Tarea 8: Monte Carlo y Metropolis

Alumna: Constanza Urzúa Cisterna
Profesor : Valentino González
Profesor Auxiliar: Felipe Pesce

17 de Noviembre del 2015

1 Introducción

El trabajo a realizar en la tarea 8 es desarrollar el algoritmo de Monte Carlo y Metropolis. El primer algoritmo se utiliza para poder determinar el centro de masa al intersectar un Toro de ecuación $z^2 + (\sqrt{x^2 + y^2} - 3)^2 \leq 1$
con un cilindro de ecuación $(x - 2)^2 + z^2 \leq 1$.
El segundo Algoritmo se utiliza para obtener una muestra aleatoria a partir de la distribución de la siguiente función.
$W(x) = 3.5 \times \exp\left(\frac{-(x-3)^2}{3}\right) + 2 \times \exp\left(\frac{-(x+1.5)^2}{0.5}\right)$, hay que aclarar que esta no es una función normaliza por lo que se debe normalizar.

2 Procedimiento

2.1 Parte 1

Para el Calculodel centro de masa, se debe saber que este se define como:

$$r_{\mathrm{cm}} = \frac{\rho \int_V \mathbf{r}\ dV}{\rho \int\ dV}$$

Al comenzar se define la función de densidad del sólido la cual fue dada por enunciado $\rho(x, y, z) = 0.5 * (x^2 + y^2 + z^2)$, para luego definir la función del toro. Al ver los límite que posee el toro y el cilindro es claro ver que el volumen de intersección esta en las siguientes coordenadas

$$1 \leq x \leq 3$$

$$-4 \leq y \leq 4$$

$$-1 \leq z \leq 1$$

De esta forma al obtener la coordenadas en la cual se encuentra el volumen de intersección entre los sólidos se procede a la búsqueda del centro de masa a través de las integrales en cada coordenada.

2.2 Parte 2

A partir del Algoritmo de Metropolis se debe obtener una muestra aleatoria de números a partir de de la distribución descrita anteriormente, para esto se debe definir la condición de metrópolis en la que si

$$\frac{W(X_p)}{W(X_n)} \leq r$$

$x_{n+1} = x_p$, sino $x_{n+1} = x_n$.

r se define a través de una distribución aleatoria uniforme U(0,1) y $x_p = x_n + \delta r*$ en donde r* esta definido por distribución aleatoria uniforme U(-1,1) y δ se elige para que sea más óptima la selección de x_P. Para el Calculo de δ se comenzó a iterar y se guardó el valor en el que el porcentaje de proposiciones aceptadas osea x_n es mayor a un 50%.

3 Resultados

3.1 Parte 1

El centro de masa está posicionado en las siguientes coordenadas al estar sometido a una semilla = 200.

x =2.02
y =0.02
z =0.00

3.2 Parte 2

Se adjunta el gráfico de histograma y la función de distribución de densidad.

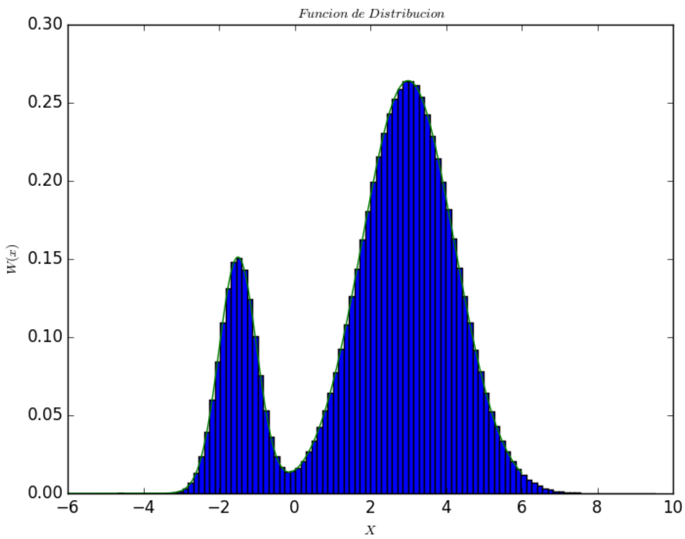

Figure 1: Histograma de la muestra y función de distribución

4 Conclusiones

Ambos algoritmos fueron resueltos de forma satisfactoria, en monte Carlo era intuitivo que el centro de masa se ubicaba en esas coordenada, dado el volumen en donde se encontraba la intersección, por otra para el algoritmo de Metropolis se desarrolla con gran precisión debido a que el histograma sigue la curva que posee la distribución.