Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería:
Informe Tarea2

Martín Panza

25 de Agosto, 2015

0. Resumen

Para esta actividad se consideró un sistema compuesto por una partícula de masa m que rebota contra un suelo que oscila sinusoidalmente con amplitud A y frecuencia w, siguiendo la siguiente regla de choque:

$$v'_p(t°)=(1+\eta)v_s(t°)-\eta v_p(t°)$$

t° es el instante en que se produce el bote, vp y vp' las velocidades justo antes y después del bote respectivamente. Vs es la velocidad del suelo en ese instante y η coeficiente de restitución (entre 0 y 1; n=1 corresponde al caso elástico).
Inicialmente la partícula se encuentra en contacto con el suelo y velocidad hacia arriba mayor que la velocidad de éste. Además, se adimensionalizó el problema considerando m=1, g=1 y A=1. Por lo tanto, los parámetros fueron (w, η, v(0)).

1. Pregunta 1

1.1 Introducción

El objetivo fue escribir una rutina para calcular (y_{n+1}, v_{n+1}) dados (y_n, v_n). Posición y velocidad respectivamente justo después del n-ésimo choque. Para esto era necesario encontrar t* instante del choque, por lo que se dio una recomendación en el enunciado de avanzar por pequeños intervalos hasta detectar que la pelota pasó a estar bajo el suelo para encontrar el cero entre aquel instante y el anterior.

1.2 Procedimiento

Siguiendo la recomendación hecha en el enunciado, se definió la función YnVn al que se le ingresara v(0), w, η, n y t0 (Velocidad inicial, frecuencia, coeficiente, restitución, número de botes y tiempo inicial respectivamente) y que retornara (v_n, y_n) mediante encontrar la raíz de la función H(t), definida como la diferencia de la altura Y de la partícula con la altura Z del suelo en un instante t, al avanzar por intervalos pequeños de 0.1 hasta encontrar que H se volviese negativa. Una vez encontrado ese momento, se utilizó el método de scipy.optimize 'btrenq()' entre el instante encontrado y el anterior para obtener el cero de H definitivamente. Luego se procedía a obtener (v_n, y_n) en ese instante para rehacer el procedimiento para un nuevo bote.

1.3 Resultados

Un ejemplo del resultado del algoritmo es el siguiente:

Para YnVn(8.,0.5,1.5,3.,0.) :

v 0 = 8.0; y 0 = 0.0
raiz 1 = 16.1030237017; v 1 = 5.30816346951; y 1 = -0.829496555254
raiz 2 = 26.3709379658; v 2 = 1.84403562236; y 2 = 0.959239182122
raiz 3 = 30.0850721535; v 3 = 1.8637656093; y 3 = 0.910838548353

1.4 Conclusiones

Considerando que la amplitud de las oscilaciones del suelo A=1, se requería un número más pequeño para los intervalos del algoritmo, pero tal como se indicó en el enunciado, esto haría más lento al algoritmo por lo que se escogió el valor 0.1 interpretado como pequeño por ser 10 veces menor que la amplitud A que en intervalos mayores pudo causar problemas y porque la función no variaba mucho en ese tiempo.
En cuanto a las alternativas para mejorar la eficiencia del programa, como el movimiento es bastante predecible, se pudo haber recurrido a otras formas de aproximarse al cero de la función, como empezar a buscar el punto en que la función fuera decreciente. Es decir, cuando la pelota comenzara a descender, de esa forma nos hubiésemos ahorrado todo el ascenso de la partícula. Esto hubiese sido posible al encontrar la derivada nula de la función.

2. Pregunta 2

2.1 Introducción

En esta pregunta se fijaron los valores de η y de w con 0.15 y 1.66 respectivamente; y se buscó encontrar el N_{relax} número de botes necesarios para el cual el sistema se encuentra relajado.

2.2 Procedimiento

En primer lugar, se eligió el valor de v(0) = 4. Para encontrar lo pedido, se realizó un gráfico del número del bote n v/s la velocidad de la partícula justo después de aquel bote v_n. Se realizó el gráfico para 20 botes.

