

Tarea 10: Espectro de Radiación, Modelamiento y Error

Maria Jose Hernández Pozo

December 14, 2015

1 Pregunta 1

1.1 Introducción

La técnica de la espectroscopía consiste en estudiar la radiación emitida por una fuente como función de la longitud de onda.

En este trabajo se proporciona el archivo "espectro.dat" que contiene un segmento del espectro de radiación de una fuente que muestra un continuo, totalmente horizontal con nivel $1e-16$, y una línea de absorción que está centrada en los 6563 Å de Armstrong.

Las líneas de absorción son en teoría casi infinitamente delgadas. Las observaciones, sin embargo, siempre muestran líneas más anchas. Se pide modelar el espectro de radiación asumiendo dos mecanismos de ensanchamiento:

- Línea gaussiana simple
- Línea gaussiana doble

Para cada uno de los dos modelos se pide estimar, usando métodos Bayesianos, los parámetros, y sus intervalos de 68% de confianza, que en estadística Bayesiana se llaman intervalos de credibilidad.

1.2 Procedimiento

Para empezar se nota que el espectro esta dividido en dos partes, el continuo y la línea de absorción. El primero se aproximará a una línea recta con pendiente 0 y coeficiente de posición $1e-16$. En cuanto a línea de absorción dadas las formas impuestas se hará uso de `scipy.stats.norm`, la cual modela una forma gaussiana, produciendo una sola (modelo 1) o la suma de dos (modelo 2). Luego a la línea recta se le restará el modelo de línea de absorción, produciendo la forma del espectro.

Cabe destacar que en total un modelo requiere 2 parámetros y el otro 4. Para determinarlos se hará uso de estimación bayesiana de parámetros, la cuál hace uso de la siguiente fórmula:

Que ocurran sucesos A_i dado B:

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{P(B)}$$

Donde:

- $P(A_i)$ son las probabilidades a priori.
- $P(B|A_i)$ es la probabilidad de B en la hipótesis A_i .
- $P(A_i|B)$ son las probabilidades a posteriori.

Como se ha de notar, se encuentra la necesidad de determinar la distribución de probabilidad previa, teniendo en cuenta la información disponible (antes). La probabilidad de que ocurra el suceso B en general se toma como una constante de normalización dado lo difícil de su calculo.

De esta forma, definimos entonces una función `a priori()` que calcula la probabilidad a priori usando adivinanzas y la funcion `likelihood()` que compara los datos reales con los obtenidos dado el modelo, es decir calcula la verosimilitud de un modelo dado y por último. Decimos que la probabilidad a posteriori es directamente proporcional a la priori.

Luego se hace uso secuencial del teorema de Bayes: cuando se disponga de más datos, se calcula la distribución posterior utilizando la fórmula Bayes; posteriormente, la distribución posterior se convierte en el siguiente antes.

Dados los parámetros de cada modelo se utilizará la comparación bayesiana de hipótesis (modelo) usando nuevamente el teorema de Bayes. Calculando la probabilidad de cada modelo dado los datos reales, luego se procede a relacionarlos mediante una división, que es conocida como Factor de Bayes, que al simplificar las probabilidades queda como el cociente entre las verosimilitudes de cada modelo, es decir:

$$O_{1,2} = \frac{P(d|M_1)}{P(d|M_2)}$$

Donde $O_{1,2}$ es el Factor de Bayes. Si este es mayor que 1, se elegirá el Modelo 1 en este caso (M1).

Es importante mencionar que el factor de bayes es interesante de analizar pues al momento de elegir un modelo no necesariamente elegirá aquel que tenga menor error pues también toma en cuenta la complejidad del modelo, favoreciendo al más simple.

1.3 Resultados

Lamentablemente no pudieron obtener los parámetros ya que durante la implementación del método bayesiano se obtuvo recurrentemente el valor "nan" (No Value Numerical) en vez de los parámetros de cada modelo.

1.4 Conclusiones

Dada la falta de parámetros y por ende la de modelos se pudo realizar la comparación requerida.

La obtención de "nan" probablemente se debe a que se trabajó con valores muy cercanos a 0 lo que pudo haber provocado una confusión para el programa a la hora de ejecutarlo. Se intentó arreglar sin éxito.