# Tarea 6
# Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería
# FI3104

Jorge Gacitúa Gutiérrez

03 de Noviembre 2015

## 1 Desarrollo teórico

Se desea encontrar soluciones a ecuaciones del tipo:

$$\frac{d\eta}{dt} = \gamma \frac{d^2\eta}{dx^2} + f(\eta)$$

esta ecuación la podemos descomponer dos ecuaciones:

$$\frac{d\eta}{dt} = f(\eta) \tag{1}$$

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{d^2\eta}{dx^2} \tag{2}$$

la primera ecuación se puede resolver de forma discreta usando el método de Euler:

$$\eta_k^{n+1} = \eta_k^n + \varepsilon f(\eta_k^n) \tag{3}$$

donde $\varepsilon$ corresponde al tamaño de la discretizacion temporal de $\eta$

La ecuacion (2) se puede resolver usando el método de Crank-Nicolson donde obtenemos:

$$\eta_k^n = \alpha_{k-1}\eta_{k-1}^{n-1} + \beta_{k-1} \tag{4}$$

Luego la solución completa de nuestra ecuación es:

$$\eta_k^{n+1} = \alpha_{k-1}\eta_{k-1}^{n-1} + \beta_{k-1} + \varepsilon f(\eta_k^n) \tag{5}$$

# 2 Problema 1

La ecuación a solucionar en este problema es:

$$\frac{d\eta}{dt} = \gamma \frac{d^2\eta}{dx^2} + \mu(\eta + \eta^2)$$

con las condiciones de borde:

$$\eta(t, 0) = 1$$
$$\eta(t, 1) = 0$$

y la condición inicial:

$$\eta(0, 0) = e^{-10x^2}$$

Se procede de la misma forma descrita en la sección de desarrollo teórico, en este caso el espaciado temporal que se usa es de $\varepsilon = 0.025$ y un paso espacial de $h = 0.002$, Además de definió el r para usar en el método de crancnk-nicolson de la forma $r = \frac{\gamma\varepsilon}{h^2}$

Se varió el valor de $\gamma$ para poder estudiar el efecto en el factor de dispersión.

Los resultados obtenidos se presentan en las imágenes del (1) al (4)

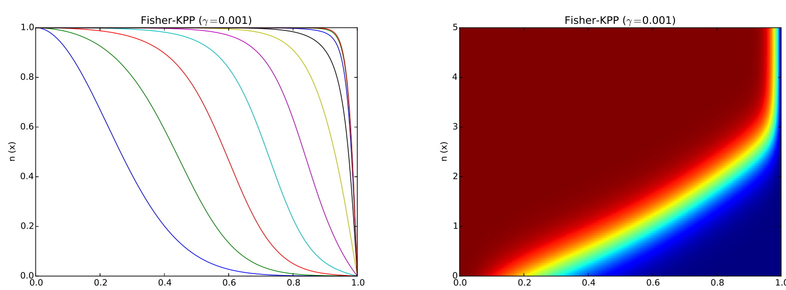


Figure 1: Densidad de la especie en función de su la posición horizontal $\gamma = 0.001$

Es claro ver que se alcanza un equilibrio donde la mayor parte del sistema alcanza una densidad de $\nu = 1$, esto nos indicaría que a medida que una zona se llena, la población tiende a desplazarse en busca de recursos, pero siempre se mantiene la misma densidad inicial (o densidad poblacional de equilibrio) por cada nuevo "asentamiento" que se encuentra.

El factor de dispersión solo cambia la velocidad con la cual se propaga la población, es claro que que en la figura 4 la población alcanza el equilibrio mucho más rápido ($t \approx 1$) que en la figura (1) ($t \approx 3$)

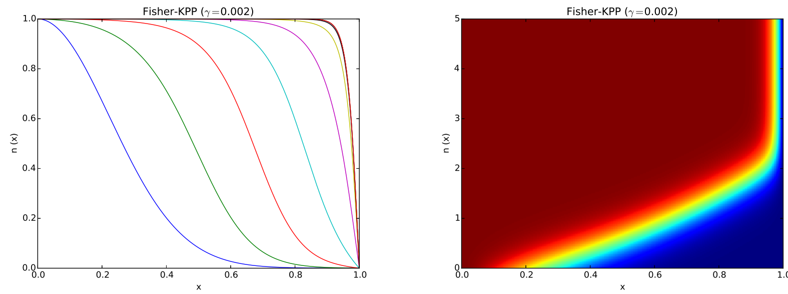


Figure 2: Densidad de la especie en función de su la posición horizontal $\gamma = 0.002$