2.3 Resultados

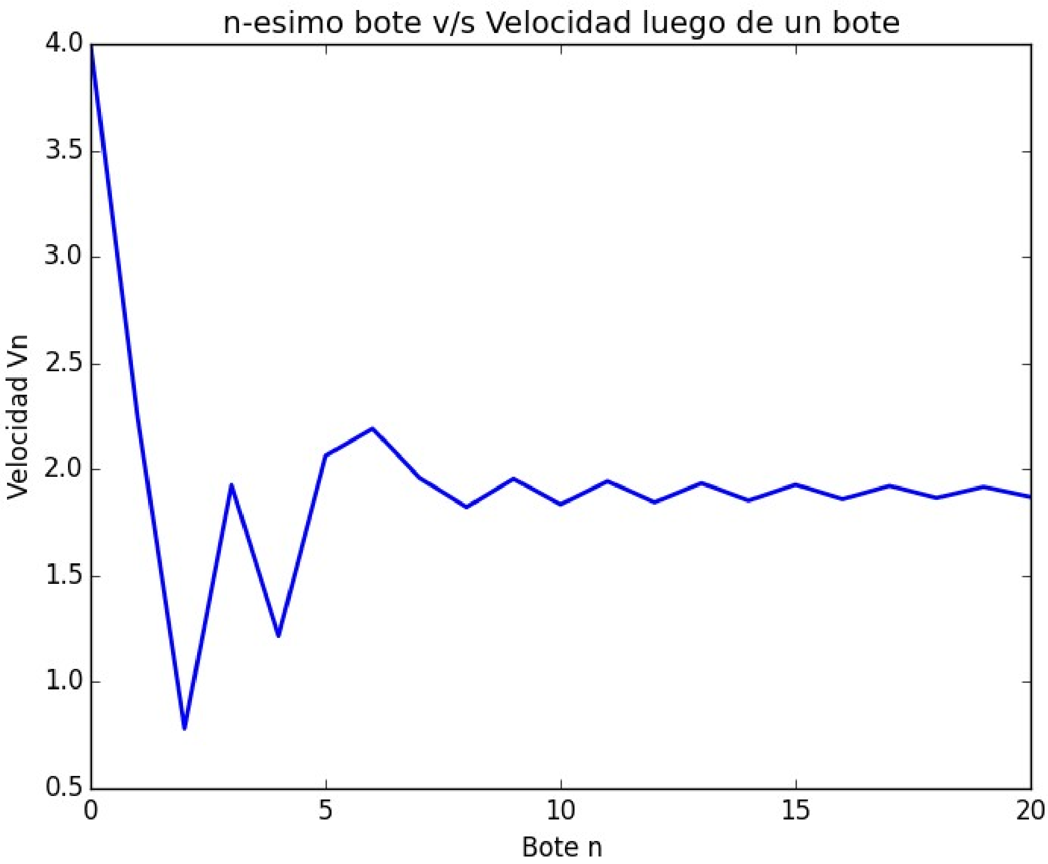

Figura 1: Gráfico n-ésimo bote v/s velocidad luego del bote

2.4 Conclusiones

Se observa en la Figura 1 que a partir del bote número 8 ya se muestra un comportamiento estabilizado para una solución sinusoidal.

3. Pregunta 3

3.1 Introducción

Esta parte consistió nuevamente en encontrar N_{relax}, esta vez probando para diferentes valores de w con respecto a la parte anterior, comprendidos entre 1.66 y 1.70. Se buscó observar si los valores encontrados eran comparables al de la Pregunta 2.

3.2 Procedimiento

Al igual que en la Pregunta 2, se utilizó v(0)=4, η=0.15 y se graficó n v/s v_n para 20 botes. Se realizaron dos pruebas: la primera para w=1.67, y la segunda para w= 1.70.

