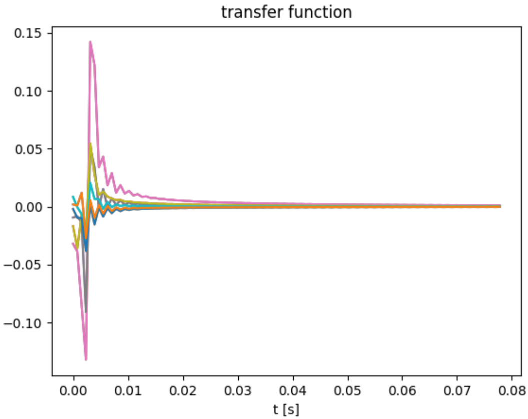


Figure: **左上：合成波、右上：目標波、下：**$z = 0$ **での正規化二乗誤差 (単位**:dB)

シミュレーション結果

最大周波数を 4000 **とし、幅** 7.81(**つまり、** 512 **分割) の周波数でそれぞれ伝達関数を求め、逆フーリエ変換によって、時間領域でのフィルターを求めた** .



今後の方針

- マルチゾーンの実装.
- 実環境で主観評価を行う.
(時間的な制約があるので、被験者を集めるのは難しそう.)
- コードのリファクタリング.

参考文献

- N. Ueno, S. Koyama, and H. Saruwatari,"Listening-area-informed sound field reproduction based on circular harmonic expansion"
- N. Ueno, S. Koyama, and H. Saruwatari,"Three-Dimensional Sound Field Reproduction Based on Weighted Mode-Matching Method"
- M. A. Poletti,"Three-Dimensional Surround Sound Systems Based on Spherical Harmonics"

Contents