Física
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

FI3104-1 201XB
Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería

6.5

INFORME TAREA XX

Valentino González
RUT:XX.XXX.XXX-X
Github: @thevalentino

Un breve resumen del contexto y objetivo de la tarea pero no repitan el enunciado.
MEJOR NO ESCRIBIR NADA QUE REPETIR EL ENUNCIADO

1. Introducción

El objetivo de esta tarea es encontrar el valor de a que resuelve la Ecuación (1) del enunciado. Si x es una variable aleatoria sacada de la distribución descrita en el enunciado, entonces a representa un valor que asegura que los valores aleatorios de x serán mayores que a solo un 5 % de las veces.

En gral, no repetir el enunciado, pero si van a hacer referencia repetida a una ec., como en este caso, ok.

$$0.05 = \int_a^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-y^2}{2}\right) dy \tag{1}$$

La ecuación a resolver incluye el cálculo de una integral que debe ser regularizada pues sus límites van de 0 a ∞. Implementaremos un cambio de variable que regulariza los límites y luego una función que calcule la integral de forma numérica para resolverla para distintos valores de a.

Finalmente implementaremos una función que busque el valor de a que hace que la integral original valga 0.05.

2. Desarrollo

Lo primero es regularizar la integral. Para ello seguimos la sugerencia del enunciado y aplicamos el cambio de variable $u = 1/y$, con lo que el problema se transforma en:

No es necesario mostrar todos los pasos del desarrollo.

$$0.05 = \int_0^{1/a} \frac{1}{\sqrt{2\pi u^2}} \exp\left(\frac{-1}{2u^2}\right) du \tag{2}$$

La forma de la función a integrar se puede apreciar en la Figura 1. Llamaremos a esta función $f(u)$.

si usan una librería, deben describir qué hace y cómo lo hace, qué algoritmo usa, cuáles son sus fortalezas y debilidades ¿Por qué se aplica bien en este caso? etc.

Para integrar $f(u)$ utilizaremos la función `scipy.interpolate.quad`, la cual es una implementación de la librería `QUADPACK` escrita en `FORTRAN`. Esta librería implementa el método de *cuadratura adaptativa* e intenta automáticamente escoger el algoritmo necesario para calcular la integral con una precisión dada por el usuario. Para más información: https://en.wikipedia.org/wiki/QUADPAC

Definimos entonces la función:

$$I(a) = \int_0^{1/a} \frac{1}{\sqrt{2\pi u^2}} \exp\left(\frac{-1}{2u^2}\right) du \tag{3}$$

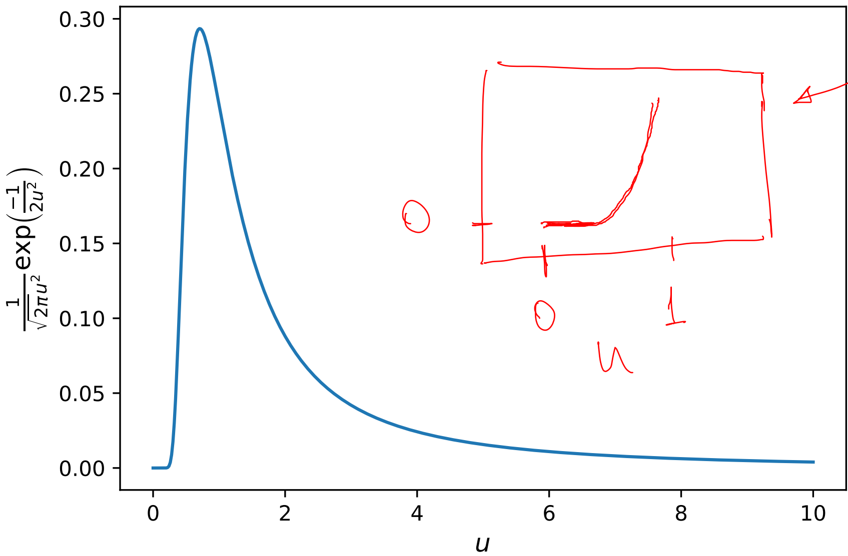
cuya forma se muestra en la Figura (2). $I(a)$ se calcula numéricamente con la función `quad` con sus parámetros por defecto. Los más importantes son las tolerancias absoluta y relativa: *epsabs=1.49e-08, epsrel=1.49e-08*, y el límite máximo de sub-intervalos para el algoritmo adaptativo: *limit=50*.

estos datos son importantes pero no todos los parámetros lo son. Deben decidir qué información hace diferencia y cuales irrelevante.