3.3 Resultados

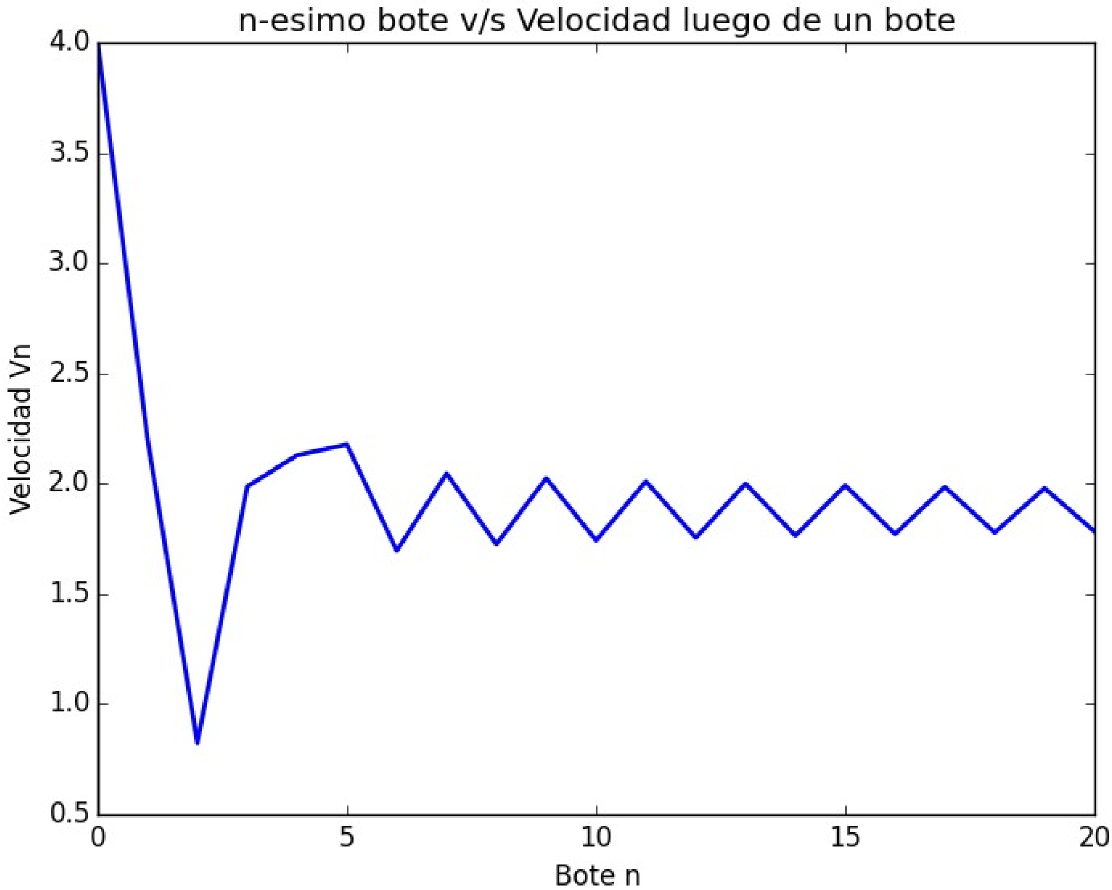

Figura 2: Gráfico n-ésimo bote v/s velocidad luego del bote. Para w=1.67

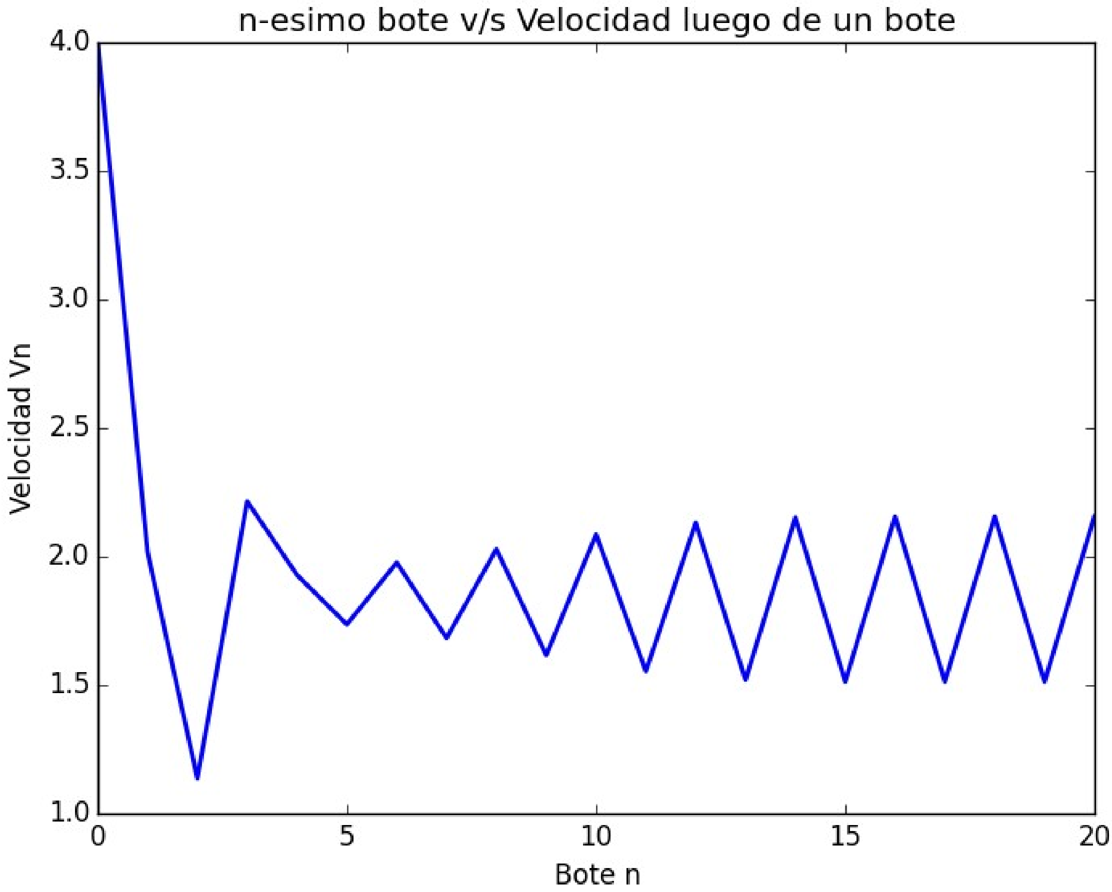

Figura 3: Gráfico n-ésimo bote v/s velocidad luego del bote. Para w=1.70

3.4 Conclusiones

Se puede observar de la Figura 2 y Figura 3 que al variar la frecuencia, el gráfico no varía demasiado, pero si se pueden notar ciertos cambios. Al aumentar la frecuencia, la amplitud del movimiento sinusoidal aumenta. Por último, N_{relax} sí es comparable pues en la figura 1 fue 8, en la figura 2: 6 y en la figura 3: 5; demostrando una proporcionalidad inversa a la frecuencia w del suelo.

