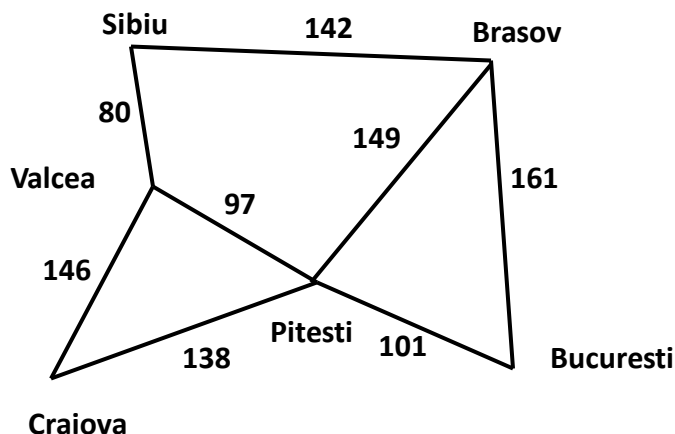


Exemplu de utilizare a unui algoritm de optimizare cu colonii de furnici pentru rezolvarea unei probleme de rutare

Folosind o colonie de doua furnici mergeti pentru doua iteratii de la Craiova la Brasov pe harta de mai jos.



Initial, nivelul de feromon $\tau_{ij} = 1$ pentru orice i, j . Luam $\alpha = \beta = 1$.

Fie urmatoarele numere generate aleatoriu din care vom utiliza pe parcursul simularii:

0.8, 0.5, 0.2, 0.7, 0.3, 0.6, 0.5, 0.9, 0.45

Gradul de evaporare este $\rho = 0.01$.

Aplicam algoritmul de optimizare cu colonii de furnici prezentat in cadrul cursului Optimizare cu colonii de furnici (<http://inf.ucv.ro/~cstoean/courses/ia/index.html>). In loc de a folosi distantele direct, vom utiliza valoarea impartita la 10 pentru ca valoarea obtinuta din $1/\text{distanța}$ sa nu fie prea mica si sa isi piarda din importanta. Acelasi lucru se putea regla si din parametrii α si β , insa pe acestia ii pastram egali cu 1 pentru usurinta in calcule.

Iteratia 1

Ne aflam cu furnica F1 in Craiova.

Calculam:

$$a_{\text{Craiova, Valcea}} = \frac{\frac{1}{14.6}}{\frac{1}{14.6} + \frac{1}{13.8}} = \frac{0.068}{0.14} = 0.461$$

$$a_{\text{Craiova, Pitesti}} = 1 - 0.461 = 0.539$$

Primul numar generat aleator este $r_1 = 0.8$.

Avem $q_1 = 0.46$ si $q_2 = 0.46 + 0.54 = 1$.

Cum $q_1 < r_1 < q_2$, Pitesti este orasul ales si se adauga in lista tabu a **furnicii F1**.

Iteratia 1		
Furnica	Ruta	
F1	Craiova	Pitesti

Din Pitesti, posibilitatile sunt: Bucuresti, Valcea si Brasov.

$$a_{Pitesti, Bucuresti} = \frac{0.09}{0.09 + 0.06 + 0.1} = 0.36$$

$$a_{Pitesti, Valcea} = 0.4$$

$$a_{Pitesti, Brasov} = 0.24$$

Avem prin urmare $q_1 = 0.36$, $q_2 = 0.36 + 0.4 = 0.76$ si $q_3 = 1$.

Al doilea numar generat este $r_2 = 0.5$.

Avem $q_1 < r_2 < q_2$, deci Valcea este orasul selectat si este adaugat in lista tabu.

Iteratia 1			
Furnica	Ruta		
F1	Craiova	Pitesti	Valcea

Din Valcea singura posibilitate este Sibiu, apoi Brasov.

Iteratia 1					
Furnica	Ruta				
F1	Craiova	Pitesti	Valcea	Sibiu	Brasov

Evaluarea rutei gasite de furnica F1 este data de $13.8 + 9.7 + 8 + 14.2 = 45.7$

Ramane sa adaugam feromon dupa ce termina si furnica F2 traseul.

Suntem tot in cadrul primei generatii si consideram acum **furnica F2**.

$$a_{Craiova, Valcea} = 0.461$$

$$a_{Craiova, Pitesti} = 0.539$$

$r_3 = 0.2$, deci ne deplasam cu F2 in Valcea.

