

情報数理学特別講義1 レポート課題

出題者：内川浩典

提出期限: 2025年12月5日

提出先: 理学部2号館6階614室 准教授 萩原学 ※萩原先生の5階のポストボックスでもよい.

レポート形式: 形式は不問. LaTeXで電子的に作成したレポートを印刷しても良いし手書きでも良い.

問題1 (30点)

$GF(2^4)$ の原始元 α の最小多項式を $\mu_\alpha(x) = 1 + x + x^4$ とする. 生成多項式 $g(x) = \mu_\alpha \mu_{\alpha^3}$ で定義された長さ 15 の2誤り訂正2元BCH符号によって符号化された符号多項式が, 通信路を通して受信多項式 $r(x) = 1 + x^3 + x^9$ となったとき, 誤り位置に対応する $GF(2^4)$ 上の元を求めよ. なお, 誤り位置多項式から誤り位置を求める際には, 講義で説明した直接解法を用い, 途中計算を含めて解法手順を書くこと.

問題2 (30点)

原始多項式 $p(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^5$ の根 α で定義される $GF(2^5)$ 上の, 少なくとも4つの誤りを訂正可能な2元BCH符号の生成多項式を構成せよ. さらにその2元BCH符号の最小距離とその最小距離になる理由を述べよ.

問題3 (30点)

生成多項式 $g(x) = 1 + x^2 + x^5 + x^8 + x^{11} + x^{13}$ で定義される長さ63の巡回符号の最小距離はいくつか. その最小距離になる理由とともに述べよ.

問題4 (10点)

符号長 $n = 16$, メッセージ長 $k = 8$ の2元線形符号で, 最小距離が最大となるものを設計し, 設計した符号を定義するパリティ検査行列もしくは生成行列, または生成多項式を記せ. さらにその符号の最小距離を述べるとともに, その最小距離が最大である理由も述べよ.

チャレンジ問題 (解ければ他の問題の解答内容に関わらず満点)

最小距離が 6 となる符号長 $n = 144$, メッセージ長 $k = 128$ の2元線形符号のパリティ検査行列を示せ. パリティ検査行列は各列のバイナリベクトルをHEX表記したものを, 記載してください. パリティ検査行列の行数は16なので, 1行あたり2つのHEX値となり, 計144行記載されたものになります. 例えば8行3列のバイナリ行列であれば, 次のように記載する.

79
6f
4b

対応するバイナリ列ベクトルは79が $(11101001)^T$, 6fが $(01101111)^T$, 4bが $(00101101)^T$ となる.