4. Pregunta 4

4.1 Introducción

Usando nuevamente η=0.15, se pidió realizar un gráfico de v_n v/s w para diferentes valores de w ente 1.66 y 1.79, y por cada valor utilizar 50 valores de n diferentes comprendidos entre $2N_{relax}$ y N_{relax}+49. Si algún valor parecía interesante se pedía hacer la grilla más fina en aquel sector.

4.2 Procedimiento

Se utilizó v(0)=4. De acuerdo al resultado obtenido en la Pregunta 2, se consideró N_{relax}=8, por lo que para cada valor de w, se graficó para n entre 16 y 65.

4.3 Resultados

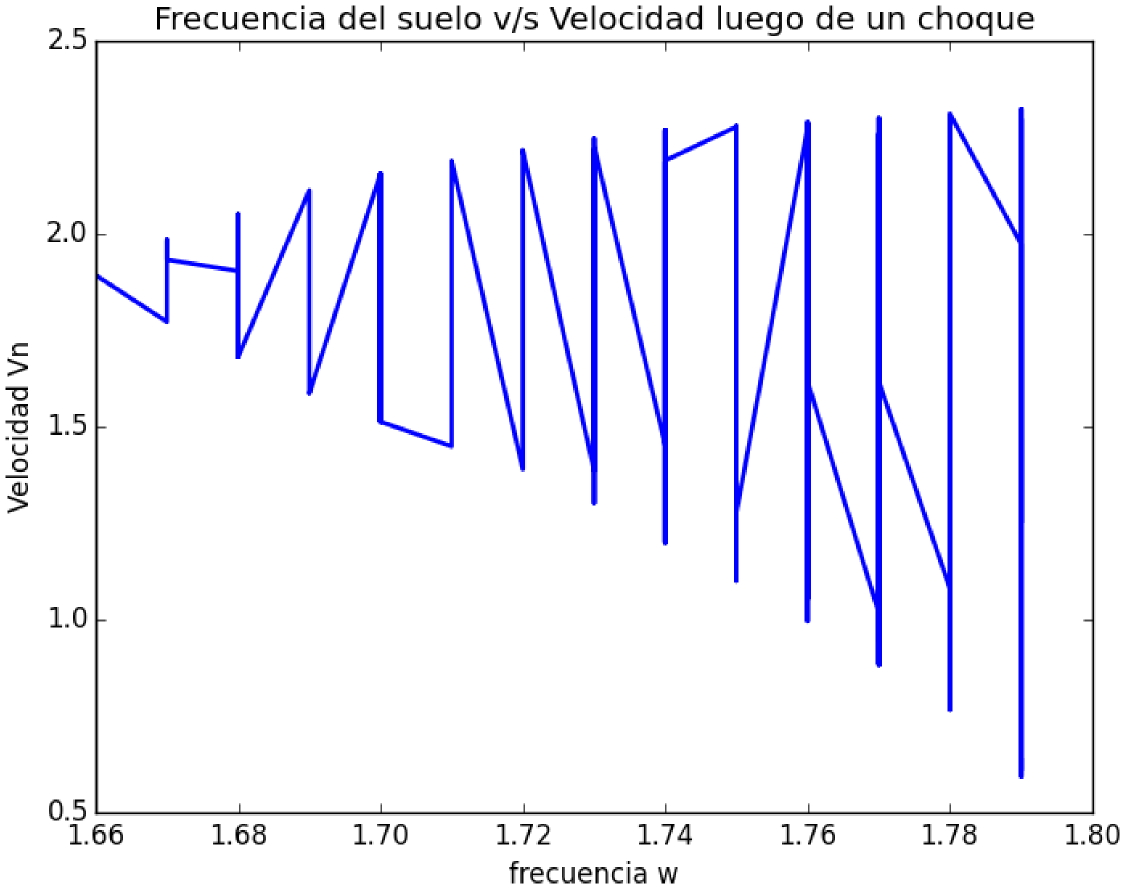

Figura 4: Gráfico frecuencia del suelo v/s velocidad luego de un choque

4.4 Conclusiones

Según lo observado en la figura 4, siempre se demuestra una función creciente o decreciente para el valor de w. Los valores que parecen más interesantes son 1.67,1.70 y 1.75; en que las pendientes son menos pronunciadas.