Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería

Informe Tarea 2

Felipe Castillo Torrejón

2 de Octubre, 2015

1. Pregunta 1

1.1 Introducción

Una partícula se mueve verticalmente sobre el eje Y, rebotando contra un suelo que oscila sinusoidalmente con amplitud A y frecuencia ω. El choque es inelástico y sigue la siguiente ecuación:

$$v_p{}' = (1+\eta)v_s(t^*) - \eta v_p(t^*)$$

donde t* es el instante del bote, v_p y $v_p{}'$ son las velocidades justo antes y justo despues del bote, y v_s es la velocidad del suelo en ese instante y η es un coeficiente de restitución.

Se requiere programar una rutina que permita calcular la velocidad y posición de la partícula luego del choque $n+1$ dados los datos de posición y velocidad de esta luego del choque n.

1.2 Procedimiento

Como la posición y velocidad para el choque n es dato, lo que sigue es usar estos para encontrar las ecuaciones que parametrizan los movimientos de la partícula y el suelo.

Para la partícula tenemos la ecuación de itinerario:

$$y_p(t) = y_0 + v_o t - \frac{1}{2}gt^2$$

Mientras que el movimiento del piso sigue:

$$y_s(t) = \sin(\omega t + \varphi)$$

donde φ es el desfase al tomar como $t = 0$ el momento del choque n-ésimo.

φ se calcula como $\varphi = \arcsin\,(y_0)$

Luego de tener estas ecuaciones solo falta encontrar el cero de la ecuación auxiliar

$$y_{aux}(t) = y_p(t) - y_s(t)$$

Esto se logra a través de la tarea brentq del modulo *scipy.optimize*.

Encontrando este cero tenemos entonces el tiempo t* en el cual se produce el choque, reemplazando en las ecuaciones de movimiento se encuentra la posición del choque y derivando la ecuación de movimiento de la partícula se encuentra la velocidad.

2. Pregunta 2 y 3

2.1 Introducción

Se pide encontrar el número de choques necesarios para que el sistema se relaje, es decir, hasta que se produzcan soluciones periódicas, con $\eta = 0.15$ y $\omega = 1.66$.

Luego se pide comparar esto para valores de ω entre 1.66 y 1.7.

2.2 Procedimiento

Se usa el programa implementado en la parte 1 para obtener un gráfico de velocidades luego del choque n, versus dichos n choques.