Iteratia 1					
Furnica	Ruta				
F1	Craiova	Pitesti	Valcea	Sibiu	Brasov
F2	Craiova			Valcea	

$$a_{Valcea, Sibiu} = 0.56$$

$$a_{Valcea, Pitesti} = 0.44$$

$r_4 = 0.7$, deci se alege Pitesti.

Iteratia 1					
Furnica	Ruta				
F1	Craiova	Pitesti	Valcea	Sibiu	Brasov
F2	Craiova		Valcea		Pitesti

Din Pitesti avem doua posibilitati: Brasov si Bucuresti.

$$\alpha_{Pitesti, Brasov} = 0.4$$

$$\alpha_{Pitesti, Bucuresti} = 0.6$$

$r_5 = 0.3$, deci se alege Brasov.

Iteratia 1					
Furnica	Ruta				
F1	Craiova	Pitesti	Valcea	Sibiu	Brasov
F2	Craiova	Valcea	Pitesti	Brasov	

Evaluarea rutei gasite de furnica F2 este data de $14.6 + 9.7 + 14.9 = 39.2$

Depunere de feromon

$$F1: \tau_{Craiova, Pitesti} = 1 + 0.02 = 1.02 = \tau_{Pitesti, Valcea} = \tau_{Valcea, Sibiu} = \tau_{Sibiu, Brasov}$$

$$F2: \tau_{Craiova, Valcea} = 1 + 0.025 = 1.025 = \tau_{Pitesti, Brasov}$$

$$\tau_{Valcea, Pitesti} = 1.02 + 0.025 = 1.045$$

Evaporare feromon

$$\tau_{Craiova, Valcea} = (1 - 0.01) * 1.025 = \tau_{Pitesti, Brasov} = 1.015$$

$$\tau_{Craiova, Pitesti} = 0.99 * 1.02 = 1.002 = \tau_{Valcea, Sibiu} = \tau_{Sibiu, Brasov}$$

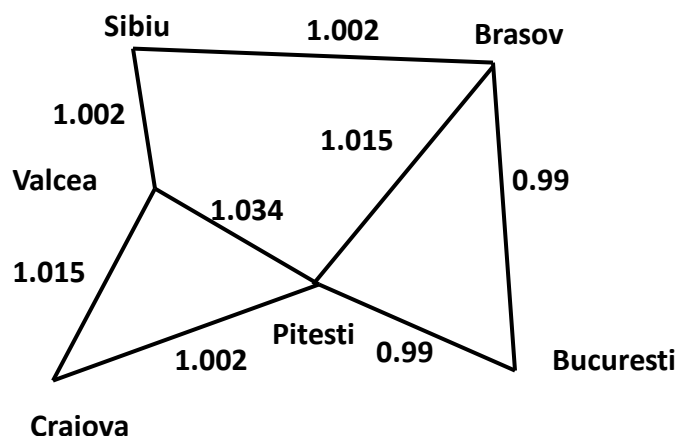
$$\tau_{Pitesti, Valcea} = 0.99 * 1.045 = 1.034$$

Pentru toate celelalte arce, valoarea de feromon asociata va fi $\tau = 0.99$.

Obtinem dupa o iteratie urmatoarele valori pentru feromon:

τ	Craiova	Valcea	Sibiu	Pitesti	Brasov	Bucuresti
Craiova		1.015		1.002		
Valcea			1.002	1.034		
Sibiu					1.002	
Pitesti					1.015	0.99
Brasov						0.99
Bucuresti						

Transpuse valorile pe figura pentru o mai buna vizualizare:



Generatia 2

Ne aflam cu **furnica F1** in Craiova.

Calculam:

$$a_{CraiovaValcea} = \frac{1.015 * 0.06}{1.015 * 0.06 + 1.002 * 0.07} = 0.464$$

$$a_{Craiova, Pitesti} = 0.536$$

Fiindca in prima generatie pe arcul Craiova - Valcea s-a depus mai mult feromon decat pe arcul Craiova – Pitesti (datorita faptului ca furnica F2 a gasit un drum mai scurt), acum probabilitatea de a alege acest arc a crescut usor fata de probabilitatea anterioara.

$r_6 = 0.3$, deci se alege Pitesti.

Iteratia 2		
Furnica	Ruta	
F1	Craiova	Pitesti

$$a_{Pitesti,Valcea} = \frac{1.034 * 0.1}{1.034 * 0.1 + 1.015 * 0.06 + 0.09 * 0.99} = 0.41$$

$$a_{Pitesti,Brasov} = \frac{1.015 * 0.06}{1.034 * 0.1 + 1.015 * 0.06 + 0.99 * 0.09} = 0.24$$

$$a_{Pitesti, Bucuresti} = 0.35$$

Avem prin urmare $q_1 = 0.41$, $q_2 = 0.65$ si $q_3 = 1$.