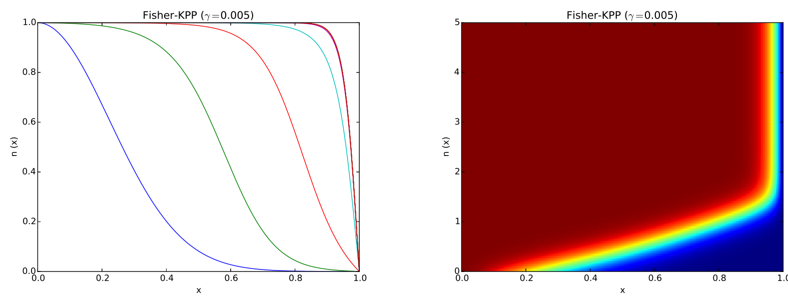


Figure 3: Densidad de la especie en función de su la posición horizontal $\gamma = 0.005$

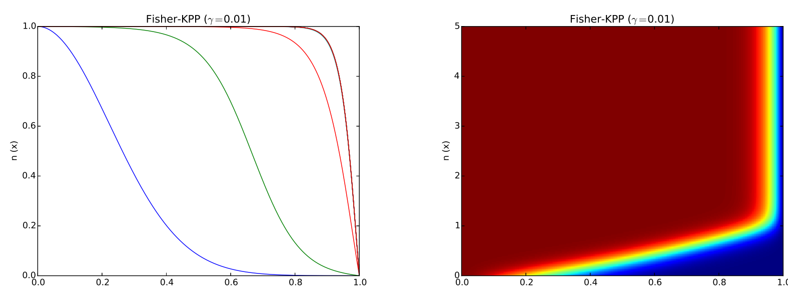


Figure 4: Densidad de la especie en función de su la posición horizontal $\gamma = 0.01$

# 3 Problema 2

La ecuación a solucionar en este problema es:

$$\frac{d\eta}{dt} = \gamma \frac{d^2\eta}{dx^2} + \mu(\eta + \eta^3)$$

con las condiciones de borde:

$$\eta(t,0) = 0$$
$$\eta(t,1) = 0$$

y una condición inicial aleatoria

Se procede de la misma forma descrita en la sección de desarrollo teórico, en este caso el espaciado temporal que se usa es de $\varepsilon = 0.025$ y un paso espacial de $h = 0.002$, Además de definió el r para usar en el método de crancnk-nicolson de la forma $r = \frac{\gamma\varepsilon}{h^2}$

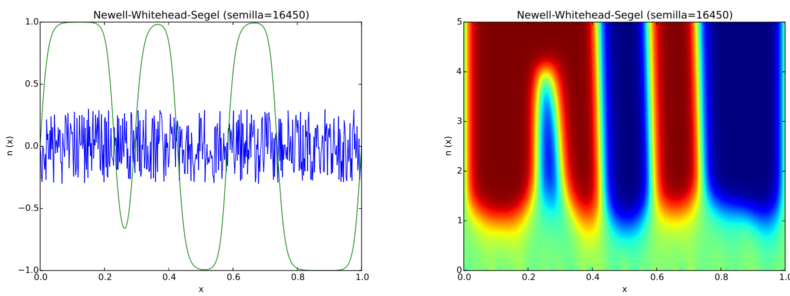


Figure 5: Reacción-Difusión con semilla=16450

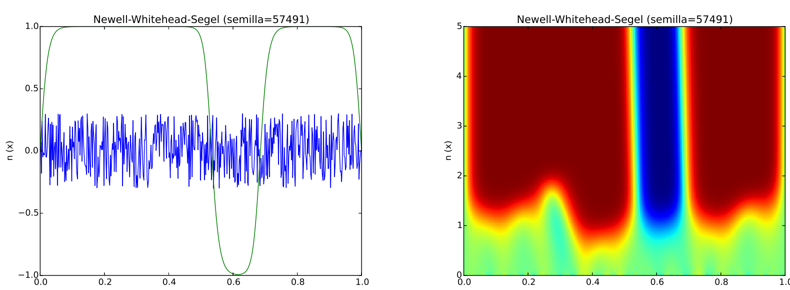


Figure 6: Reacción-Difusión con semilla=57491

Para tener unas semillas mejores se utilizo la pagina random.org para que generase números de 5 dígitos

De los gráficos es posible notar que a medida que avanza el tiempo la solución toma valores principalmente entre $-1$ y $1$ los cuales corresponden a los equilibrios estables del sistema