Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería

Benjamín Oliva

17 de Noviembre, 2015

1 Pregunta 1

Se busca estimar numéricamente el centro de masa de un cuerpo dado por la intersección de un toro de ecuación

$$z^2 + \left(\sqrt{x^2 + y^2} - 3\right)^2 \leq 1 \tag{1}$$

con un cilindro de ecuación

$$(x - 2)^2 + z^2 \leq 1 \tag{2}$$

cuya densidad varía segun la ecuación

$$\rho(x, y, z) = 0.5 * (x^2 + y^2 + z^2) \tag{3}$$

utilizando el método de integración de Monte Carlo.

1.1 Procedimiento

Para desarrollar el problema propuesto, se comenzó definiendo una semilla de 2308, luego se definieron las funciones necesarias: la primera fue *en_cuerpo*, la cual entrega la condicón para que los puntos pertenezcan o no al cuerpo pedido; la segunda fue la función *densidad*, la cual entrega los valores de la densidad para los distintos calores de x, y, z; y tercera fue la función *var* (varianza), que entrega los valores respectivos de la varianza (detalles en el archivo *codigo1.py*). Luego se lanzaron valores aleatorios para *x, y, z* dentro de una caja cuyo volumen engloba al sólido, con $x\epsilon[1, 4]$, $y\epsilon[-4, 4]$ y $z\epsilon[-1, 1]$. Se iteró y se obtuvieron las coordenadas del centro de masa con sus respectivos errores. Estos calculados a partir de la fórmula de propagación de errores para un cuociente $C = \frac{a}{b}$ dada por

$$C =< C > \pm \Delta C = \frac{< a >}{< b >} \pm \frac{< a >}{< b >}\sqrt{(\frac{\Delta a}{< a >})^2 + (\frac{\Delta b}{< b >})^2} \tag{4}$$

donde <> denotan el valor esperado y Δ denota los errores.

1.2 Resultados

Se obtuvieron los siguientes valores para las coordenadas del centro de masa:

$$x_{cm} = 2.079 \pm 0.003$$
$$y_{cm} = 0.001 \pm 0.004$$
$$z_{cm} = 0.001 \pm 0.0008$$

2 Problema 2

En esta parte se pide realizar una muestra aleatoria de valores que sigan una distribución dada por

$$W(x) = 3.5 \times \exp\left(\frac{-(x-3)^2}{3}\right) + 2 \times \exp\left(\frac{-(x+1.5)^2}{0.5}\right) \tag{5}$$

utilizando el método metropolis.

2.1 Procedimiento

Para resolver el problema se utilizó el método de metropolis, visto en clases, desarrollando un código propio (detalles en el archivo *codigo2.py*), estableciendo una semilla de valor 1994 y teniendo en cosideración que la variable delta se tuvo que determinar tal que el método aceptase el 50% de los valores propuestos.

2.2 Resultados

Se estimó el valor de *delta*, dando un valor de $d = 4.72$. Dado este valor, se obtuvo la figura 1, que muestra la distribución $W(x)$

3 Conclusiones

De la parte 1 se puede concluir que aunque surja de la aleatoriedad, el método de Monte Carlo corresponde a una muy buena herramienta al momento de integrar (cuando se considera una gran cantidad de iteraciones) dando excelentes resultados, cercanos a los resultados intuitivos.
De la parte 2 se puede observar que el método de metropolis también puede ser considerada una gran herramienta para generar muestras aleatorias, ya que el histograma obtenido coincide de muy buena manera, con la función $W(x)$ normalizada.
En términos generales, se puede decir que la aleatoriedad puede dar origen a un sin fin de herramientas extremadamente útiles al momento de resolver problemas numéricos.

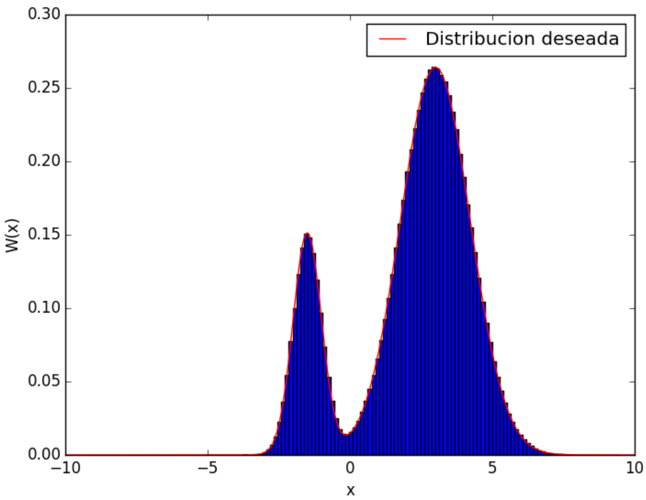

Figure 1: Histograma y gráfico de la función $W(x)$ normalizada