2.3 Resultados

Figura 1: gráfico de velocidades luego del choque n-ésimo con $\omega = 1.66$

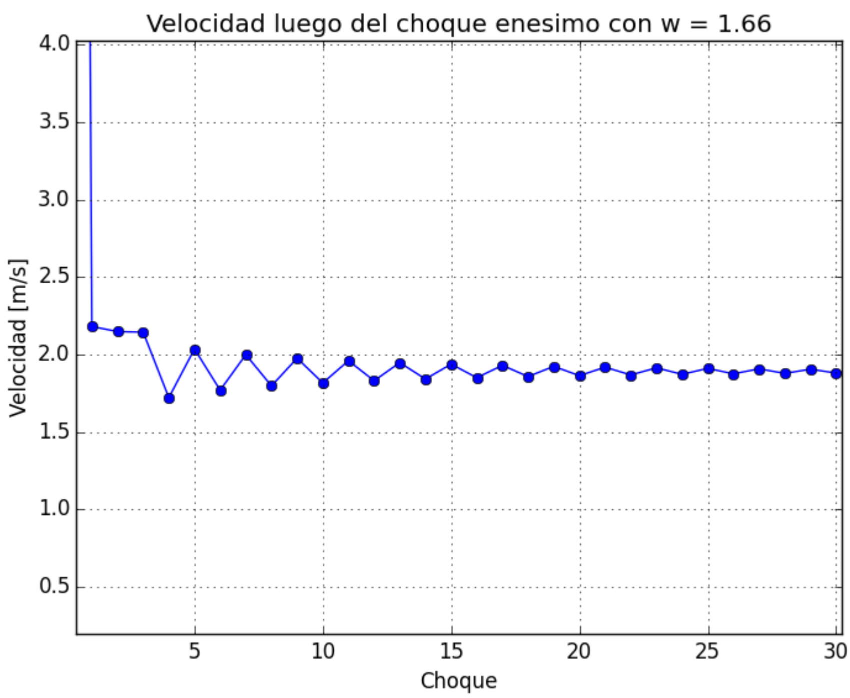


Figura 2: gráfico de velocidades luego del choque n-ésimo con $\omega = 1.67$

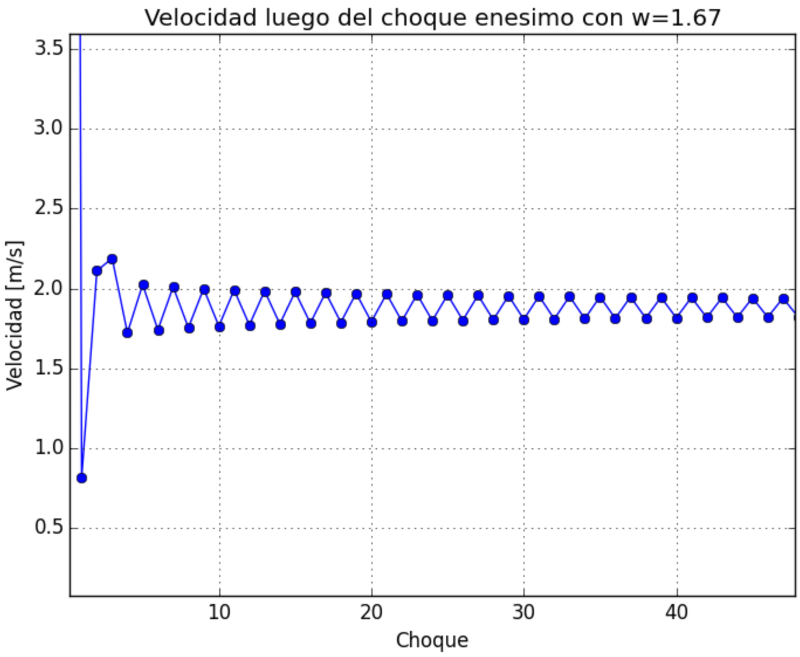


Figura 3: gráfico de velocidades luego del choque n-ésimo con $\omega = 1.68$

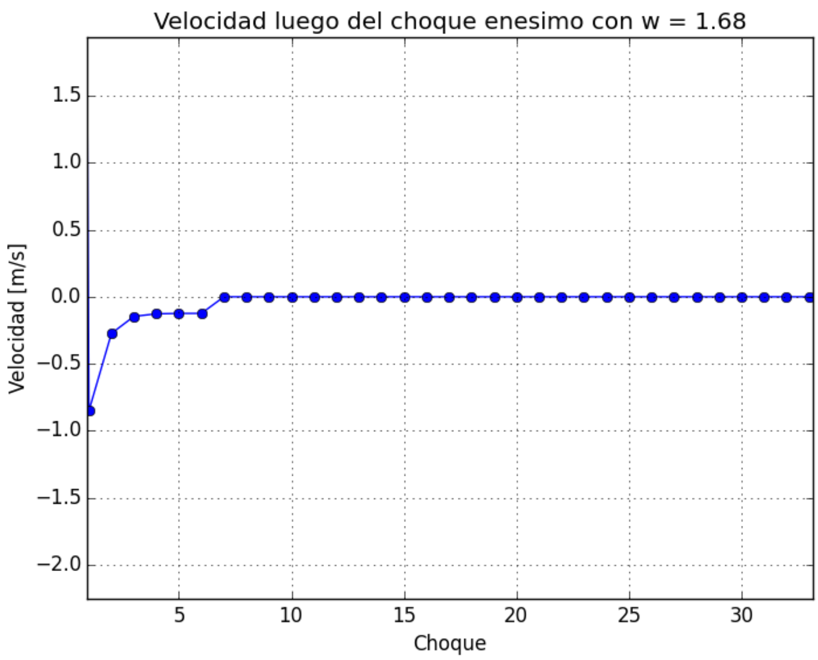


Figura 4: gráfico de velocidades luego del choque n-ésimo con $\omega = 1.69$

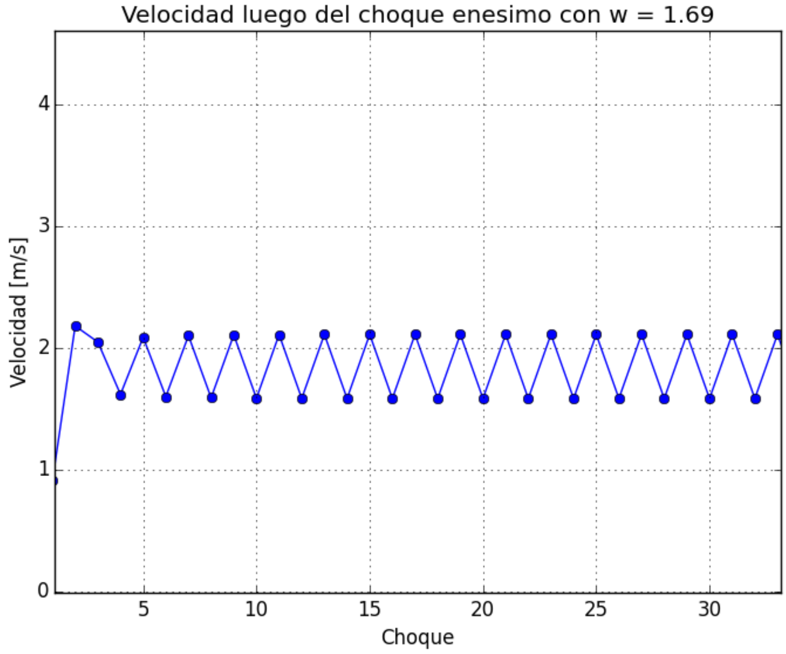
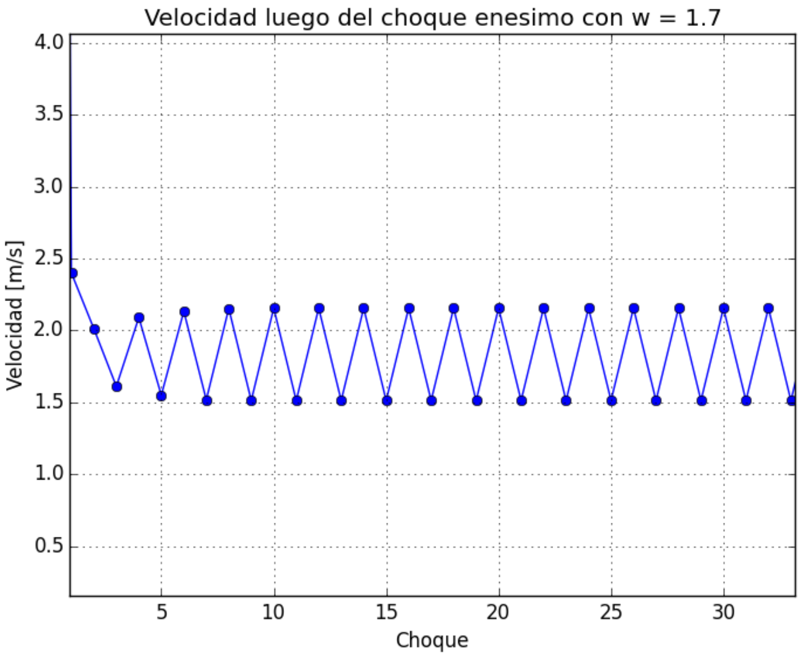


Figura 5: gráfico de velocidades luego del choque n-ésimo con $\omega = 1.7$



2.4 Conclusión

Haciendo un análisis observacional de la figura 1 se puede decir que aproximadamente luego del choque número 20 se relaja el sistema.

Para los valores siguientes se encuentra el mismo valor de aproximadamente 20 choques para $\omega = 1.67$ y menores para los valores 1.68, 1.69 y 1.70.

3. Pregunta 4

3.1 Introducción

Se pide obtener un gráfico de las velocidades luego del n-ésimo choque versus valores de ω entre 1.66 y 1.79, ploteando 50 valores de velocidades para cada ω.

3.2 Resultados

Figura 6: gráfico de velocidades luego del choque n-ésimo versus ω entre 1.66 y 1.79.

