



TAREA 5

Fecha de entrega: 1/11/2018 23:59 hrs

Problema 1

El oscilador de van der Pool fue propuesto para describir la dinámica de algunos circuitos eléctricos. La ecuación es la siguiente:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \mu(x^2 - a^2)\frac{dx}{dt}$$

donde k es la constante elástica y μ es un coeficiente de roce. Si $|x| > a$ el roce amortigua el movimiento, pero si $|x| < a$ el roce inyecta energía. Se puede hacer un cambio de variable para convertir la ecuación a:

$$\frac{d^2y}{ds^2} = -y - \mu^*(y^2 - 1)\frac{dy}{ds}$$

con lo cual ahora la ecuación sólo depende de un parámetro, μ^* . Indique cuál es el cambio de variable realizado.

Integre la ecuación de movimiento usando el método de Runge-Kutta de orden 4 visto en clase. Se pide que Ud. implemente su propia versión del algoritmo (escriba un algoritmo genérico para que pueda re-usarlo en el Problema 2 de esta misma tarea). Describa la discretización usada y el paso de tiempo. Use $\mu^* = 1.RRR$, donde RRR son los 3 últimos dígitos de su RUT antes del guión.

Integre la solución hasta $T = 20\pi$ (aproximadamente 10 períodos) para las siguientes condiciones iniciales:

$$1) \frac{dy}{ds} = 0; y = 0.1$$

$$2) \frac{dy}{ds} = 0; y = 4.0$$

Grafique $y(s)$ y la trayectoria en el espacio $(y, dy/ds)$

Problema 2

Considere un péndulo simple que es forzado periódicamente, de manera que su movimiento es descrito por la siguiente ecuación:

$$mL^2\ddot{\phi} = -mgL\sin(\phi) + F_0\cos(\omega t)$$

La frecuencia natural de pequeñas oscilaciones del péndulo es $\omega_0 = \sqrt{g/L}$ pero para oscilaciones más grandes, la frecuencia es menor. Se espera, por lo tanto, que el péndulo entre en resonancia para frecuencias de forzamiento levemente menores que ω_0 .

Se pide que Ud. integre numéricamente la ecuación de movimiento y determine cuál es la frecuencia de forzamiento para la cual el péndulo alcanza la máxima amplitud (después de oscilar muchas veces).

Indicaciones

- Considere la condición inicial $\phi(0) = \dot{\phi}(0) = 0$.

- Use el método de RK4 implementado para el Problema 1 con un paso temporal Δt menor a un centésimo del período natural del péndulo. Explore qué valores funcionan mejor para el paso temporal.
- Considere los siguientes valores para los parámetros del problema:

$$m = 0.85 * 1.0RRR$$

$$L = 1.75 * 1.0RRR$$

$$F_0 = 0.05 * 1.0RRR$$

donde RRR son los 3 últimos dígitos de su RUT.

Explique en su informe cuál fue su estrategia para encontrar el valor de la frecuencia de forzamiento que produce la máxima amplitud.

■ No olvide incluir su Nombre y RUT en el informe.