Es importante notar que la función $f(u)$ se indefine en $u = 0$. Sin embargo, como se aprecia en la Figura (1), el área bajo la curva en las cercanías de cero pequeña por, lo que podríamos partir la integral en algún valor $\epsilon \gtrsim 0$. El algoritmo de `quad` es capaz de manejar esta indefinición

Discusiones como esta son importantes.

Esta figura esta Ok, pero podría ser mejor. Por ejemplo, nos preocupa (según el texto) lo que pasa cerca de u=0. sería bueno hacer otra figura con zoom cerca de u=0, ó un "inset"



para enfatizar que hay poca area bajo la curva.

Figura 1: La función que vamos a integrar. Esto requiere más detalles. La figura y su caption deberían tener valor por sí mismas, incluso fuera del contexto del informe.

automáticamente, por lo que no implementamos ningún cambio relacionado a la indefinición de la función $f(u)$.

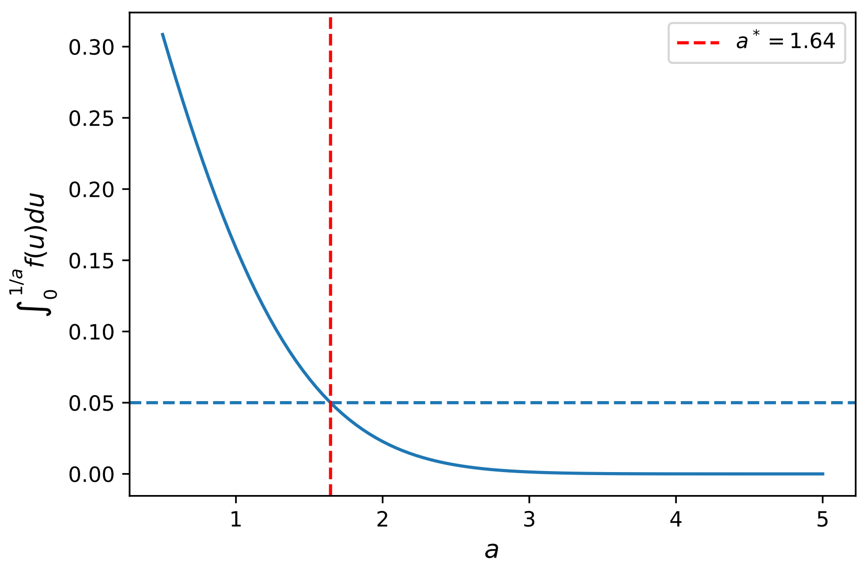


Figura Ok, muestra todo lo importante

Figura 2: La función $I(a)$. Buscamos el valor de a para el cual la función toma el valor 0.05 (linea azul horizontal punteada). Utilizando el algoritmo de newton, encontramos la solución $a^* = 1.64$ (línea roja vertical punteada). Esta caption está mejor.

Finalmente, es necesario resolver la ecuación:

$$I(a^*) - 0.05 = 0 \quad (4)$$

Esto lo hacemos utilizando el método de newton (en realidad de la secante), implementado en `scipy.optimize.newton`. Utilizamos los parámetros por defecto, en particular, la tolerancia absoluta *tol=1.48e-08* y el número máximo de iteraciones *maxiter=50*. Le damos como punto de partida el valor $a_0 = 1$. El algoritmo converge luego de 7 iteraciones encontrando el valor $a^* = 1.64485363$.

Otros valores del punto de partida convergen a un valor muy cercano con diferencias en el número de iteraciones necesarias. Por ejemplo para $a_0 = 0.5$, el algoritmo converge luego de 8 iteraciones. Aquí hubiese sido muy útil una tabla, demostrando que el método es robusto y que converge rápido.

3. Discusión y Conclusiones

Si x es una variable aleatoria sacada de una gausiana con parámetros $\mu = 0$ y $\sigma = 1$, entonces sólo tomará valores mayores a $a^* = 1.64$ el 5 % de las veces.

Si bien este problema involucra el cálculo de una integral de límites indefinidos (Ecuación 1), el cambio de variable $u = 1/y$ resulta en una función bien comportada. En particular, la suavidad de la función (ver Figura 2), asegura que algoritmos como el de la *secante* para buscar ~~raíces converjan~~ de manera robusta (casi independiente del punto de partida elegido), y en pocas [sic.] iterasiones.

muy breve resumen del resultado relacionándolo con el objetivo inicial presentado en la introducción

a_0	Niter	a^*

WTF!!
revisen su ortografía
DESCONTAREMOS PUNTAJE

Es bueno agregar discusión de algún aspecto que hayan considerado interesante del problema o de la implementación de su desarrollo.