Urmatorul numar generat este $r_7 = 0.5$.

Avem $q_1 < r_7 < q_2$, deci Brasov este orasul selectat si este adaugat in lista tabu.

Iteratia 2			
Furnica	Ruta		
F1	Craiova	Pitesti	Brasov

Evaluarea rutei gasite de furnica F1 in iteratia 2 este data de $13.8 + 14.9 = 28.7$

Furnica F2 porneste din Craiova.

$$\alpha_{Craiova, Valcea} = 0.464$$

$$\alpha_{Craiova, Pitesti} = 0.536$$

Urmatorul numar generat este $r_8 = 0.9$, deci se alege Pitesti.

Iteratia 2			
Furnica	Ruta		
F1	Craiova	Pitesti	Brasov
F2	Craiova	Pitesti	

$$\alpha_{Pitesti, Valcea} = 0.41$$

$$\alpha_{Pitesti, Brasov} = 0.24$$

$$\alpha_{Pitesti, Bucuresti} = 0.35$$

Avem prin urmare $q_1 = 0.41$, $q_2 = 0.65$ si $q_3 = 1$.

Urmatorul numar generat este $r_9 = 0.45$.

Avem $q_1 < r_9 < q_2$, deci Brasov este orasul selectat si este adaugat in lista tabu.

Iteratia 2			
Furnica	Ruta		
F1	Craiova	Pitesti	Brasov
F2	Craiova	Pitesti	Brasov

Furnica F2 gaseste deci aceeasi ruta ca si furnica F1, cu evaluarea 28.7.

Depunere de feromon

$$F1: \tau_{Craiova, Pitesti} = 1.002 + 0.035 = 1.037$$

$$\tau_{Pitesti, Brasov} = 1.015 + 0.035 = 1.05$$

$$F2: \tau_{Craiova, Pitesti} = 1.037 + 0.035 = 1.072$$

$$\tau_{Pitesti, Brasov} = 1.05 + 0.035 = 1.085$$

Evaporare feromon

$$\tau_{Craiova, Pitesti} = (1 - 0.01) * 1.072 = 1.061$$

$$\tau_{Pitesti, Brasov} = 0.99 * 1.085 = 1.074$$

$$\tau_{Craiova, Valcea} = 0.99 * 1.015 = 1.005$$

$$\tau_{Valcea, Sibiu} = 0.99 * 1.002 = 0.992 = \tau_{Sibiu, Brasov}$$

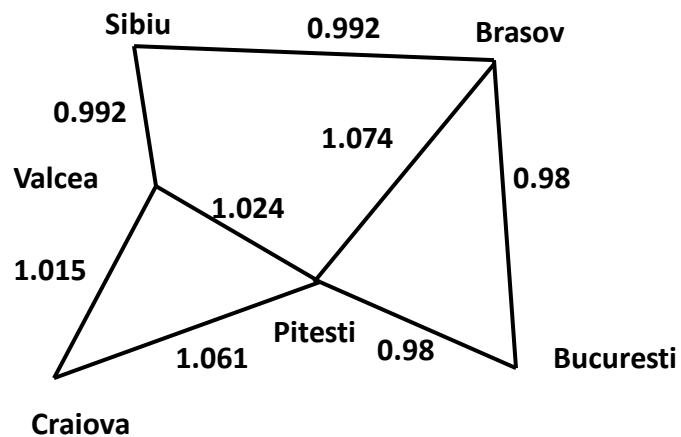
$$\tau_{Pitesti, Valcea} = 0.99 * 1.034 = 1.024$$

$$\tau_{Pitesti, Bucuresti} = 0.99 * 0.99 = 0.98 = \tau_{Brasov, Bucuresti}$$

Obtinem dupa o iteratie urmatoarele valori pentru feromon:

τ	Craiova	Valcea	Sibiu	Pitesti	Brasov	Bucuresti
Craiova		1.015		1.061		
Valcea			0.992	1.024		
Sibiu					0.992	
Pitesti					1.074	0.98
Brasov						0.98
Bucuresti						

Transpuse valorile pe figura pentru o mai buna vizualizare:



Se observa ca ruta cea mai scurta tinde ca numai dupa doua iteratii si doua furnici sa devina cea mai accesata daca ne luam dupa valorile variabilei τ referitoare la feromon.