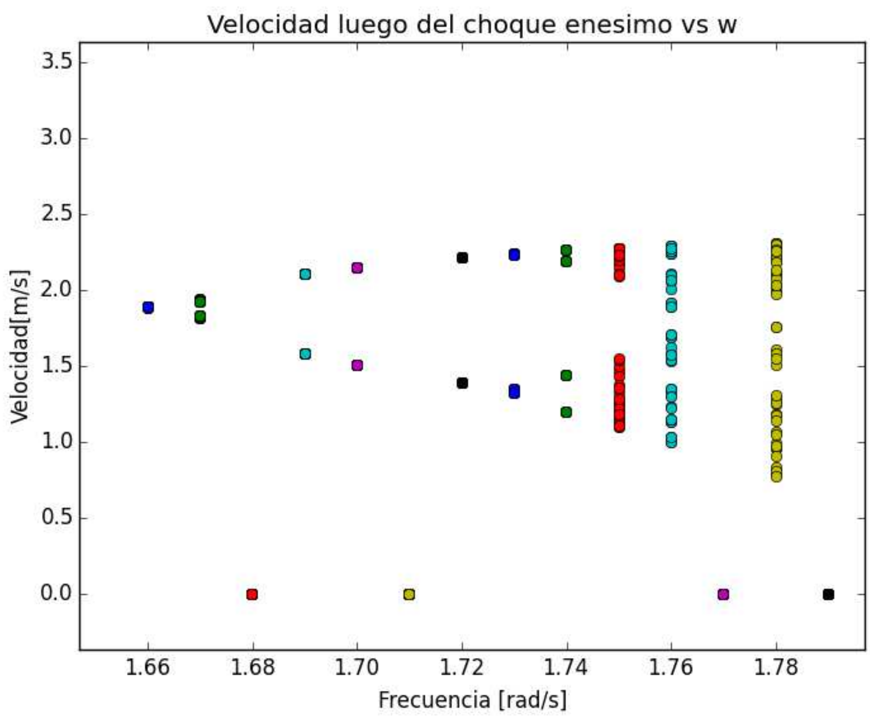
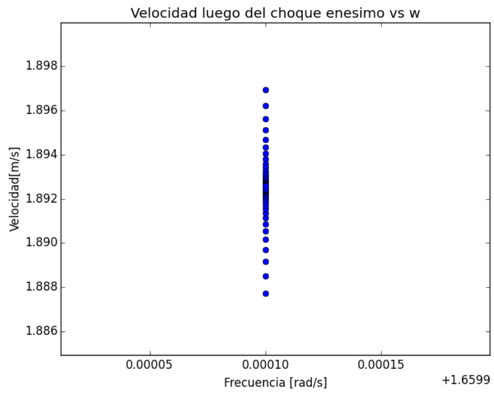
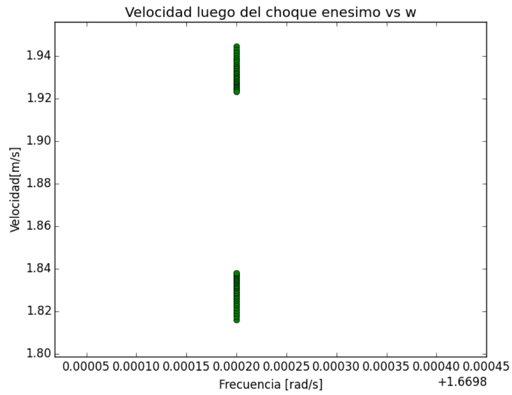


Figura 7: gráficos de velocidades luego del choque n-ésimo versus ω = 1.66 y 1.67 respectivamente.





3.3 Conclusión

En la figura 6 podemos observar que para los valores ω: 1.68, 1.71, 1.77, 1.79 la partícula se queda pegada al suelo. Para los valores de ω: 1.75, 1.76, 1.78 se aprecia una dispersión que muestra que no se produjo una solución periódica. Para el resto de los valores de ω: 1.66, 1.67, 1.69, 1.7, 1.72, 1.73, 1.74, se aprecia una acumulaciones que marcan una periodicidad en la solución, algunos valores parecen tener cierta dispersión pequeña (ver figura 7), al hacerles zoom se puede ver la magnitud de estas desviaciones y pareciesen agruparse mayormente en un punto, lo que puede indicar que en aquella escala aun falta una cantidad de choques para que el sistema entregue soluciones periódicas exactas.